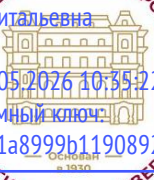


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вероника Битальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.05.2026 10:55:22
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e576551a8999b1190892a753989420420336ffbf573a434e57789

	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины

УТВЕРЖДАЮ

декан факультета

физико-математического

образования и технологии

ФГБОУ ВО «БГПУ»



Н.В.Слесаренко

«03» сентября 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины
ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

**Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль
«ИНФОРМАТИКА»**

**Профиль
«МАТЕМАТИКА»**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята
на заседании кафедры физического и
математического образования
(протокол № 9 от «24» мая 2024 г.)**

Благовещенск 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ).....	4
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	6
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	9
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	16
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	17
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	17
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	18
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ.....	19

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: разделы дифференциальное и интегральное исчисления имеют большое значение для подготовки будущих учителей математики, так как позволяет углубить и обобщить знания студентов по дифференциальному и интегральному исчислению. Целью дисциплины является обобщение и систематизация знаний, относящихся к дифференциальному и интегральному исчислениям, формирование умений и навыков их применения при решении задач. В соответствии с поставленной целью в программе реализуются следующие задачи:

- развитие умений решать задач с использованием производной;
- развитие умений вычислять геометрические и физические величины, применяя определенный интеграл.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Элементы математического анализа в профильной школе» относится к дисциплинам по выбору части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1 (Б1.В.03.ДВ.01.02).

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: ПК-2:

- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; **индикатором** достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- **знать:**
 - перечень, содержание тем и задач математического анализа профильного школьного уровня математики 10 – 11 классов;
- **уметь:**
 - решать задачи, относящиеся к математическому анализу, профильного школьного уровня математики 10 – 11 классов;
- **владеть:**
 - различными приёмами и методами решения задач математического анализа, предлагаемыми в профильной школе в 10 – 11 классах;
 - методами анализа задачи, построения решения и интерпретации ответов;
 - приёмами оформления решений.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Элементы математического анализа в профильной школе» составляет 2 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (72 часа):

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 10
Общая трудоемкость	72	72
Аудиторные занятия	36	36
Лекции	14	14
Практические занятия	22	22
Самостоятельная работа	36	36
Вид итогового контроля	-	зачёт

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 Очная форма обучения

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	<i>Приложения дифференциального исчисления</i>	32	6	10	16
	Тема 1. Приложения производной	18	4	6	8
	Тема 2. Элементы дифференциальной геометрии	14	2	4	8
2.	<i>Приложения интегрального исчисления</i>	40	8	12	20
	Тема 1. Геометрические приложения определенного интеграла	12	2	4	6
	Тема 2. Физические приложения определенного интеграла	16	4	4	8
	Тема 3. Приложения определенного интеграла в естествознании и экономике	12	2	4	6
Зачёт					
ИТОГО		72	14	22	36

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Приложения дифференциального исчисления	Практическое занятие	Работа по группам	4
2.	Приложения интегрального исчисления	Практическое занятие	Работа по группам	6
ИТОГО				10

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

Раздел I. Приложения дифференциального исчисления.

Тема 1. Приложения производной: понятие приращения функции, производная функции, её геометрический и механический смысл, уравнения касательной и нормали к графику функции в точке, дифференцируемость функции, дифференциал функции, его геометрический смысл, применение дифференциала функции в приближённых вычислениях, производная и доказательство неравенств, бином Ньютона и его применения в приближённых вычислениях, производные высших порядков, формулы Тейлора и её применение в приближённых вычислениях.

Тема 2. Элементы дифференциальной геометрии: векторные функции; длина кривой; кривизна кривой.

Раздел II. Приложения интегрального исчисления.

Тема 1. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской области; длина кривой; объем тела вращения; площадь поверхности вращения.

Тема 2. Физические приложения определенного интеграла: работа переменной силы; давление на пластинку, погруженную вертикально в жидкость; статические моменты и координаты центра тяжести; момент инерции.

Тема 3. Приложения определенного интеграла в естествознании и экономике: численность популяций; биомасса популяций; средняя длина пробега; приложения определенного интеграла в экономике.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая учебная программа призвана помочь студентам физико-математического факультета в организации самостоятельной работы по освоению дисциплины «Элементы математического анализа в профильной школе». Процесс обучения указанной дисциплине преследует следующие цели:

- ознакомить студентов с перечнем учебной литературы, содержанием тем, перечнем и формулировками задач, относящихся к математическому анализу, предлагаемых для изучения в курсе математики профильной школы в 10 – 11 классах,
- рассмотреть методы решения задач, предлагаемых в учебниках, дидактических материалах, контрольно-измерительных материалах, относящихся к математическому анализу курса математики профильной школы,
- в комплексе с другими математическими дисциплинами продолжить развитие математической культуры логических рассуждений и правильной устной и письменной математической речи.

В результате изучения дисциплины студент **должен иметь представление** о месте и роли математического анализа в школьном курсе математики профильной школы; **должен знать** основные понятия, теоремы курса, виды моделей и способы их построения, предлагаемые этой дисциплиной, методы решения основных типов задач; **должен уметь** решать и оформлять задачи.

Рабочая учебная программа содержит учебную программу дисциплины, составленную в учете учебного плана данного направления подготовки, разработанного БГПУ. Согласно учебного плана организация учебной деятельности по дисциплине «Элементы математического анализа в профильной школе» предусматривает следующие формы: лекция, практическое занятие, самостоятельная работа, домашняя контрольная работа. Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с литературой.

Теоретический материал курса представлен в содержании программы с указанием рассматриваемых вопросов.

Учебно-методические материалы по подготовке к практическим занятиям содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для самостоятельной работы, при желании студент может, рассмотрев учебную литературу и решив задачи, предлагаемые в школьных учебниках и дидактических материалах, самостоятельно подготовиться к сдаче зачёта.

В рабочей программе представлены примерный вариант домашней контрольной работы, которые позволяет проверить уровень усвоения изученного материала, вопросы зачёта.

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

–регулярную (еженедельную) работу по изучению теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованной литературе;

–регулярную (еженедельную) подготовку к практическим занятиям, в том числе выполнение домашних заданий;

–решение задач домашней контрольной работе.

В качестве образца решения задач следует брать те решения, которые приводились преподавателем на лекциях или выполнялись на практических занятиях.

Подготовку к зачету наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Приложения дифференциального исчисления	Подготовка к практическим занятиям: выполнение домашнего задания и I части индивидуального домашнего задания	16
2.	Приложения интегрального исчисления	Подготовка к практическим занятиям: выполнение домашнего задания и II части индивидуального домашнего задания	20
	ИТОГО		36

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Раздел I. Приложения дифференциального исчисления

Практическое занятие 1. Приращение функции. Производная функции, её геометрический и механический смысл. Касательная и нормаль к графику функции

План.

Решение задач по группам с докладом решений у доски.

1. Текстовые задачи на нахождение приращения функции.
2. Задачи на геометрический смысл производной.
3. Задачи, в которых требуется составить уравнение касательной или нормали к графику функции.

Литература: [2] стр. 154 – 213; [4] стр. 163 – 221, 273 – 281, 313 – 316; [5] стр. 81 – 97.

Практическое занятие 2. Дифференциал функции, его приложения в приближенных вычислениях. Применение производной при доказательстве неравенств

План.

Решение задач по группам с докладом решений у доски.

1. Задачи, в которых требуется найти производную, дифференциал функции.
2. Приближенное вычисление значений функции, применяя геометрический смысл дифференциала функции.
3. Задачи на доказательство неравенств с применением производной.

Литература: [2] стр. 154 – 213; [4] стр. 163 – 221, 273 – 281, 313 – 316; [5] стр. 81 – 97.

Практическое занятие 3. Формула Тейлора, её применение в приближенных вычислениях

План.

1. Разложить функцию в ряд Тейлора.
2. Оценить абсолютную погрешность вычисления значения функции с применением формулы Тейлора.
3. Применяя формулу Тейлора, найти приближенное значение определенного интеграла, оценить погрешность вычисления.

Решение задач по группам.

Литература: [2] стр. 154 – 213, 237 – 245; [4] стр. 163 – 221, 273 – 281, 313 – 316; [5] стр. 55 – 70, 81 – 97.

Практическое занятие 4. Элементы дифференциальной геометрии: векторные функции

План.

1. Задан вектор – функция. Найти годограф.
2. Вычислить предел вектор – функции.
3. Найдите единичный касательный вектор годографа вектор-функции.
4. Найдите производную скалярного произведения векторов.
5. Дано уравнение движения. Определите траекторию и скорость движения.
6. Напишите уравнения касательной и нормальной плоскости в кривой, заданной вектор – функцией в точке.
7. Найдите скорость и ускорение материальной точки M , движущейся с постоянной угловой скоростью по некоторой кривой.

Литература: [2] стр. 154 – 213, 259 – 283; [4] стр. 163 – 221, 273 – 281, 313 – 316; [5] стр. 81 – 97.

Практическое занятие 5. Длина кривой; кривизна кривой

План.

Решение задач по группам с отчетом у доски.

1. К годографу линии
 - а) найдите уравнение касательной прямой и нормальной плоскости в заданной точке;
 - б) докажите, что касательная к линии образует постоянный угол с осью аппликат;
 - в) запишите натуральное уравнение линии;
 - г) найдите дифференциал длины дуги.
2. Вычислите кривизну кривой в точке.
3. Найдите радиус кривизны.
4. Найдите координаты центра кривизны кривой
5. Найдите эволюту.
6. Составьте уравнение эволюты

Литература: [2] стр. 154 – 213, 259 – 283; [4] стр. 163 – 221, 273 – 281, 313 – 316; [5] стр. 81 – 97.

После занятия сдать I часть домашней контрольной работы.

Раздел II. Приложения интегрального исчисления

Практическое занятие 6, 7. Геометрические приложения определенного интеграла: площадь плоской области, длина кривой; объем тела вращения; площадь поверхности вращения

План.

Решение задач по группам, с докладом решений у доски.

1. Вычисление площади фигуры на плоскости в различных случаях задания кривой.
2. Вычисление длины дуги кривой в различных случаях задания кривой.

3. Вычисление объёма тела вращения.
 4. Вычисление площади поверхности вращения.
- Литература: [2] стр. 245 – 252; [5] стр. 43 – 50; [9] стр. 5 – 49.

Практическое занятие 8, 9. Физические приложения определенного интеграла: работа переменной силы; давление на пластинку, погруженную вертикально в жидкость, статические моменты и координаты центра тяжести; момент инерции

План.

Решение задач по группам с обзором у доски.

1. Работа, совершаемая переменной силой.
2. Сила давления.
3. Статические моменты и координаты центра тяжести.
4. Моменты инерции.

Литература: [2] стр. 245 – 252; [5] стр. 43 – 50; [9] стр. 49 – 110.

Практическое занятие 10, 11. Приложения определенного интеграла в естествознании: численность популяций, биомасса популяций. Приложения определенного интеграла в экономике

План.

1. Выступления студентов с докладами по темам:
 - «Вычисление численности популяции с помощью определенного интеграла»,
 - «Вычисление биомассы популяции с помощью определенного интеграла»,
 - «Вычисление средней длины пробега»,
 - «Применение определенного интеграла в медицине».
2. Решение экономических задач (по группам).

Литература: [2] стр. 252 – 283.

После занятия сдать II часть домашней контрольной работы.

Литература:

1. Ахтямов, А.М. Математика для социологов и экономистов : учеб. пособие для студ. вузов / А.М. Ахтямов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 462 с. (14 экз.)
2. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326 с. (16 экз.)
3. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Решение типичных и трудных задач : учеб. пособие / Г.Н. Берман. - 3-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2007. - 604 с. (1 экз.)
4. Виленкин, Н.Я. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учеб. пособие для уч-ся шк. и кл. с углубл. изуч. Математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев – Мусатов, С.И. Шварцбург. – М.: Просвещение, 1995. – 335 с. (3 экз.)
5. Виленкин, Н.Я. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учеб. пособие для уч-ся шк. и кл. с углубл. изуч. Математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев – Мусатов, С.И. Шварцбург. – М.: Просвещение, 1996. – 288 с. (1 экз.)
6. Ивлев, Б.М. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс / Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбург. – М.: Просвещение, 2008. – 176 с.
7. Ивлев, Б.М. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 11 класс / Б.М. Ивлев, С.М. Саакян, С.И. Шварцбург. – М.: Просвещение, 2002. – 192 с.
8. Крамор, В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. – М.: Просвещение: Владос, 1994. – 415 с. (1 экз.)
9. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: учеб. пособие для студ. вузов / А. С. Якшина ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГБОУ ВПО БГПУ. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014. – 171 с. (21 экз.)

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ПК-2	Домашняя контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 85-100 %

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является в I, II, III семестрах экзамен, в IV и V семестрах – зачёт.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания домашней контрольной работы

Оценка «отлично» ставится, если студент:

1. выполнил работу без ошибок и недочетов;
2. допустил не более одного недочета.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней:

1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета;
2. или не более двух недочетов.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил:

1. не более двух грубых ошибок;
2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета;
3. или не более двух-трех негрубых ошибок;
4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов;
5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент:

1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3»;
2. или если правильно выполнил менее половины работы.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок, показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков. Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; не сформированы компетенции, умения и навыки.

6.3 Оценочные средства для проверки уровня сформированности компетенции ПК-2:

Тест содержит следующие типы заданий

Тип задания	№ задания	Вес задания (балл)	Результат оценивания (баллы, полученные за выполнение задания / характеристика правильности ответа)
задания закрытого типа с выбором одного правильного (1 из 4)	1, 2, 3, 5	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором одного правильного ответа по схеме: «верно»/ «неверно»	4	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов (3 из 6)	6, 7	2 балла	2 б – полное правильное соответствие (последовательность вариантов ответа может быть любой); 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания закрытого типа на установление соответствия (4 на 4)	8, 9	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задание закрытого типа на установление последовательности	10, 11	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания открытого типа с кратким ответом	12, 13,	3 балла	3 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи.
задания открытого типа с развернутым ответом	14, 15	5 баллов	5 б – полное правильное соответствие; если допущена одна ошибка/неточность / ответ правильный, но не полный - 3 балла; если допущено более одной ошибки / ответ неправильный / ответ отсутствует – 0 баллов

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
ПК-2. Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рам-	• ПК-2.1 Знает концептуальные и теоретические основы профильных предметов, их место в системе наук и ценностей, историю развития и современное состояние.

ках программ основного общего и среднего общего образования;	• ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.
--	---

Задание 1. Ученик при решении задачи на нахождение уравнения касательной к графику функции $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 1$ записал следующее:

«1) найдем производную $f'(x) = 2x$,

2) вычислим значение производной в точке касания: $f'(x) = 2x$. Это угловой коэффициент k касательной,

3) уравнение прямой с угловым коэффициентом k , проходящей через точку $(x_0; f(x_0))$, имеет вид: $y = kx + b$,

4) подставим координаты точки $(1; 1)$: $1 = 2 \cdot 1 + b$, откуда $b = -1$,

5) уравнение касательной: $y = 2x - 1$.»

В каком шаге решения допущена **концептуальная ошибка**, связанная с непониманием теории, применяемой при решении задачи?

Варианты ответов:

1. В шаге 1, так как производная функции $f(x) = x^2$ равна $2x$ только при $x > 0$.
2. В шаге 2, так как значение производной в точке не является угловым коэффициентом.
3. В шаге 3, так как используется неверный общий вид уравнения касательной.
4. В шаге 4, так как для нахождения коэффициента b необходимо решить систему двух уравнений.

Ответ: 3.

Задание 2. Какое из приведенных ниже утверждений **верно** отражает фундаментальное свойство определённого интеграла, связывающее его с первообразной?

Варианты ответов:

1. Определённый интеграл от функции на отрезке равен произведению длины этого отрезка на среднее значение функции.

2. Если функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$, то

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

3. Определённый интеграл от непрерывной функции всегда положителен.

4. Интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от этих функций, только если функции монотонны.

Ответ: 2.

Задание 3. Для нахождения работы силы $F(x) = x^2 - 3x + 1$ по перемещению тела из точки $x = 0$ в точку $x = 3$ необходимо вычислить определённый интеграл. Какое из приведенных ниже выражений верно и физически обоснованно представляет собой модель для решения этой задачи?

Варианты ответов:

1) $A = F(0) - F(3)$, так как работа – это разность значений силы в начальной и конечной точках;

2) $A = \int_0^3 F'(x) dx = \int_0^3 (x^2 - 3x + 1)' dx$, так как работа связана с изменением силы, то есть с производной силы на отрезке $[0; 3]$;

3) $A = \int_0^3 F(x) dx = \int_0^3 (x^2 - 3x + 1) dx$, так как работа переменной силы на отрезке пути численно

равна определённому интегралу от силы по перемещению;

4) $A = F(2) \cdot 2$, так как при постоянной силе работа равна силе, умноженной на путь, и в данном случае нужно взять максимальное значение силы на отрезке.

Ответ: 3.

Задание 4. Верно ли утверждение: «Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, непрерывных на отрезке $[a; b]$ и удовлетворяющих неравенству

$$f(x) \leq g(x), \text{ вычисляется по формуле } S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx \text{.} \gg$$

Ответ: верно.

Задание 5. Верно ли утверждение: «Уравнение нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0; f(x_0))$ имеет вид $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ ».

Варианты ответа:

1) верно;

2) неверно.

Ответ: 2.

Задание 6. Какие три из следующих шести утверждений о определённом интеграле являются верными с точки зрения классического математического анализа?

Варианты ответов:

1) определённый интеграл от непрерывной на отрезке функции всегда существует;

2) если функция не ограничена на отрезке, то определённый интеграл от этой функции на этом отрезке существует;

3) определённый интеграл численно равен площади криволинейной трапеции только когда подынтегральная функция неотрицательна;

4) формула Ньютона – Лейбница применима к любой функции, имеющей первообразную;

5) при замене переменной в определённом интеграле обязательно нужно менять пределы интегрирования;

6) определённый интеграл от суммы функций равен сумме определённых интегралов от этих функций.

Ответы: 1, 5, 6.

Задание 7. Какие три из следующих шести утверждений о дифференцируемой функции являются верными?

Варианты ответов:

1) если функция имеет производную в точке, то она непрерывна в этой точке;

2) функция $y = |\arcsin x|$ дифференцируема в $x = 0$;

3) геометрический смысл производной – угловой коэффициент касательной, построенной к графику функции в точке;

4) физический смысл производной – мгновенная скорость изменения функции в точке;

5) дифференциал функции равен приращению функции в точке;

6) правило Лопиталя применимо только к непрерывным функциям.

Ответы: 1, 3, 4.

Задание 8. Установите соответствие между понятиями и их определениями.

Понятия:

1. Производная функции в точке.
2. Определённый интеграл от функции на отрезке.
3. Дифференциал функции в точке.
4. Касательная к графику функции в точке.

Определения:

- А) Предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.
- Б) Прямая, представляющая предельное положение секущих, проведённых через данную точку графика функции и другую точку графика, когда вторая точка стремится к первой.
- В) Главная линейная часть приращения функции.
- Г) Конечный предел интегральных сумм при стремлении диаметра разбиения отрезка к нулю, если он существует и не зависит ни от выбора разбиения, ни от выбора опорных точек.
- Д) Функция, производная которой равна исходной функции.

Ответ:

1	2	3	4
А	Г	В	Б

Задание 9. Установите соответствие между методами математического анализа и типовыми задачами, в которых они применяются.

Методы:

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Правило Лопиталя.
3. Метод замены переменной в интеграле.
4. Геометрический смысл производной.

Задачи:

- А) Нахождение углового коэффициента касательной к кривой в заданной точке.
- Б) Вычисление работы переменной силы на отрезке пути.
- В) Раскрытие неопределённостей видов $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ при вычислении пределов.
- Г) Вычисление площади криволинейной трапеции через первообразную.
- Д) Упрощение сложного интеграла сведением его к табличному виду.

Ответ:

1	2	3	4
Г	В	Д	А

Задание 10. Установите правильную последовательность этапов полного исследования функции $y = f(x)$ и построения её графика.

Элементы последовательности:

- 1) найти область определения функции;
- 2) найти производную функции первого порядка, найти интервалы монотонности, точки экстремума функции;
- 3) найти наклонные асимптоты графика функции;
- 4) найти точки пересечения графика функции с осями координат и промежутки знакопостоянства;
- 5) найти вторую производную и исследовать функцию на выпуклость/вогнутость и точки перегиба;
- 6) построить график, используя полученные данные, и указать множество значений функции;
- 7) исследовать чётность / нечётность функции;
- 8) исследовать периодичность функции;

9) исследовать непрерывность функции, точки разрыва, если они есть, указать вертикальные асимптоты графика функции.

Ответ: 147892536.

Задание. 11. Установите правильную логическую последовательность решения физической задачи: «найти работу переменной силы, действующей в направлении оси Ox на отрезке».

Элементы последовательности:

1) записать формулу для работы переменной силы: $A = \int_a^b F(x) dx$;

2) определить пределы интегрирования a и b ;

3) выразить силу $F(x)$, как функцию от координаты;

4) вычислить определенный интеграл;

5) сформулировать ответ с указанием единиц измерения;

6) проверить размерность полученного результата.

Ответ: 321456.

Задание 12. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{19^x}{\ln 19} - 25x + 7 \text{ в точке с абсциссой } x = 1.$$

Ответ: -6.

Задание 13. Прямая касается графика функции $f(x) = \frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $-\frac{1}{3}$. Найдите

площадь треугольника, ограниченного осями координат и этой прямой.

Ответ: 2.

Задание 14. График первообразной для функции $f(x) = 16^x \ln 16 - 2 \cdot 4^x \ln 4$ пересекает ось ординат в точке $(0; -9)$. В какой точке он пересекает ось абсцисс?

Ответ: $(1; 0)$, или $(1, 0)$, или $(1;0)$, или $(1,0)$.

Задание 15. Объясните причину по которой $F(1) > F(7)$, если $F(x)$ - первообразная для функции $f(x) = -\log_5(5x + 3)$.

Ответ: функция убывает.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Домашняя контрольная работа

Вариант 1

Часть I.

1. Касательная к графику функции $f(x) = \frac{19^x}{\ln 19} - 25x + 7$ параллельна прямой $y = -7$.

Найдите абсциссу точки касания.

2. Материальная точка движется по закону $x(t) = t - e^{4-t} + 41$. С какого момента времени её скорость будет меньше 2?

3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = \frac{\sqrt[30]{11}}{\sqrt[5]{x}}$ в точке его пересечения с графиком функции $g(x) = \frac{\sqrt[30]{5}}{\sqrt[6]{x}}$.
4. Найдите дифференциал функции:
- а) $f(x) = \frac{7x+3}{x^4+3x^3-79x}$; б) $f(x) = \left(\sqrt[4]{x} - \frac{6}{x^2}\right)^7$; в) $f(x) = \frac{4e^x - e^{-x}}{3}$.
5. Вычислите приближенно значения:
- а) $\left(\sqrt{4,000008} - \sqrt{0,999996}\right)^{100}$; б) $\sin 32^\circ$.
6. Докажите, что при любом $\lambda \in [0; 1]$ выполняется неравенство $\left(\frac{a+\lambda b}{1+\lambda}\right)^4 \leq \frac{a^4 + \lambda b^4}{1+\lambda}$.
7. Напишите разложение функции $f(x) = \sqrt{1-2x+x^3} - \sqrt[3]{1-3x+x^2}$ по целым неотрицательным степеням x до члена x^2 .
8. Оцените абсолютную погрешность формулы: $\operatorname{tg} x \approx x + \frac{x^3}{3}$ при $|x| \leq 0,1$.
9. С помощью формулы Тейлора приближенно вычислите: $\sqrt[3]{250}$.
10. Вычислите $\cos 7^\circ$ с точностью до 10^{-5} .
11. Вычислите приближенно $\int_4^8 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}$ с точностью до 10^{-3} .
12. Найдите годограф вектор-функции: $\vec{r}(t) = (2t-1)\vec{i} + (2-3t)\vec{j} + 4t\vec{k}$, $t \in \mathbf{R}$.
13. Дано уравнение движения $\vec{r}(t) = 3t\vec{i} + (4t-t^2)\vec{j}$. Определите траекторию и скорость движения в момент $t = 0$.
14. Найдите единичный касательный вектор годографа вектор-функции $\vec{r}(t) = (2t-1)\vec{i} + (t^2+1)\vec{j} - (t^3+2)\vec{k}$ в точке $t = 0$.
15. Показать, что векторы $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{r}'(t)$ перпендикулярны.
16. Напишите уравнения касательной плоскости и нормальной плоскости в кривой $x = 4\sin^2 t$, $y = 4\sin t \cos t$, $z = 2\cos^2 t$ в точке $t = \frac{\pi}{4}$.
17. Найдите дифференциал длины дуги винтовой линии $\Gamma = \{x = 3\sin t, y = 3\cos t, z = 3t\}$
18. Вычислите кривизну кривой $x^2 + 9y^2 = 9$ в точке $A(3; 0)$.
19. Найдите радиус кривизны астроида $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$.
20. Найдите координаты центра кривизны кривой $y = \sin x$ в точке $M\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$.
21. Составьте уравнение эволюты кривой $y = x^3$.

Часть II.

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми:

- 1) $y = x$, $y = 8 - x$, $y = x^2 - 8x + 18$, $y = 0$;
- 2) эллипсом $x = \sqrt{3} \cos t$, $y = \sqrt{2} \sin t$, если $0 \leq x \leq 3$, $-\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$ (фигура – внешняя по отношению к кривой);

- 3) кардиоидой $r = 1 + \cos \varphi$ и лучами $\varphi = \frac{\pi}{6}$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$.
2. Найти периметр фигуры, ограниченной следующими кривыми:
- 1) $y = \frac{1}{\pi} \operatorname{ch} \pi x$, $y = \frac{2}{\pi} - \frac{1}{\pi} \operatorname{ch} \pi x$;
 - 2) окружностью $x = \cos t$, $y = \sin t$ и прямыми $x = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{2} - x$;
 - 3) логарифмическими спиралями $r = e^{\varphi}$, если $\varphi \geq 0$, $r = e^{-\varphi}$, если $\varphi \leq 0$ (фигура ограничена спиралями до точки их первого пересечения);
3. Найти объём и площадь поверхности вазы, полученной при вращении вокруг вертикальной оси фигуры, образованной кривыми $y = x^2 - 2$, $y = 0$, $y = 7$, считая, что поверхность вазы абсолютно тонкая.
4. Найти объём и площадь поверхности тела, полученного при вращении фигуры вокруг а) оси Ox , б) полярной оси, ограниченной кривыми:
- 1) первой аркой циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ и прямой $y = 1$, если $y \geq 1$;
 - 2) лемнискатой Бернулли $r^2 = 4 \cdot \cos 2\varphi$.
5. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду, наполняющую резервуар, ограниченный конусом $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ и плоскостью $z = 1$.
6. Найти координаты центра тяжести однородной кривой L , если кривая L состоит из дуг кривых, заданных явно уравнениями: $y = x^2$, $y = 1$.

Программа зачёта

1. Производная, её геометрический и механический смысл.
2. Таблица производных, правила дифференцирования.
3. Уравнения касательной и нормали к графику функции в точке.
4. Дифференциал, его геометрический смысл, его применения в приближённых вычислениях.
5. Применение производной при доказательстве неравенств.
6. Бином Ньютона и его применение в приближённых вычислениях.
7. Формула Тейлора, её применения в приближённых вычислениях.
8. Векторные функции.
9. Длина кривой.
10. Кривизна кривой.
11. Геометрические приложения определенного интеграла.
12. Физические приложения определенного интеграла.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Ахтямов, А.М. Математика для социологов и экономистов : учеб. пособие для студ. вузов / А.М. Ахтямов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 462 с. (14 экз.)
2. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для студ. вузов / И.И. Баврин. - 3-е изд., стер. - М.: Академия, 2003. - 611 с. (55 экз.)
3. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326 с. (16 экз.)
4. Вернер, А.Л. Геометрия. Ч.2: Учеб. пособие для физико-мат. факультетов пед. ин-тов / Вернер А.Л., Кантор Б.Е. - СПб.: Спец.лит., 1997. - 316 с. (23 экз.)
5. Вся высшая математика: учебник для студ. вузов / авт. М.Л. Краснов, авт. А.И. Киселев, авт. Г. И. Макаренко, авт. Е.В. Шикин, авт. В.И. Заляпин. - 2-е изд., испр. - М.: УРСС, 2004 - Т.2. - 2-е изд., испр. - 187 с. (20 экз.)
6. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч.: [учеб. пособие для вузов]. Ч. 1 / П.Е. Данко [и др.]. - 6-е изд. - М.: Оникс : Мир и Образование, 2007. - 303 с. (16 экз.)
7. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч.: [учеб. пособие для вузов]. Ч. 2 / П.Е. Данко [и др.]. - 6-е изд. - М.: Оникс: Мир и Образование, 2007. - 415 с. (16 экз.)
8. Ильин, В.А. Высшая математика: учебник для студ. вузов, обуч. по направлениям "Экономика", "Менеджмент", "Статистика" и др. / В.А. Ильин, Куркина А.В. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Проспект: МГУ, 2004. - 591 с. (10 экз.)
9. Кричевец, А.Н. Математика для психологов: Учебник / А.Н. Кричевец. - М. : Флинта: МПСИ, 2003. - 371 с. (13 экз.)
10. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - 4-е изд. - М.: Айрис Пресс, 2006. - 602 с. (16 экз.)
11. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: учеб. пособие для студ. вузов / А.С. Якшина ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГБОУ ВПО БГПУ. - Благовещенск : Изд-во БГПУ, 2014. - 171 с. (21 экз.)
12. Математический анализ. Вещественные числа и последовательности: учебное пособие для среднего профессионального образования / И. В. Садовнича, Т. Н. Фоменко, Е. В. Хорошилова, В. А. Ильин; под общей редакцией В. А. Ильина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 109 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08472-6. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515327>
13. Любецкий, В. А. Элементарная математика с точки зрения высшей. Основные понятия: учебное пособие для вузов / В. А. Любецкий. — 3-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10421-9. — Текст:

электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. —
URL: <https://urait.ru/bcode/517029>

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронная библиотека образовательных и научных изданий Iqlib. – Режим доступа: <http://www.iqlib.ru/>
2. Интернет-библиотека СМИ. – Режим доступа: <https://www.public.ru/>
3. Электронная библиотека – Режим доступа: <https://book.ru/>
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
5. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа: <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером(рами) с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, коммутатором для выхода в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ, в лаборатории психолого-педагогических исследований и др.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus и т.д.

Разработчик: Якшина А.С., кандидат физико-математических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2025/2026 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2025/2026 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «21» мая 2025 г.).