

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вероника Витальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.05.2026 10:55:22
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e576551a8999b11908926f53989420420336ffb5f573a434e57789

	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины

УТВЕРЖДАЮ

декан факультета

физико-математического

образования и технологии

ФГБОУ ВО «БГПУ»

Н.В.Слесаренко

«03» сентября 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины
ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

**Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль
«ИНФОРМАТИКА»**

**Профиль
«МАТЕМАТИКА»**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята
на заседании кафедры физического и
математического образования
(протокол № 9 от «24» мая 2024 г.)**

Благовещенск 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ).....	4
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	6
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ)УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА	7
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	15
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ ИЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	15
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	15
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	16
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ.....	17

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: освоение фундаментальных знаний в области дискретного анализа и выработка практических навыков применения этих знаний, изложение основных положений дискретного анализа, их основных применений в современной математике, дать студенту ориентиры в дальнейшем углубленном изучении отдельных вопросов в специализированных курсах (экстремальных задач, математической логики, теории вероятностей).

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Дискретная математика» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений предметного модуля по Математике блока Б1 (Б1.В.01.03).

Для освоения дисциплины «Дискретная математика» студенты используют знания, умения и навыки, сформированные в процессе изучения математики, алгебры и геометрии в общеобразовательной школе. Формируемые в процессе изучения дисциплины знания будут использоваться для последующего изучения дисциплин «Математический анализ», «Физика», «Геометрия», «Структуры алгоритмы компьютерной обработки данных».

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: ПК-2

- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; **индикатором** достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен знать:

- основные комбинаторные объекты и числа;
- свойства комбинаторных чисел;
- основные понятия теории графов;
- операции над графами;
- классификацию графов;
- решение краевых задач на графах;
- сети;
- основные методы суммирования конечных последовательностей;
- решение линейных рекуррентных соотношений.

уметь:

- решать комбинаторные задачи;
- выполнять операции над графами;
- обосновывать изоморфизм графов;
- решать типовые краевые задачи на графах;
- решать линейные рекуррентные соотношения;
- находить суммы конечных последовательностей.

владеть:

- навыками решения типовых задач комбинаторики и теории графов.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Дискретная математика» составляет 2 зачетные единицы (далее – ЗЕ) (72 часа):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 3
Общая трудоемкость	72	72
Аудиторные занятия	36	36
Лекции	14	14
Практические занятия	22	22
Самостоятельная работа	36	36
Вид итогового контроля	-	зачёт

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 Очная форма обучения

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Некоторые понятия теории множеств	6	1	2	3
2.	Отношения	6	1	2	3
3.	Комбинаторика	20	4	6	10
4.	Графы	24	4	8	12
5.	Связь дискретного и непрерывного анализа	16	4	4	8
ИТОГО		72	14	22	36

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Комбинаторика	П	Работа в парах: защита ИЗ.	2
2.	Графы	П	Работа в малых группах: решение задач разными способами.	2
3.	Связь дискретного и непрерывного анализа	П	1) Работа в малых группах. 2) Работа в парах: защита ИЗ.	2 4
ИТОГО				10

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

Тема 1. НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Напоминание основных понятий. Определение прямого произведения множеств. Разбиения множеств и их свойства. Сравнение разбиений. Произведение разбиений.

Тема 2. ОТНОШЕНИЯ

Отношения Основные определения. Классификация отношений. Эквивалентность. Частичный порядок. Топологическая сортировка. Использование многоместных отношений в реляционных базах данных.

Тема 3. КОМБИНАТОРИКА

Векторы из нулей и единиц, различные их трактовки. Способы перебора и нумерации векторов из нулей и единиц. Перестановки, размещения, сочетания, способы их перебора и нумерации. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Числа Фибоначчи, их свойства.

Тема 4. ГРАФЫ

Основные определения: граф, частичный граф, подграф. Путь, простой путь, цепь, контур, цикл. Связность, бисвязность, сильная связность. Остовное дерево. Свойства деревьев. Экстремальные задачи на графах: остовное дерево минимальной длины, дерево кратчайших путей и т.п. Сетевое планирование и поиск критического пути. Связь теории графов с линейной алгеброй. Матрица инцидентий и ее свойства. Решение линейных систем с матрицей инцидентий. Связь с методами решения разреженных линейных систем. Паросочетания в двудольных графах. Теорема о максимальном паросочетании. Теорема Дилворта. Теорема Биркгофа-фон Неймана. Венгерский метод для задачи о назначениях.

Тема 5. СВЯЗЬ ДИСКРЕТНОГО И НЕПРЕРЫВНОГО АНАЛИЗА

Производящие функции. Асимптотика. Рекуррентные соотношения. Способы решения рекуррентных соотношений. Суммы и рекуррентности. Полиномиальная формула. Введение в асимптотические методы. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа призвана помочь студентам физико-математического факультета в организации самостоятельной работы по освоению дисциплины «Дискретная математика». При изучении Темы 1 «Некоторые понятия теории множеств» следует уделить внимание способам задания множеств и отличительным особенностям конечных и бесконечных множеств. А, также операциям над множествами. При изучении Темы 2 «Отношения» обращается внимание на особенности многоместных отношений. При изучении Темы 3 «Комбинаторика» уделяется внимание умению правильно определить тип конфигурации применимой при решении задачи. При изучении Темы 4 «Графы» следует обратить внимание ее приложению к решению экстремальных задач. При изучении Темы 5 «Связь дискретного и непрерывного анализа» обращается внимание на сходства и отличия законов континуальной и дискретной математики.

Прежде чем приступить к выполнению заданий для самоконтроля, студентам необходимо изучить рекомендуемую по каждой теме литературу. Общий список основной и дополнительной литературы представлен в отдельном разделе. В ходе изучения дисциплины «Дискретная математика» предлагается выполнить различные виды самостоятельной работы: подготовка к коллоквиуму, решение индивидуальных домашних заданий, решение контрольных работ и выполнение типовых расчетов. При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты: нужно убедиться, что студенты обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания; инструкции к работе должны быть максимально четкими; времени на выполнение задания должно быть достаточно; необходимо контролировать распределение ролей в группе и участие каждого студента в работе.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
студентов по дисциплине**

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Некоторые понятия теории множеств	Подготовка к коллоквиуму	3
2.	Отношения	Подготовка к коллоквиуму	3
3.	Комбинаторика	Выполнение индивидуального домашнего задания по темам данного раздела.	10
4.	Графы	Выполнение типового расчета	12
5.	Связь дискретного и непрерывного анализа	Выполнение контрольной работы	8
	ИТОГО		36

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема	часы	литература	самостоятельная работа
Тема 1. Некоторые понятия теории множеств			
Занятие №1 Множества. Операции над ними. Метод включения и исключения. Декартово произведение, множество-степень. p -местные отношения.	2	[5]	Самостоятельная работа по теме «Операции над множествами. Диаграмма Эйлера-Венна». Коллоквиум «Множества и отношения».
Тема 2. Отношения			
Занятие №2 Бинарные отношения на множестве. Свойства бинарных отношений. Отношение порядка. Отношение эквивалентности.	2	[5]	Самостоятельная работа по теме «Бинарные отношения». Коллоквиум «Множества и отношения».
Тема 3. Комбинаторика			
Занятие №3 Основные комбинаторные правила: правило суммы, правило произведения.	2	[2], [3], [4]	Самостоятельная работа по теме «Свойства комбинаторных чисел».
Занятие №4 Основные комбинаторные конфигурации и числа. Размещения, перестановки, сочетания, перестановки с кратностями, сочетания с повторениями, размещения с повторениями.	2	[2], [3], [4]	

Занятие №5 Основные свойства комбинаторных чисел. Биномиальная и полиномиальная теоремы. Числа Фибоначчи.	2	[2], [3], [4]	Контрольная работа № 1. «Основные комбинаторные конфигурации и числа»
Тема 4. Графы			
Занятие №6 Локальные характеристики графов. Изоморфизм графов. Геометрические графы. Укладка графа. Планарные графы.	2	[1], [2], [3]	Итоговое индивидуальное задание по теме данного раздела.
Занятие №7 Деревья и леса. Взвешенные графы. Обходы графов. Кратчайшие пути. Окраска графов.	2	[1], [2], [3]	Итоговое индивидуальное задание по теме данного раздела.
Занятие №8 Пути, цепи, контуры, циклы. Мосты графа. Эйлеровы и гамильтоновы графы.	2	[1], [2], [3]	Итоговое индивидуальное задание по теме данного раздела.
Занятие №9 Сетевые задачи. Максимальный поток в двухполюсной сети.	2	[1], [2], [3]	Типовой расчет. «Графы».
Тема 5. Связь дискретного и непрерывного анализа			
Занятие №10 Суммирование конечных последовательностей. Формула суммирования Эйлера.	2	[1], [2],	Итоговое индивидуальное задание по теме данного раздела.
Занятие №11 Решение линейных рекуррентных соотношений.	2	[1], [2],	Итоговое индивидуальное задание по теме данного раздела.
ВСЕГО	22		

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ПК-2	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильно решенных заданий менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильно решенных заданий от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильно решенных заданий от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильно решенных заданий от 85-100 %
ПК-2	Типовой расчет	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильно решенных заданий менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильно решенных заданий от 61-75 %

ПК-2	Коллоквиум	Базовый (хорошо)	Количество правильно решенных заданий от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильно решенных заданий от 85-100 %
		Низкий (неудовлетворительно)	Студент отвечает неправильно, нечетко и неубедительно, дает неверные формулировки, в ответе отсутствует какое-либо представление о вопросе
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент отвечает неконкретно, слабо аргументировано и не убедительно, хотя и имеется какое-то представление о вопросе
		Базовый (хорошо)	Студент отвечает в целом правильно, но недостаточно полно, четко и убедительно
		Высокий (отлично)	Ставится, если продемонстрированы знание вопроса и самостоятельность мышления, ответ соответствует требованиям правильности, полноты и аргументированности.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является **зачет**.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

1. вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок;
2. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами;
3. продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков.

Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
3. допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов;
4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

6.3 Оценочные средства для проверки уровня сформированности компетенций ПК-2

Тесты содержат следующие типы заданий

Тип задания	№ задания	Вес задания (балл)	Результат оценивания (баллы, полученные за выполнение задания / характеристика правильности ответа)
задания закрытого типа с выбором одного правильного (1 из 4)	1, 2, 3	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором одного правильного ответа по схеме: «верно»/ «неверно»	4, 5	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов (3 из 6)	6, 7	2 балла	2 б – полное правильное соответствие (последовательность вариантов ответа может быть любой); 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания закрытого типа на установление соответствия (4 на 4)	8, 9	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задание закрытого типа на установление последовательности	10, 11	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания открытого типа с кратким ответом	12, 13	3 балла	3 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи.
задания открытого типа с развернутым ответом	14, 15	5 баллов	5 б – полное правильное соответствие; если допущена одна ошибка/неточность / ответ правильный, но не полный - 3 балла; если допущено более одной ошибки / ответ неправильный / ответ отсутствует – 0 баллов

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
ПК-2. Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования	ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

Задание 1

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Таблица, которая показывает, какие пары вершин в неориентированном графе соединены ребрами называется ...

- 1) таблица связности
- 2) матрица связности
- 3) матрица связности
- 4) таблица смежности

Ответ: 4

Задание 2

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Граф, у которого допускается наличие нескольких ребер между одной и той же парой вершин называется ...

- 1) ориентированный граф
- 2) плоский граф
- 3) мульти граф
- 4) двухполюсная сеть

Ответ: 3

Задание 3

Внимательно прочитайте задание и укажите один правильный вариант ответа:

Граф называется ориентированным, если ...

- 1) вершины графа расположены в определенном порядке
- 2) каждому ребру поставлено в соответствие вещественное число
- 3) каждой вершине поставлено в соответствие вещественное число
- 4) на его ребрах указаны направления

Ответ: 4

Задание 4

Верно ли следующее утверждение для исследования структуры групп?

Простой граф не имеет ни петель, ни кратных ребер

Ответ: верно

Задание 5

Верно ли следующее утверждение при анализе колец?

Главная диагональ матрицы смежности любого графа не может содержать чисел отличных от нуля.

Ответ: не верно

Задание 6

Внимательно прочитайте задание и укажите три правильных варианта ответа:

Какие из перечисленных понятий являются элементами графа?

- 1) вершины
- 2) двугранные углы
- 3) векторы
- 4) отрезки
- 5) ребра
- 6) грани

Ответ: 1, 5, 6

Задание 7

Внимательно прочитайте задание и укажите три правильных варианта ответа:

Если после удаления ребра связного графа, граф становится несвязным, то такое ребро называют ...

- 1) лишним
- 2) перегородкой
- 3) мостом
- 4) ациклическим
- 5) дугой
- 6) перешейком

Ответ: 3, 4, 6

Задание 8

Установите соответствие между понятиями теории графов и их определяющими свойствами:

полный граф : каждая пара вершин соединена ребром

пустой граф : схема, состоящая из изолированных вершин

связный граф : каждая пара вершин соединена хотя бы одним путем

плоский граф : можно представить на плоскости в таком виде, при котором ребра пересекаются только в вершинах

Задание 9

Установите соответствие между понятиями теории графов и их определяющими свойствами:

дерево : связный граф, не содержащий циклов

Эйлеров граф : связный граф, содержащий путь, по которому можно пройти все ребра по одному разу, выйдя из любой вершины и вернувшись в нее же

ориентированный граф : ребра графа имеют направление, изображаемое стрелками

Гамильтонов граф : связный граф, содержащий путь, по которому можно пройти все вершины по одному разу, выйдя из любой вершины и вернувшись в нее же

Задание 10

Расположите в порядке возрастания их степени

- 1 : изолированная вершина
- 2 : лист
- 3 : устранимая вершина
- 4 : шарнир

Задание 11

Расположите графы в порядке увеличения числа ребер:

- 1 : граф задачи о кенигсбергских мостах
- 2 : $K_{3,3}$
- 3 : K_5
- 4 : граф Дюрера

Задание 12

Количество ребер, проведенных из вершины, определяют ...

Ответ: степень вершины

Задание 13

Граф, имеющий укладку в плоскость, называется ...

Ответ: планарный граф

Задание 14

Внимательно прочитайте задание и запишите развернутый обоснованный ответ:

В турнире участвует 16 команд. Любые две команды должны сыграть между собой по одной игре. Сколько всего будет сыграно игр?

Ответ: 120

Решение:

Рассмотрим граф с 16 вершинами (команды) ребра которого соответствуют предполагаемым играм. Т.к. каждая команда должна сыграть со всеми остальными командами т.е. 15 игр, то степени всех вершин графа равны 15. По лемме о рукопожатиях получаем, что число ребер графа равно $16 \cdot 15 / 2 = 120$.

Задание 15

Внимательно прочитайте задание и запишите развернутый обоснованный ответ:

В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, образованное названиями городов, делится на 3. Можно ли долететь по воздуху из города 1 в город 9?

Ответ: НЕТ

Решение:

Построим граф, вершинами которого являются города, а ребрами — существующие авиалинии. Вспомним признак делимости на 3: натуральное число делится нацело на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3. Заметим, что если название города делится на 3, то он соединен авиалиниями только с городами, названия которых тоже делятся на 3. Наоборот, те города, названия которых не делятся на 3, не могут быть соединены авиалиниями с городами, названия которых делятся на 3. Поэтому города 3, 6 и 9 образуют одну компоненту связности графа, в которую никакие другие города не входят. Это означает, что из города 1 в город 9 добраться по воздуху нельзя.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Вопросы к коллоквиуму «Множества и отношения»

- 1) Бинарные отношения. Виды бинарных отношений.
- 2) Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности.
- 3) Разбиения множеств и их свойства. Сравнение разбиений. Произведение разбиений.
- 4) Топологическая сортировка.
- 5) Использование множественных отношений в реляционных базах данных.

Контрольная работа № 1. «Основные комбинаторные конфигурации и числа»

1. На плоскости дано 10 точек, из которых никакие три не лежат на одной прямой.
 - а) Сколько прямых можно провести через эти точки?
 - б) Сколько существует различных треугольников с вершинами в этих точках?
2. Для посещения театра закуплено 12 билетов в один ряд партера. Сколькими способами можно распределить эти билеты между шестью мужчинами и шестью женщинами, так чтобы два мужчины или две женщины не сидели бы рядом?
3. Сколькими способами можно распределить уроки в шести классах между тремя учителями, если каждый учитель будет преподавать в двух классах?

4. Сколькими различными способами можно выбрать из 15 человек делегацию в составе четырёх человек?
5. Сколько сигналов можно подать пятью различными флажками, поднимая их в любом количестве и в произвольном порядке?
6. Сколько различных музыкальных фраз можно составить из 6 нот, если не допускать в одной фразе повторения звуков?
7. У Вани 5 красных и 7 белых фишек, а у Нади – 7 красных и 5 белых. Ваня и Надя выкладывают на стол по 6 фишек каждый. Сколькими способами можно в выложенных 12 фишках получить по 6 красных и белых?
8. Имеется 5 разноцветных фишек, из которых выбирают и выкладывают в ряд три фишки. Сколько существует различных комбинаций из трех последовательно выложенных фишек? Сколько будет комбинаций, если одна из фишек имеет уже определенный (один из пяти) цвет?

Типовой расчет. «Графы».

Вариант 1.

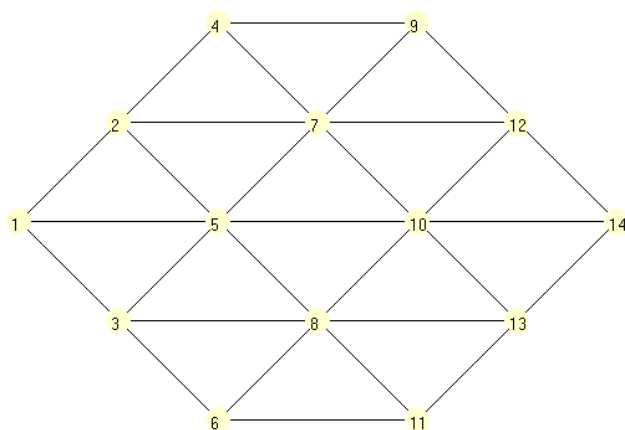
1. Какие из данных графов изоморфны, а какие нет. Обоснуйте.

	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1
2	0	0	1	1	1	1	0	1	2	1	0	1	1	1	0	0	1	2	0	0	1	1	1	1	0	1
3	1	1	0	1	0	0	0	1	3	0	1	0	0	1	1	1	0	3	1	1	0	1	0	1	0	0
4	1	1	1	0	0	0	1	0	4	1	1	0	0	0	1	0	1	4	1	1	1	0	0	0	1	0
5	1	1	0	0	0	1	1	0	5	0	1	1	0	0	1	1	0	5	1	1	0	0	0	0	1	1
6	1	1	0	0	1	0	1	0	6	1	0	1	1	1	0	0	1	6	1	1	1	0	0	0	1	0
7	0	0	0	1	1	1	0	0	7	0	0	1	0	1	0	0	1	7	0	0	0	1	1	1	0	0
8	1	1	1	0	0	0	0	0	8	0	1	0	1	0	1	1	0	8	1	1	0	0	1	0	0	0

2. Планарные ли графы. Если да, то постройте плоскую укладку, в которой вершина 2 принадлежит внешней грани. Если нет, то укажите почему.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1
2	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
4	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
5	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
6	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	6	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	7	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
8	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	8	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	9	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
10	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	10	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0

3. Дан взвешенный граф. Найдите его покрывающее дерево максимального веса.
4. Дан взвешенный граф. Найдите покрывающее дерево кратчайших маршрутов.
5. Дана двухполюсная сеть. Найдите поток максимальной мощности, считая началом дуги вершину с меньшим номером.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	5	3	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	5	0	0	3	6	0	7	0	0	0	0	0	0	0
3	3	0	0	0	3	2	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	3	0	0	0	0	4	0	1	0	0	0	0	0
5	2	6	3	0	0	0	7	7	0	3	0	0	0	0
6	0	0	2	0	0	0	0	6	0	0	2	0	0	0
7	0	7	0	4	7	0	0	0	4	2	0	1	0	0
8	0	0	1	0	7	6	0	0	0	5	3	0	2	0
9	0	0	0	1	0	0	4	0	0	0	0	5	0	0
10	0	0	0	0	3	0	2	5	0	0	0	3	6	1
11	0	0	0	0	0	2	0	3	0	0	0	0	3	0
12	0	0	0	0	0	0	1	0	5	3	0	0	0	4
13	0	0	0	0	0	0	0	2	0	6	3	0	0	2
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4	2	0

Вопросы к зачету

- 1) Множества. Способы задания множеств.
- 2) Операции над множествами. Диаграмма Эйлера-Венна.
- 3) Прямое произведение множеств. Декартов квадрат множества.
- 4) Разбиения множеств и их свойства. Сравнение разбиений. Произведение разбиений.
- 5) Отношения. Основные определения. Классификация отношений. Отношение эквивалентности.
- 6) n-местные отношения в реляционных базах данных.
- 7) Основные комбинаторные правила.
- 8) Перестановки. Число перестановок. Вывод формулы для числа перестановок.
- 9) Размещения. Число размещений. Вывод формулы для числа размещений.
- 10) Сочетания. Число сочетаний. Вывод формулы для числа сочетаний.
- 11) Перестановки с кратностями. Число перестановок с кратностями. Вывод формулы для числа перестановок с кратностями.
- 12) Размещения с повторениями. Число размещений с повторениями. Вывод формулы для числа размещений с повторениями.
- 13) Сочетания с повторениями. Число сочетаний с повторениями. Вывод формулы для числа сочетаний с повторениями.
- 14) Биномиальная теорема.
- 15) Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
- 16) Полиномиальная теорема. Обобщение треугольника Паскаля для многомерного пространства.
- 17) Числа Фибоначчи, их свойства.
- 18) Формула включений и исключений.
- 19) Карта Карно.

- 20) Графы. Основные определения: псевдограф, мультиграф, граф, ориентированные и неориентированные графы, подграф.
- 21) Способы задания графов. Матрицы графов. Операции над графами и матрицами.
- 22) Путь, простой путь, цепь, контур, цикл. Связность, бисвязность, сильная связность.
- 23) Деревья и леса. Остовное дерево. Свойства деревьев.
- 24) Укладка графа в трехмерное пространство.
- 25) Плоский и планарный граф. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Критерий планарности графа.
- 26) Теорема Эйлера для плоского графа, сферической укладки графа и выпуклых многогранников.
- 27) Экстремальные задачи на графах: остовное дерево минимальной длины, дерево кратчайших путей, остовное дерево минимального/максимального веса.
- 28) Сетевое планирование и поиск критического пути.
- 29) Паросочетания в двудольных графах. Теорема о максимальном паросочетании.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии—обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Корпоративная сеть и корпоративная электронная почта БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования www.i-exam.ru»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий;

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ ИЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Основная литература

1. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения/ Я.М. Ерусалимский – М.: «Вузовская книга», 2000. – 280с. (6 экз.)

2. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для вузов / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 193 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07065-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489360>.
3. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 383 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00228-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489055>.
4. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489165>.

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
2. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. Сайт МЦНМО. – Режим доступа: [MCCME: Moscow Center for Continuous Mathematical Education](http://mccme.ru/)

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт» <https://urait.ru/>
2. Polpred.com Обзор СМИ/Справочник <http://polpred.com/news>.

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях, оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice, Matlab, DrWeb antivirus.

Разработчик: Федорищев Б.Г. ст. преподаватель

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2025/2026 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2025/2026 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «21» мая 2025 г.).