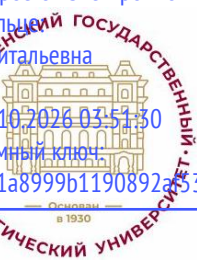
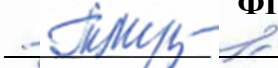


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вера Михайловна
Должность: Ректор
Дата подписания: 22.10.2026 03:51:30
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e57551a8999b119089265398942042030000175a454e57789775

	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины

УТВЕРЖДАЮ
Декан
физико-математического факультета
ФГБОУ ВО «БГПУ»
 **Т.А. Мередилина**
«24» мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

**Направление подготовки
02.03.03 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И
АДМИНИСТРИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

**Профиль
ТЕХНОЛОГИЯ ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры
физического и математического
образования
(протокол № 9 от «24» мая 2023 г.)**

Благовещенск 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	4
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)	9
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	11
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	14
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	45
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	80
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	80
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	81
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	81
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ	83

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: формирование систематических знаний в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках. Изучение предмета дает возможность получить базовую фундаментальную подготовку по избранному направлению подготовки.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 (Б1.О.15).

Для освоения дисциплины используются знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов «Математика», «Информатика» в общеобразовательной школе.

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: ОПК-1, ПК-1, ПК-2:

- **ОПК-1.** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, **индикаторами** достижения которой является:

- ОПК-1.1 – **обладает** базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук;
- ОПК-1.2 – **умеет** использовать их в профессиональной деятельности;
- ОПК-1.3 – **имеет** навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

- **ПК-1.** Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий, **индикаторами** достижения которой является:

ПК-1.1 – **обладает** базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.

- **ПК-2.** Способность проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности:

- ПК-2.1 – **знает** принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках;
- ПК-2.2 – **умеет** решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой;
- ПК-2.3 – **имеет** практический опыт выступлений и научной аргументации и профессиональной.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- **знать:**

- основные понятия и методы математического анализа;

- **уметь:**

- применять математические методы при решении профессиональных задач повышенной сложности;

- решать типовые задачи по основным разделам курса, используя методы математического анализа;

- **владеть:**

- методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 14 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (504 часов):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4
Общая трудоемкость	504	108	144	180	72
Аудиторные занятия	240	66	54	80	40
Лекции	98	30	22	32	14
Практические занятия	142	36	32	48	26
Самостоятельная работа, написание курсовой работы	192	42	54	64	32
Вид контроля, экзамен	72		36	36	защита курсовой работы
Вид итогового контроля		Зачёт	Экзамен	Экзамен	Зачёт

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 Очная форма обучения

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоя- тельная работа, написание курсовой работы
			Лекции	Практические занятия	
1 семестр					
	Раздел I. Введение в анализ.	58	18	20	20
1.	Действительные числа.	6	2	2	2
2.	Функции.	12	4	4	4
3.	Предел.	30	10	10	10
4.	Непрерывность функции.	10	2	4	4
	Раздел II. Дифференциаль- ное исчисление для функ- ций одной переменной.	50	12	16	22
1.	Производная и дифферен- циал.	24	6	8	10
2.	Основные теоремы диффе- ренциального исчисления и их приложения.	26	6	8	12

	Зачет				
	Итого 1 семестр	108	30	36	42
2 семестр					
	Раздел III. Ряды	44	10	12	22
1.	Числовые ряды.	22	4	4	14
2.	Функциональные ряды.	22	6	8	8
	Раздел IV. Интегральное исчисление для функций одной переменной.	64	12	20	32
1.	Неопределенный интеграл.	28	8	10	10
2.	Определенный интеграл.	16	2	4	10
3.	Приложения определенного интеграла.	20	2	6	12
	Экзамен	36			
	Итого 2 семестр	144	22	32	54
3 семестр					
	Раздел V. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных.	44	10	12	22
1.	Функции нескольких переменных.	16	4	4	8
2.	Дифференцируемые функции.	16	4	4	8
3.	Экстремумы функции нескольких переменных.	12	2	4	6
	Раздел VI. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных.	56	12	20	24
1.	Двойные и тройные интегралы.	22	4	10	8
2.	Некоторые применения кратных интегралов.	16	4	4	8
3.	Криволинейные интегралы.	18	4	6	8
	Раздел VII. Дифференциальные уравнения.	44	10	16	18
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	16	4	6	6
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	28	6	10	12
	Экзамен	36			

Итого 3 семестр		180	32	48	64
4 семестр					
	Раздел VIII. Элементы теории функций комплексной переменной.				
1.	Комплексные числа.	8	2	4	2
2.	Функции комплексной переменной.	12	2	4	6
3.	Основные элементарные функции	10	2	4	4
4.	Дифференцирование функций комплексной переменной.	12	2	4	6
5.	Интегрирование функций комплексной переменной	12	2	4	6
6.	Ряды в комплексной плоскости.	18	4	6	8
	Зачет				
	Защита курсовой работы				
Итого 4 семестр		72	14	26	32
ИТОГО		504	98	132	192

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1 семестр				
1.	Действительные числа.	пр	Групповая работа: «Решение уравнений и неравенств с модулем».	2
2.	Функции.	л	Круглый стол: «Доказательство свойств функции».	2
3.	Предел.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Предел функции».	2
4.	Предел.	пр	Групповая работа: «Доказательство второго замечательного предела».	2
5.	Непрерывность функции.	пр	Работа в малых группах «Исследование функции на непрерывность».	2

6.	Производная и дифференциал функции.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Производная».	2
7.	Производная и дифференциал функции.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Производная сложной функции».	2
8.	Производная и дифференциал функции.	пр	Работа в малых группах: «Вычисление производной функции».	2
9.	Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Исследование функции с помощью производной».	2
10.	Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения.	пр	Групповая работа: Тренинг 1 «Промежутки возрастания, убывания функции». Тренинг 2 «Промежутки выпуклости, вогнутости функции».	4
Итого 1 семестр				22
2 семестр				
1.	Числовые ряды.	пр	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Ряды».	4
2.	Функциональные ряды.	пр	Работа в малых группах: «разложение функции в степенной ряд. Приближенные вычисления с помощью рядов».	6
3.	Неопределенный интеграл.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Метод интегрирования по частям».	2
4.	Неопределенный интеграл.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Интегрирование дробно-рациональных функций».	4
5.	Приложения определенного интеграла.	л	Круглый стол: «Приложения определенного интеграла».	2
Итого 2 семестр				18

3 семестр				
1.	Функции нескольких переменных.	пр	Работа в малых группах: «Построение линий уровня»	2
2.	Двойные и тройные интегралы.	пр	Групповая работа: Вычисление двойных интегралов.	4
3.	Двойные и тройные интегралы.	пр	Групповая работа: Вычисление тройных интегралов.	4
4.	Некоторые применения кратных интегралов.	л	Круглый стол: «Приложения кратных интегралов».	4
5.	Криволинейные интегралы.	пр	Работа в малых группах: «Криволинейные интегралы 1 рода, 2 рода».	4
6.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Линейные дифференциальные уравнения первого порядка».	2
7.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	пр	Работа в малых группах: «Решение дифференциальных уравнений первого порядка методом изоклин».	2
13.	Дифференциальные уравнения высших порядков	л	Индивидуальная работа с применением интерактивного электронного обучающего ресурса Iskanderus eLearning: «Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части».	4
Итого 3 семестр				26
4 семестр				
1.	Комплексные числа.	л	Круглый стол: «Действия с комплексными числами».	2
2.	Функции комплексной переменной.	пр	Работа в малых группах: «Функции комплексной переменной».	2
3.	Основные элементарные функции	л	Круглый стол: «Свойства элементарные функции комплексной переменной».	2
4.	Дифференцирование функций комплексной переменной.	пр	Работа в малых группах: «Восстановление функции по мнимой или действительной части».	2
5.	Интегрирование функций комплексной переменной	пр	Работа в малых группах: «Интегрирование функции комплексной переменной».	2
6.	Ряды в комплексной плоскости.	пр	Работа в малых группах: «Ряд Лорана».	2
Итого 4 семестр				12
ИТОГО				78

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

РАЗДЕЛ I. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Тема 1. Действительные числа.

Множество действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел. Непрерывность множества действительных чисел. Ограниченные, неограниченные множества. Промежутки. Супремум и инфимум множества, их существование.

Тема 2. Функции.

Отображения. Действительная функция действительной переменной. Некоторые типы поведения функции. Сложная функция. Обратная функция.

Тема 3. Предел.

Предел функции в точке. Свойства функции, имеющей предел в точке. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и бесконечный предел. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел суммы, произведения, частного. Предельный переход в неравенствах. Предел сложной функции. Первый замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Второй замечательный предел.

Тема 2. Непрерывность функции.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Точки разрыва. Теоремы о промежуточном значении непрерывной функции. Ограниченность, достижение функцией наибольшего и наименьшего значений, непрерывность на отрезке. Элементарные функции.

РАЗДЕЛ II. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

Тема 1. Производная и дифференциал.

Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциалы высших порядков.

Тема 2. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения.

Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Выпуклость, вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций.

РАЗДЕЛ III. РЯДЫ

Тема 1. Числовые ряды.

Числовой ряд. Сходящиеся ряды. Остаток сходящегося ряда. Необходимое условие сходимости. Сравнение рядов. Признаки Даламбера и Коши. Понятие знакопеременного ряда, абсолютная и условная сходимости. Теоремы об остатке ряда. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.

Тема 2. Функциональные ряды.

Функциональный ряд. Область сходимости. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд. Приближенные вычисления с помощью рядов.

РАЗДЕЛ IV. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

Тема 1. Неопределенный интеграл.

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.

Тема 2. Определенный интеграл.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной.

Тема 3. Приложения определенного интеграла.

Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины гладкой дуги.

РАЗДЕЛ V. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.**Тема 1. Функции нескольких переменных.**

Понятие функции. График функции двух переменных. Предел и непрерывность.

Тема 2. Дифференцируемые функции.

Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3. Экстремумы функции нескольких переменных.

Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.

РАЗДЕЛ VI. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.**Тема 1. Двойной и тройной интегралы.**

Понятие двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Двойной интеграл в полярных координатах. Понятие тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Тема 2. Некоторые применения кратных интегралов.

Геометрические и физические приложения кратных интегралов.

Тема 3. Криволинейные интегралы.

Криволинейный интеграл и его основные свойства. Вычисление криволинейных интегралов.

РАЗДЕЛ VII. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.**Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Основные понятия. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

РАЗДЕЛ VIII. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.**Тема 1. Комплексные числа.**

Комплексные числа, операции над ними. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция. Множества на комплексной плоскости.

Тема 2. Функции комплексной переменной.

. Функция комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.

Тема 3. Основные элементарные функции

Основные элементарные функции комплексной переменной.

Тема 4. Дифференцирование функций комплексной переменной

Дифференцируемость функции комплексной переменной. Производная и дифференциал функции. Правила дифференцирования. Аналитические и гармонические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.

Тема 5. Интегрирование функций комплексной переменной

Интеграла от функции комплексной переменной, методы его вычисления.

Тема 6. Ряды в комплексной плоскости.

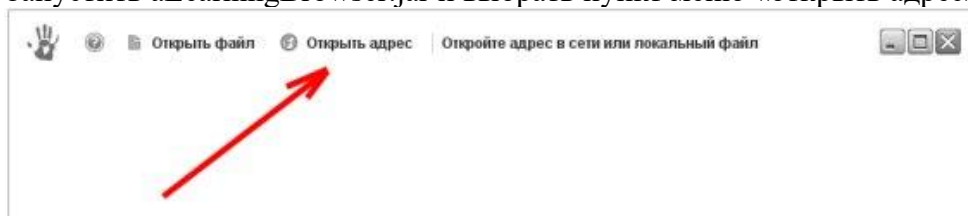
Ряды Тейлора и Лорана. Нули аналитической функции. Изолированные особые точки. Элементы теории вычетов.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

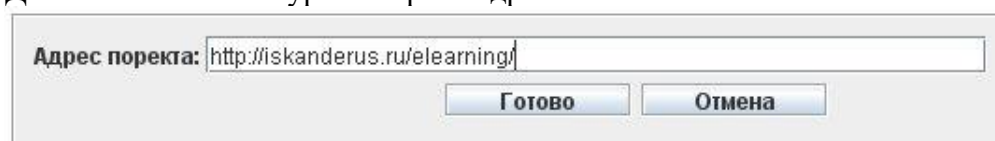
Данные рекомендации призваны помочь студентам в организации самостоятельной работы по освоению дисциплины. «Математический анализ» - одна из основных математических дисциплин, которая изучается студентами направления подготовки 02.03.03 – Математическое обеспечение и администрирование информационных систем на протяжении 4 семестров. Целью настоящего курса является научное обоснование относящихся к нему понятий, формирование умений и навыков решения различных типов задач. Дисциплина «Математический анализ» имеет также общеобразовательное и прикладное значение.

Использование информационных технологий в процессе обучения становится неотъемлемой частью самого процесса. Компьютерная технология может быть использована, как в качестве средства, так и участника данного процесса. При изучении некоторых тем курса математического анализа целесообразно воспользоваться электронными обучающими ресурсами системы Iskanderus eLearning (см. в таблице «интерактивное обучение по дисциплине»). Для работы с ресурсами необходимо:

1. Установить виртуальную машину Java.
2. Загрузить к себе на компьютер java-программу проигрывателя электронных курсов aLearningBrowser.jar.
3. Запустить aLearningBrowser.jar и выбрать пункт меню «открыть адрес»:



4. Дописать название курса в строке адреса:



Интерактивный обучающий курс, созданный в системе Iskanderus eLearning позволяет строить обучение, учитывающее индивидуальные особенности обучаемого, активно помогает учащимся сосредоточить внимание на наиболее важных аспектах изучаемого материала. Подбирает для каждого учащегося определенную скорость подачи информации, количество повторений и объяснений не понятных моментов, не торопит с решениями, дает возможность несколько раз ознакомиться с тем или иным материалом. Диалог с пользователем ведется интерактивном режиме, позволяющем выбирать содержание учебного материала и маршрут движения. Процесс взаимодействия между преподавателем и студентом, осуществляется опосредованно, в качестве интеллектуального посредника выступает интерактивный обучающий курс. Опыт использования интерактивных электронных ресурсов системы Iskanderus eLearning при изучении курса математического анализа показал, что материал, предлагаемый для изучения, доступен и понятен студентам, и может быть освоен ими самостоятельно.

В результате изучения курса студент должен овладеть основными понятиями математического анализа, уметь применять их при доказательстве важнейших свойств и теорем, приобрести навыки и умения, связанные с решением примеров и задач. Освоение курса математического анализа предполагает помимо посещения лекций и практических занятий выполнение домашних заданий. При этом особое внимание уделяется самостоятельной работе студентов. На практических занятиях должны быть выработаны соответствующие навыки и умения, связанные с решением примеров и задач.

В рабочей программе имеются примерные варианты контрольной и самостоятельных работ, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала.

Подготовку к зачету (экзамену) наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации теоретического материала дисциплины с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках дисциплины, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения, которых должен владеть студент. Рабочая программа содержит программы зачета и экзамена по дисциплине «Математический анализ», которые позволят наиболее эффективно организовать подготовку к ним. Предлагается при изучении дисциплины «Математический анализ» пользоваться материалами из «списка литературы и информационных ресурсов».

Методические указания к выполнению курсовой работы

Общими требованиями к изложению материала курсовой работы являются: целевая направленность; четкость построения; логическая последовательность изложения материала; глубина исследования и полнота освещения вопроса; убедительность аргументаций; конкретность и точность формулировок; конкретность изложения результатов работы; доказательность выводов и обоснованность рекомендаций. При этом студент должен самостоятельно, грамотно, доступно изложить знания, не допуская поверхностного и упрощенного толкования тех или иных вопросов темы. Дословное копирование прочитанной литературы не допускается. Однако это не исключает цитирование использованных источников с обязательной ссылкой на соответствующий источник

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

студентов по дисциплине			
№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-темати- ческим планом
Раздел I. Введение в анализ.			
1.	Действительные числа.	Подготовка к практиче- ским занятиям. Выполнение домашних ра- бот.	2
2.	Функции.		4
3.	Предел.		10
4.	Непрерывность функции.		4
Раздел II. Дифференциальное исчисление для функций одной пе- ременной.			

1.	Производная и дифференциал.	Подготовка к практическим занятиям.	10
2.	Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения.	Выполнение домашних работ. Выполнение индивидуального задания.	12
Раздел III. Ряды			
1.	Числовые ряды.	Подготовка к практическим занятиям.	14
2.	Функциональные ряды.	Выполнение домашних работ. Выполнение индивидуального задания.	8
Раздел IV. Интегральное исчисление для функций одной переменной.			
1.	Неопределенный интеграл.	Подготовка к практическим занятиям.	10
2.	Определенный интеграл.	Выполнение домашних работ.	10
3.	Приложения определенного интеграла.	Выполнение индивидуального задания.	12
Раздел V. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных.			
1.	Функции нескольких переменных.	Подготовка к практическим занятиям.	8
2.	Дифференцируемые функции.	Выполнение домашних работ.	8
3.	Экстремумы функции нескольких переменных.	Выполнение индивидуального задания.	6
Раздел VI. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных.			
1.	Двойные и тройные интегралы.	Подготовка к практическим занятиям.	8
2.	Некоторые применения кратных интегралов.	Выполнение домашних работ.	8
3.	Криволинейные интегралы.	Выполнение индивидуального задания. Сбор материала для выполнения курсовой работы. Подготовка текста курсовой работы.	8
Раздел VII. Дифференциальные уравнения.			
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	Подготовка к практическим занятиям.	6
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	Выполнение домашних работ. Выполнение индивидуального задания. Сбор материала для выполнения курсовой работы. Подготовка текста курсовой работы.	12

Раздел VIII. Элементы теории функций комплексной переменной.			
1.	Комплексные числа.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Выполнение индивидуального задания. Сбор материала для выполнения курсовой работы. Подготовка текста курсовой работы.	2
2.	Функции комплексной переменной.		6
3.	Основные элементарные функции		4
4.	Дифференцирование функций комплексной переменной.		6
5.	Интегрирование функций комплексной переменной		6
6.	Ряды в комплексной плоскости.		8
	Итого		192

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

РАЗДЕЛ I. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Тема 1. Действительные числа

2 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Запишите с помощью знака модуля следующие неравенства

$$\begin{array}{lll} \text{а) } -3 < x < 3; & \text{б) } -7 \leq x \leq 7; & \text{в) } -4 \leq x+1 \leq 4; \\ \text{г) } -5 < x < 3; & \text{д) } -3 \leq x \leq 5. \end{array}$$

2. Решите неравенства:

$$\text{а) } |x+3| \geq 2; \quad \text{б) } |x^2-5| > 2; \quad \text{в) } |x| < x+1; \quad \text{г) } |x^2-2x-3| > x^2-2x-3.$$

3. Решите уравнения:

$$\text{а) } |x-1|+|x+3|=6 \quad \text{б) } \frac{(|x-4|)^2-|x|-2}{x+2}=0 \quad \text{в) } x^2+2x=2|x+1|+7$$

4. Решите неравенства:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 3|x-1| \leq x+3 & \text{б) } |x+1| < 3x-|x-2| & \text{в) } (2x+3)^2-|2x+3| \leq 30 \\ \text{г) } \frac{4}{|x|-1} \geq |x-1| \end{array}$$

5. Решите уравнения:

$$\text{а) } |2x+3|=x^2 \quad \text{б) } \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{x-1}{x+1}$$

6. Какие из числовых множеств рациональных чисел вида $\frac{p}{q}$ ограничены снизу, сверху, ограничены. Найти **sup** и **inf** ограниченных множеств:

а) $0 < p < q$

б) $0 < q < p$

Литература:

1. Пушкина, Г.А. Действительные числа: методические рекомендации / Г.А.Пушкина, О.Н. Пушкина. – Благовещенск: Благовещенский гос. пед. ун-т. – 1998.- 30 с.

Тема 2. Функции*4 часа***Содержание****Практическое занятие 1**

1. Является ли данная функция ограниченной снизу, сверху?

$y = x^2$

$y = -x^4$

$y = \sin x$

$y = 10 \cos x$

$y = x$

$y = \lg x$

$y = \operatorname{tg} x$

$y = \frac{1}{x}$

2. Найти область определения функции:

а) $y = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{2+x}}$;

б) $y = \arcsin(x+1)^3$;

в) $y = \sqrt{1+x}$;

г) $y = \sqrt[3]{1+x}$;

д) $y = \frac{1}{4-x^2}$;

е) $y = \sqrt[4]{9-x^2}$;

ж) $y = \sqrt{2+x-x^2}$;

з) $y = \frac{\sqrt{2-x^2}}{x}$;

и) $y = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$;

3. Построить график функции, используя элементарные преобразования графиков:

$y = x^2 - 1$

$y = (x-2)^2$

$y = -3 \sin x$

$y = \ln(-x)$

$y = |x^2 - 1|$

$y = (|x| - 2)^2$

$y = x^2 - x - 2$

Практическое занятие 2

1. Исследуйте функцию на четность и нечетность.

$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

$y = x^2 - 5x + 6$

$y = x^2 - x + 1$

$y = \sqrt[4]{9-x^2}$

$y = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$

$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$

$y = \lg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

2. Для приведенной функции найдите наименьший положительный период T , если она периодическая.

$y = 5 \sin 3x$

$y = 3 \sin 5x + 4 \cos 7x$

$y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$

$y = \sin^2 x$

$y = \sin \sqrt{x}, D(x) = [0; +\infty)$

3. Построить графики функций:

$$y = \frac{|\sin x|}{\sin x} \qquad y = \frac{|2 + \sin x|}{2 + \sin x}$$

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } -2 \leq x < 0 \\ 1 & \text{при } x = 0 \\ 2x - 1 & \text{при } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \cos x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{при } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.

Тема 3. Предел

10 часов

Содержание

Практическое занятие 1

Вычислить пределы:

- | | |
|---|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}$ | 2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^2 - x - 2}$ |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{2x^2 - 7x - 15}$ | 4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{x^2 - x - 2}$ |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$ |
| 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$ | 9. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$ |
| 10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$ | 11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{4 - x^2}$ |
| 12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x^2} - \sqrt{3}}{x^2}$ | 13. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{x - 4}$ |
| 14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$ | 15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 4x + 2)}{\ln(x^{10} + x^3 + x^2)}$ |
| 16. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x} + x)$ | |

Практическое занятие 2

1. Сравнить бесконечно малые величины $\alpha = t \sin^2 t$ и $\beta = 2t \sin t$ при $t \rightarrow 0$.
2. Сравнить бесконечно малые величины $\alpha = t^2 \operatorname{tg} t$ и $\beta = t^2 \sin^2 t$ при $t \rightarrow 0$.
3. Сравнить бесконечно малые величины $\alpha = 5t^2 + 2t^5$ и $\beta = 3t^2 + 2t^3$ при $t \rightarrow 0$.
4. Найти пределы функций

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 8x^2 + 16}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{ctgx} - \operatorname{ctga}}{x - a}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^5 - 4x + 3}$$

5. Найти пределы

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^3} - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

Практическое занятие 3

1. Для приведенных ниже последовательностей записать формулу общего члена последовательности.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \quad \sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$$

2. Последовательность $\{y_n\}$ задана формулой общего члена последовательности $\{y_n\}$ $= \frac{2n+1}{n+3}$. Найти y_{10}, y_{n-1}, y_{n+1} .

3. Найти предел последовательности: 0,2; 0,23; 0,233; 0,2333; **Общий член последовательности можно записать:** $y_n = 0,2 + [0,03 + 0,003 + 0,0003 + \dots]$

4. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^3} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$.

5. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$.

6. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$.

7. Найти односторонние пределы $\lim_{x \rightarrow 3-0} 5^{\frac{1}{x-3}}$, $\lim_{x \rightarrow 3+0} 5^{\frac{1}{x-3}}$.

8. Найти предел последовательности: 1,6; 1,66; 1,666; 1,6666;

9. Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{n^2 + 1}$

Практическое занятие 4

Вычислить пределы:

$$\begin{array}{llll}
1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}; & 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}; & 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}; & 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\sin nx}; \\
5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x}; & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[4]{1+x^2} - 1) \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{3}}{x}; & 7. \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x. & \\
8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) + \sin(a-x) - 2\sin a}{x^2}; & 9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin(a-x)}{x}; & & \\
10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}; & 11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x) + \cos(a-x) - 2\cos a}{1 - \cos x}; & 12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2}; & \\
13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}. & & &
\end{array}$$

Практическое занятие 5

$$\begin{array}{llll}
1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n^2}\right)^{4n^2} = e & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 6n - 1}{n^3 + 6n + 20}\right)^{n^2} = 1 & 3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - n - 1}{n^2 + 2}\right)^{n^2} = 0 & \\
4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x & 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x & 6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^x & 7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x+1) - \ln(x+2)) \\
8. \lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+1) - \ln x) & 9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x & 10. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x}\right)^x & 11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2} \\
12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x} & & &
\end{array}$$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Насонова, Л.В. Избранные вопросы математического анализа. Предел и непрерывность. Часть 1,2: Методические рекомендации / Л.В. Насонова, И.В. Квасова, В.В. Попов. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2002.

Тема 4. Непрерывность функции

4 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Исследовать на непрерывность функцию:

$$y = e^x \quad \text{в точке } x = 1$$

$$y = 4x^2 \quad \text{в точке } x = 2$$

2. Показать, что функция непрерывна для любого значения аргумента x :

$$y = x^3$$

$$y = \sin x$$

3-7 Исследовать на непрерывность функцию:

$$\begin{array}{llll}
3. f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 3-x, & \text{если } 3 < x \leq 4 \end{cases} & 4. y = \frac{x^2 - 25}{x - 5} & 5. y = \frac{1}{x^2} & 6. y = \frac{\sin x}{|x|} & 7. y = \frac{\sin x}{x}
\end{array}$$

8. Является ли функция $f(x) = |\operatorname{sign} x|$ непрерывной в точке $x = 0$.

9. Исследовать на непрерывность $f(x) = \frac{x}{|x|}$:

1

10. Исследовать на непрерывность $f(x) = [x]$:

11. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = 5^{\frac{1}{3-x}}$.

12. Определить приращение аргумента x и приращение функции $y = \lg x$, если аргумент x изменился от 10 до 100.

13. Показать, что для линейной функции $y = ax + b$ приращение не зависит от x .

14. Доказать непрерывность функции $y = \sqrt{x}$.

15. Доказать, что функция $y = |x|$ непрерывна.

17-18. Определить точки разрыва функций:

16. $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)(x+2)(x+3)}$

17. $f(x) = \operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{4})$

18. $f(x) = \frac{1}{\sin \pi x}$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Насонова, Л.В. Избранные вопросы математического анализа. Предел и непрерывность. Часть 1,2: Методические рекомендации / Л.В. Насонова, И.В. Квасова, В.В. Попов. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2002.

РАЗДЕЛ II. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Производная и дифференциал

8 часов

Содержание

Практическое занятие 1

1. Найти производную функции по определению: $y = x^3$
2. Найти производную функции по определению: $y = \sqrt{x}$
3. Найти производные функций:

$$y = x^5$$

$$y = \sqrt[7]{x^3}$$

$$y = \frac{1}{x^2}$$

$$y = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x^2}$$

$$y = ax^{-5}$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

$$y = \sqrt[3]{\sqrt{x}}$$

$$y = x^3 \sqrt[5]{x}$$

$$y = \frac{tgx}{x} \quad y = ctgx \arccos x \quad y = \log_2 x \cdot 2^x \quad y = \frac{e^x}{\ln x}$$

4. Найти производные функций:

$$y = \sqrt{tgx} \quad y = \sqrt[3]{arctgx} - (\arcsin x)^3 \quad y = \lg \sin x$$

$$y = arctg(\ln x) + \ln(arctgx) \quad y = (e^{5x} - ctg 4x)^5 \quad y = \cos e^{3x}$$

$$y = arctg \sqrt{-x} \quad y = 2^{\arcsin 3x} + (1 - \arccos 3x)^2 \quad y = \ln \frac{(x-2)^5}{(x+1)^3}$$

Практическое занятие 2

1. Найти производную показательно- степенной функции:

$$1. y = (\sin x)^{\cos x} \quad 2. y = \frac{\sin x^{\cos x} \sqrt[3]{\ln x^2}}{2^{tgx} \sqrt[4]{\arcsin x^3}}$$

1. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{e^x} \quad 3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x} \quad 4. \lim_{x \rightarrow +\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - tgx \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +0} x \ln x \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{ctgx} \quad 7. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

Практическое занятие 3

1. Найти уравнение касательной и нормали к кривой, заданной функцией в точке

$$1. y = x^3 - 2x^2 + 3, x_0 = 1 \quad 2. y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 4x, x_0 = 2$$

$$3. x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6, M(-1,1) \quad 4. \begin{cases} y = t^3 \\ x = t^2 \end{cases}, t_0 = 2$$

2. Найти угол пересечения двух кривыми, заданных функциями:

$$1. y = x^2, x + y = 2 \quad 2. y = x, y = x^3$$

3. Найти вторую производную функции: 1. $y = x^5$; 2. $y = (1 + x^2) arctgx$

4. Найти все производные порядка n функции : 1. $y = x^n$; 2. $y = \frac{1}{1+x}$

5. Удовлетворяет ли функция $y = \frac{x^2 e^x}{2}$ соотношению $y'' - 2y' + y = e^x$.

Практическое занятие 4

1. Найти дифференциал функции:

$$1. y = 10x + 15 \quad 2. y = \sqrt[3]{x^2} \quad 3. y = \frac{3^x}{x^3} \quad 4. y = x^2 \cos 3x$$

2. Приблизженно вычислить:

$$1. \sqrt[3]{70} \quad 2. tg 46^\circ \quad \left(\frac{\pi}{180} \approx 0.01745 - 1 \text{ градус} \right) \quad 3. \sqrt[5]{32,001}$$

Тема 2. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения

8 часов

Содержание

Практическое занятие 1

1. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{e^x}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$
4. $\lim_{x \rightarrow +\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x \right)$
3. $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax^m)^{\frac{b}{x^n}}, m > 0, n > 0$
5. $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$
6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x^{\sin x}$

2. Проверить справедливость теоремы Роля для функции для функции $y = f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ на отрезке $[2, 3]$.

3. Проверить справедливость теоремы Роля для функции для функции $y = 4^{\sin x}$ на отрезке $[0, \pi]$.

4. Составить формулу Лагранжа для функции $y = x(1 - \ln x)$ на отрезке от $[a, b]$.

Практическое занятие 2

Тренинг 1

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на возрастание, убывание, точки экстремума, если $y = x^3 - 3x + 2$.

Умение	Алгоритм					Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму					
	1) Найти область определения D(f)					1) D(f) = $(-\infty; +\infty)$					
	2) Найти $f'(x)$					2) $f'(x) = 3x^2 - 3$					
Исследовать функцию на возрастание(↗), убывание(↘)	3) Найти корни уравнения $f'(x) = 0 : x_1, x_2, x_3$					3) $3x^2 - 3 = 0, \quad 3(x^2 - 1) = 0, \quad 3(x-1)(x+1) = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 1$					
	4) Заполнить таблицу					4)					
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$	...	x	$-\infty; -1$	-1	-1; 1	1	$1; +\infty$
	y'	+	0	-	...	y'	+	0	-	0	+
	y	↗	max	↘	...	y	↗	max	↘	min	↗
		↘	min	↗							

	5) Найти $y(x_1), y(x_2), y(x_3)$	5) $y(-1)=4$ — max , $y(1)=0$ — min
	6) Записать ответ	6) $y \nearrow$ на $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ $y \searrow$ на $(-1; 1)$. y в т. $x=-1$ имеет max $=y(-1)=4$ y в т. $x=1$ имеет min $=y(1)=0$

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$

б) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

в) $y = \frac{x}{x^2 + 4}$

г) $y = 3x + \frac{3}{x} + 5$

д) $y = x \ln x$

Тренинг 2

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба, если

$$y = x^3 + 15x^2 - x - 250$$

Умение	Алгоритм					Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму			
	1) Найти область определения $D(f)$					1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$			
	2) Найти $f''(x)$					2) $f'(x) = 3x^2 + 30x - 1$ $f''(x) = 6x + 30$			
Исследовать функцию на выпуклость ($\cup$), вогнутость ($\cap$), точки перегиба (тп)	3) Найти корни уравнения $f''(x) = 0$: $x_1, x_2, \dots$					4) $6x + 30 = 0$, $6(x + 5) = 0$, $x = -5$			
	4) Заполнить таблицу					4)			
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$	...	x	$-\infty; -5$	-5	$-5; +\infty$
	y''	+	0	—	...	y''	-	0	+
	y	$\cup$	тп	$\cap$	...	y	$\cap$	тп	$\cup$
	5) Найти $y(x_1), y(x_2), \dots$					5) $y(-5) = 5$			
	6) Записать ответ					6) График функции выпуклый на $(-\infty; -5)$ вогнутый на $(-5; +\infty)$ точка $(-5; 5)$ - точка перегиба			

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = x^5$

б) $y = \sqrt[3]{x-1}$

в) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

г) $y = \frac{x}{x^2 + 16}$

д) $y = e^{-\frac{x^2}{4}}$

е) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$

Практическое занятие 3

1. Найти наклонную асимптоту кривой $y = \frac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$
2. Исследовать поведение функции $y = \frac{1}{x-2}$ и $y = \frac{1}{(x-2)^2}$ в окрестности точки $x_0 = 2$.
3. Исследовать функцию построить график:
 1. $y = x^2 - x^3$
 2. $y = x(1 + \sqrt[4]{x})$
 3. $y = 1 + \sqrt[4]{x}$
 4. $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$
 5. $y = x^3 e^x$
 6. $y = x^3 - 4x + 2$
 7. $y = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 3x^2$ на отрезке $[a, b]$:
 1. $a = -1, b = 1$.
 2. $a = -2, b = 4$
5. Дополнительные задания
 1. $y = x^3 - 3x^2$
 2. $y = x(1 + \sqrt{x})$
 3. $y = 1 + \sqrt{x}$
 4. $y = \sqrt[3]{x^2} - x$
 5. $y = e^{\frac{1}{x}} - x$

Тренинг 1

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на возрастание, убывание, точки экстремума, если
 $y = x^3 - 3x + 2$.

Умение	Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
	1) Найти область определения D(f)	1) D(f) = $(-\infty; +\infty)$
	2) Найти $f'(x)$	2) $f'(x) = 3x^2 - 3$

Исследовать функцию на возрастание(↗), убывание(↘), экстремум

3) Найти корни уравнения $f'(x) = 0 : x_1, x_2, x_3$					5) $3x^2 - 3 = 0, \quad 3(x^2 - 1) = 0,$ $3(x - 1)(x + 1) = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 1$					
4) Заполнить таблицу					4)					
x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$	...	x	$-\infty; -1$	-1	-1; 1	1	$1; +\infty$
y'	+	0	-	...	y'	+	0	-	0	+
	-		+							
y	↗	max	↘	...	y	↗	max	↘	min	↗
	↘	min	↗							
5) Найти $y(x_1), y(x_2), y(x_3)$					5) $y(-1) = 4$ — max , $y(1) = 0$ — min					
6) Записать ответ					6) y ↗ на $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ y ↘ на $(-1; 1)$. y в т. $x = -1$ имеет max $= y(-1) = 4$ y в т. $x = 1$ имеет min $= y(1) = 0$					

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$

б) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

в) $y = \frac{x}{x^2 + 4}$

г) $y = 3x + \frac{3}{x} + 5$

д) $y = x \ln x$

Тренинг 2

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба, если $y = x^3 + 15x^2 - x - 250$.

Умение	Алгоритм					Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму				
	1) Найти область определения D(f)					1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$				
	2) Найти $f''(x)$					2) $f'(x) = 3x^2 + 30x - 1$ $f''(x) = 6x + 30$				
Исследовать функцию на выпуклость($\cup$), вогнутость($\cap$), точки перегиба (тп)	3) Найти корни уравнения $f''(x) = 0: x_1, x_2, \dots$					6) $6x + 30 = 0, \quad 6(x + 5) = 0,$ $x = -5$				
	4) Заполнить таблицу					4)				
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$	...	x	$-\infty; -5$	-5	-5; $+\infty$	
	y''	+	0	—	...	y''	-	0	+	
	y	$\cup$	тп	$\cap$	...	y	$\cap$	тп	$\cup$	

5) Найти $y(x_1), y(x_2), \dots$	5) $y(-5) = 5$
6) Записать ответ	6) График функции выпуклый на $(-\infty; -5)$ вогнутый на $(-5; +\infty)$ точка $(-5; 5)$ - точка перегиба

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = x^5$

б) $y = \sqrt[3]{x-1}$

в) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

г) $y = \frac{x}{x^2 + 16}$

д) $y = e^{-\frac{x^2}{4}}$

е) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.

Раздел III. Ряды

Тема 1. Числовые ряды

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Дан общий член ряда $u_n = \frac{2^{n-1}}{n!}$. Записать первые четыре члена ряда.
2. Найти общий член ряда $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$
3. Найти общий член ряда $1 + \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 9}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 16}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10} + \dots$
4. Исследовать частичную сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$
5. Исследовать частичную сумму ряда $2 + 6 + 18 + \dots + 2 \cdot 3^{n-1} + \dots$
6. Исследовать частичную сумму ряда $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$
7. Найти сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 23} + \frac{1}{23 \cdot 34} + \dots + \frac{1}{(11n-10)(11n+1)}$
8. Исследовать сходимость ряда и вычислить сумму ряда, если он сходится $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots$

9. Исследовать сходимость ряда $u_n = \frac{5n+1}{4n-1}$

Дополнительные задания

1. Найти общий член ряда $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots$
2. Найти общий член ряда $\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \left(\frac{4}{11}\right)^2 + \left(\frac{5}{15}\right)^4 + \dots$
3. Найти сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots$
4. Найти сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$
5. Исследовать сходимость ряда и вычислить сумму ряда, если он сходится
 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$
6. Исследовать сходимость ряда $u_n = \frac{n}{3n-1}$

Практическое занятие 2

1. Исследовать сходимость знакопеременного ряда:

$$\text{а) } 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5} + \dots \quad \text{б) } u_n = \frac{\sin n\alpha}{(\ln 10)^n}$$

2. Исследовать сходимость знакочередующегося ряда

$$\text{а) } u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{5n+6} \quad \text{б) } u_n = \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{10n+9}$$

3. Сколько членов n ряда $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ необходимо взять, чтобы вычислить ряд, причем с точностью до 0,001?

4. Исследовать на сходимость ряд:

$$\begin{aligned} 1. & \frac{1}{1 \cdot 2^2} - \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3 \cdot 4^2} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n(n+1)^2} - \dots \\ 2. & \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} - \dots \end{aligned}$$

5. Оценить третий остаток ряда (двумя способами):

$$\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5^2} + \frac{1}{4 \cdot 5^3} + \dots + \frac{1}{(n+1) \cdot 5^n} + \dots$$

7. Вычислить с точностью до 0,01 сумму ряда:

$$\frac{1}{1!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} + \dots$$

Дополнительные задания

1. Исследовать сходимость знакопеременного ряда $u_n = 1 - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} - \frac{1}{5^4} - \frac{1}{6^4} + \dots$
2. Исследовать сходимость знакочередующегося ряда
 - а) $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$
 - б) $u_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(n^3+1)}$
 - в) $u_n = (-1)^n \left(\frac{3n+1}{2n+1} \right)^n$
 - г) $u_n = (-1)^n \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \dots (2n+5)}$
 - д) $u_n = (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{1}{10^n} \right)$
 - е) $u_n = \frac{(-1)^n n}{2^n}$
3. Сколько членов ряда $u_n = \frac{n}{(2n+1) \cdot 5^n}$ нужно взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0,01?
4. Оценить второй остаток r_2 ряда $u_n = \frac{\cos 5n}{5^n + 1}$

Тема 2. Функциональные ряды

8 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Определить область сходимости функционального ряда:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+3)^n} \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n \sqrt[3]{\cos^n x}$$

2. Определить радиус, интервал и область сходимости степенного ряда:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{в) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{4^n}$$

3. Исследовать сходимость функционального ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n+2} \left(\frac{5-x}{8x-3} \right)^n \quad \text{в точках } x=0, x=1.$$

4. Определить область сходимости ряда:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=0}^{\infty} x^n & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 2^n} & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n \\ \text{г) } \sum_{n=0}^{\infty} (x-2)^n & \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^n} & \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} n! (x+5)^n \end{array}$$

Дополнительные задания

1. Исследовать сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^n$ в точках $x=0, x=1$.
2. Определить область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^n$.
3. Определить радиус, интервал и область сходимости степенного ряда:
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} (n \cdot x)^n$
 - б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$
 - в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}}$
 - г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$

Практическое занятие 2

1. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2 - 2x - x^2}{x - \sin x}$ (заменить $e^x, \sin x$ их представлениями по формуле Маклорена и вычислить с точностью до величины $O(x^3)$).
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x(1+x)^m}{x^2}$ (заменить $(1+x)^m, \ln(1+x)$ их представлениями по формуле Маклорена).
3. Вычислить приближенное значение $\sqrt[3]{e}$, взяв три члена представления функции $f(x) = e^x$ по формуле Маклорена, и оценить ошибку вычисления.
4. Вычислить приближенное значение $\frac{1}{\sqrt[3]{e^x}}$, взяв три члена представления функции $f(x) = e^x$ по формуле Маклорена, и оценить ошибку вычисления.
5. Вычислить $\sin 18^\circ$ с точностью до 10^{-4} (подставить $18^\circ = \frac{\pi}{10} = 0,314159$ вместо x в ряд).
6. Вычислить $\sqrt[3]{70}$ с точностью до 10^{-4} .
7. Вычислить $\ln 5$ с точностью до 10^{-3} (воспользоваться разложением $\ln \frac{1+x}{1-x}$, положив $\frac{1+x}{1-x} = 5$, откуда $x = \frac{2}{3}$).

Дополнительные задания:

1. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1 - x}$
2. Вычислить приближенно $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$ с точностью до 10^{-4} .
3. Вычислить $\sqrt[5]{250}$ с точностью до 10^{-3} .
4. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+x} - \sqrt[n]{1+x}}{x}$.
5. Вычислить $\cos 1^\circ$ с точностью до 10^{-3} .

6. Вычислить $\ln 6$ с точностью до 10^{-4} .

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов и др. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит. - Т.3: Интегралы, ряды. - 2003. - 502 с.

РАЗДЕЛ IV. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Неопределенный интеграл

10 часов

Содержание

Практическое занятие 1

Найти неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{2 + 3\sqrt{x^2} + 5\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx$	11. $\int tg^2 x dx$	<u>Метод замены:</u>
2. $\int \frac{x^2}{15 + x^2} dx \mid \pm 1$	12. $\int (x-1)^2 x \cdot \sqrt[4]{x} dx$	21. $\int \sin(3x+5) dx$
3. $\int \frac{dx}{x^4 + x^2} = \mid \pm x^2 \mid$	13. $\int \frac{xe^x - x}{x} dx$	22. $\int e^{x^3} x^2 dx$
4. $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$	14.* $\int \frac{2 + 3x^2}{x^2(1+x^2)} dx$	<u>Метод по частям:</u>
5. $\int \frac{\cos^3 x - \sin x \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$	15. $\int a^x e^x dx$	23. $\int \frac{\ln x}{u} dx$
6. $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$	16. $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$	24. $\int \frac{x}{u} \cdot e^{2x} dx$
7. $\int \sqrt{1 - \sin 2x} dx$	17. $\int \frac{2x \sin^2 x + 1}{\sin^2 x} dx$	25. $\int \frac{\arctg x}{u} dx$
8. $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx$	18. $\int \frac{x \sin 2x + \sqrt[3]{x} \cos x}{x \cos x} dx$	
9. $\int \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx$	19. $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} dx$	
10. $\int (2^x + 3^x)^2 dx$	20. $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x+3} dx$	

Практическое занятие 2

Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{dx}{x-5}; \quad 2) \int \frac{dx}{(x+2)^4}; \quad 3) \int \frac{x dx}{5x^2 + 2x + 4}; \quad 4) \int \frac{x dx}{(x-1)(x+1)^2}.$$

- 5) $\int \frac{x+3}{x^2+4x+29} dx$; 6) $\int \frac{7x-2}{3x^2-5x+4} dx$; 7) $\int \frac{5x-3}{x^2+6x-40} dx$.
- 8) $\int \frac{x^4-3x^3-5x^2+30x-22}{x^3-x^2-8x+12} dx$; 9) $\int \frac{6x^5-8x^4-25x^3+20x^2-76x-7}{3x^3-4x^2-17x+6} dx$.
- 10) $\int \frac{x^2-5x+9}{(x-1)^2(x^2+2x+2)} dx$; 11) $\int \frac{2x+2}{(x-1)(x^2+1)^2} dx$; 12) $\int \frac{dx}{(x^3-1)^2}$;
- 13) $\int \frac{8x^3-2x^2+13x-2}{(x^2+2)(x^2+1)} dx$; 14) $\int \frac{3x^4+14x^2+7x+15}{(x+3)(x^2+2)^2} dx$;
- 15) $\int \frac{9x^3-30x^2+28x-88}{(x^2-6x+8)(x^2+4)} dx$; 16) $\int \frac{8x^3-12x^2+2x+10}{(x+3)(x-1)^3} dx$.

Практическое занятие 3

1. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+1)^3} dx$ (подстановка $\frac{1}{2}(ax^2+bx+c)' = t$).
2. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{(\sqrt{5+2x+x^2})^3}$ (подстановка $\frac{1}{2}(ax^2+bx+c)' = t$).
3. Вычислить интеграл $\int x \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} dx$ (интеграл вида $\int R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ рационализируется подстановкой $\sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}} = t$).
4. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[4]{x+1}}$ (если подынтегральная функция является рациональной функцией относительно $(\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{p}{q}}$, $(\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{r}{s}}$ и т.д., где $p, q, s, r \dots$ - целые числа, то интеграл рационализируется подстановкой $\frac{ax+b}{cx+d} = t^n$, где n - наименьшее кратное чисел $q, s, \dots$).
5. Найти интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt{x-2}} dx$ (если подынтегральное выражение содержит лишь линейную иррациональность $\sqrt[n]{ax+b}$, $a \neq 0$, то полезна подстановка $t = \sqrt[n]{ax+b}$).
6. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{x-2}} dx$.
7. Найти интеграл $\int \sqrt{\frac{5-3x}{4+7x}} dx$.
8. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)}}$ (свести интеграл к типу $\int R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$).
9. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2+3x+7}}$.
10. Найти интеграл $\int \frac{(3x-7)}{\sqrt{5x^2+8x+1}} dx$.

11. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+3}}$ (замена $x = \frac{1}{t}$).

12. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{7-x^2}}$.

13. Найти интеграл $\int \frac{dx}{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}}$.

Практическое занятие 4

1. Вычислить интегралы: 1) $I = \int \cos 3x \cos 9x dx$; 2) $I = \int \sin 2x \cos 5x dx$.
2. Вычислить интеграл: $I = \int \sin 10x \cdot \cos 7x \cdot \cos 4x dx = \int \sin 10x [\cos 7x \cdot \cos 4x] \cdot dx$ (воспользоваться формулами дважды).
3. Найти интеграл $I = \int \sin^2 x \cos^7 x dx$ (один показатель нечетное число: замена $t = \sin x$ и понизить степень).
4. Найти интеграл $I = \int \frac{\sin^7 x}{\sqrt{\cos x}} dx$ (замена переменной $\cos x = t$).
5. Найти интеграл $I = \int \cos^4 x dx$ (показатели четные положительные числа, один может равняться нулю: понизить степень $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$, $\sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$).
6. Найти интеграл $I = \int \cos^2 3x \sin^4 x dx = \int [\cos 3x \sin 3x]^2 \sin^2 x dx$.
7. Найти интеграл $\int tg^8 x dx$ (1 способ: использование формулы $tg^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$ и понижение показатель степени n на две единицы; 2 способ: использование подстановки: $tg x = t$, $x = \arctg t$ и $dx = \frac{dt}{1+t^2}$).
8. Найти интеграл $\int ctg^5 x dx$.
9. $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$ (универсальная подстановка)
10. Найти интеграл $\int \frac{5+6\sin x}{\sin x(4+3\cos x)} dx$ (универсальная подстановка)

Тема 2. Определенный интеграл 4 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Составить формулу для вычисления интегральных сумм для функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a;b]$, разделяя этот отрезок на n равных элементарных отрезков и взяв в качестве внутренней точки ξ_i правый конец каждого отрезка.
2. Вычислить интеграл $\int_a^b x dx$ ($a < b$), как предел интегральной суммы.

3. Составить формулу для вычисления интегральных сумм для функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a;b]$, разделяя этот отрезок на n равных элементарных отрезков и взяв в качестве внутренней точки ξ_i левый конец каждого отрезка.
4. Составить формулу для вычисления интегральных сумм для функции $y = e^x$ на отрезке $[a;b]$, разделяя его на n равных отрезков и взяв в качестве внутренней точки ξ_i правый конец каждого отрезка.
5. Вычислить $\int_a^b x dx$, составив интегральную сумму для функции $f(x) = x$. Отрезок $[a;b]$ разделить на n частей произвольным образом. В качестве внутренней точки ξ_i взять середину каждого частичного отрезка.
6. Найти $I = \int_0^1 (x-2)^3 dx$.
7. Найти $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$.
8. Найти $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2-4}$.
9. $I = \int_1^9 \frac{\sqrt{x} dx}{x+2\sqrt{x}}$.
10. $I = \int_3^{10} \frac{dx}{(x-4)\sqrt{x+6}}$.
11. Вычислить интеграл $I = \int_0^{2a} \sqrt{2ax-x^2} dx$.
12. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 x \cdot e^x dx$.
13. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 x \cdot \arctg x dx$.
14. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \arcsin x dx$.
15. Вычислить интеграл $I = \int_0^{\pi} x \cdot \cos x dx$.

Тема 3. Приложения определенного интеграла

6 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Найти площадь, ограниченную графиками функций $y = 2\sqrt{x}$ и $y = 2x$.
2. Найти площадь, ограниченную эллипсом $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t. \end{cases}$
3. Найти площадь одного лепестка четырехлепестковой розы $r = a \sin 2\varphi$.
4. Найти объем тела вращения, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}$ и $y = 2x$ вокруг осей Ox и Oy .
5. Вычислить поверхность сферы, радиуса R , рассматривая ее как тело вращения.
6. Найти длину дуги кривой $y = \ln x$ ($x \in [1, \sqrt{3}]$).

7. Найти длину окружности радиуса R , заданной параметрическими уравнениями
- $$\begin{cases} x = R \cos t, \\ y = R \sin t. \end{cases}$$
8. К телу прикреплен пружина, другой конец которой закреплен неподвижно в точке O . Упругая сила, с которой действует пружина на тело, подчиняется закону Гука, согласно которому $F = -kx$, где k - коэффициент пропорциональности, а x - удлинение пружины. Найти работу упругой силы при прямолинейном перемещении по линии действия силы от $x = a$ до $x = b$.
9. Вычислить интегралы: 1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg^2 x dx}{1+x^2}$; 2) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg x dx}{1+x^2}$; 3) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 4) $\int_0^2 \frac{dx}{x-1}$; 5) $\int_0^1 \frac{dx}{x-1}$; 6) $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 7) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2}$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: Учебное пособие / А.С. Якшина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014.

РАЗДЕЛ V. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 1. Функции нескольких переменных

4 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Найти и изобразить на плоскости Oxy область определения функции:

$$1) z = \frac{1}{\sqrt{\arcsin(1-x^2)}}; \quad 2) z = \frac{y-x}{x^2+y^2-4}; \quad 3) z = \frac{5}{3-x^2-y^2};$$

$$4) z = \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+y^2-2y-2}}; \quad 5) z = \lg(x^2+6x+y^2+8); \quad 6) z = \sqrt{4-x^2-4y^2}.$$

2. Найти область определения данной функции трех переменных:

$$1) u = \sqrt{x^2+9y^2+18y+9-z}; \quad 2) \lg(4x^2+8x+y^2-2y+5-4z);$$

$$3) u = \frac{1}{\sqrt{2x-z-1}} - \frac{1}{\sqrt{y+2x+1}}.$$

3. Найти и построить линии уровня функции: 1) $z = 4x^2 - \frac{y^2}{9}$; 2) $z = x^2 + 6x + y^2 + 9$;

$$3) z = x^2 + 9y^2 + 18.$$

4. Найти предел функции: 1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\arctg 6(x^2+y^2)}{3(x^2+y^2)}$; 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}{x^2+y^2}.$

5. Найти все частные производные первого порядка функции: 1) $z = \sqrt{x^2 - 3y^2}$;
 2) $z = \log_2(3\sqrt[3]{x} + 2y^2)$; 3) $u = \arccos \sqrt{y^2 - x^2 + 3z}$; 4) $z = y \cdot x^y$;
 5) $z = \frac{4}{\sqrt{5-xy}}$; 6) $z = 2^{\cos \frac{t}{s}}$; 7) $z = \arcsin \frac{y}{x}$; 8) $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$; 9) $z = y^x$;
 10) $z = x^y$; 11) $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$; 12) $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$.
6. Найти все частные производные второго порядка, предварительно найдя и упростив производные первого порядка: 1) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$; 2) $z = \log_3(x - y^2)$.
7. Найти точки разрыва функции $z = \frac{1}{x - y + 1}$.

Тема 2. Дифференцируемые функции

4 часа

Содержание

Практическое занятие

- Для функции найти полное приращение Δz и полный дифференциал dz для данной функции в точке $M(x, y)$ для заданных Δx и Δy и сравните их.
 - $z = xy^2$; $M(2, 1)$; $\Delta x = 0,2$; $\Delta y = 0,1$.
 - $z = x^2y$; $M(1, 2)$; $\Delta x = 0,05$; $\Delta y = 0,1$.
 - $z = x^2y^2$; $M(1, 1)$; $\Delta x = 0,01$; $\Delta y = 0,02$.
- Найти полный дифференциал dz данной функции.
 - $z = x^3y^2$; 2. $z = xy^x$; 3. $u = xyz$; 4. $z = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$ 5. $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$
- Найти полные дифференциалы 1-го и 2-го порядка функции.
 - $z = x^2 - 3xy - 2y^2$; 2. $z = e^{xy}$ 3. $z = xe^y + ye^x$ 4. $z = e^y \sin x$
- Вычислить приближенно без использования калькулятора. При переводе градусов в радианы и при всех вычислениях брать три значащих цифры, в ответе последний знак округлить.
 - $1,01^2 \cdot 0,98^3$; 2. $0,99^3 \cdot 1,02^2$; 3. $\sqrt{3,98 + 2,95}$; 4. $\sin 31^\circ \cdot \cos 61^\circ$.
- Найти $\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dt}$, если: 1. $z = \sqrt{3x - 5y}$, где $x = \sin t$, $y = \sqrt{t}$;
 2. $z = \frac{y}{x}$, где $x = \ln t$, $y = \arcsin t$
- Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \frac{xy}{z}$, где $x = \sqrt{t + 2}$, $y = e^t$, $z = \cos t$.

Тема 3. Экстремумы функции нескольких переменных

4 часа

Содержание

Практическое занятие

- Найти экстремумы функции $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 3y$.
- Исследовать на экстремум функции: 1. $z = y^3 + 3x^2y - 12x - 15y$; 2. $z = 2x^2 + (y - 1)^2$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4y - x$ в области $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y - 12 \leq 0$.
4. Исследовать на экстремум функции: 1. $z = x^2 + xy + y^2 - x - 2y$; 2. $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$; 3. $z = y^2 - 2x^2 - 2y + 1$.

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов и др. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит. - Т.3: Функции нескольких переменных. - 2003. - 468 с.

РАЗДЕЛ VI. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 1. Двойной и тройной интегралы 10 часов

Содержание

Практическое занятие 1

1. Вычислить:

$$1. \int_0^2 dx \int_0^1 (x^2 + 3y^2) dy \quad 2. \int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2}{y^2} dy \quad 3. \int_1^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} xy dy$$

2. Найти и построить область интегрирования:

$$1. \int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x, y) dy \quad 2. \int_{-4}^3 dx \int_{-\sqrt{25-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy \quad 3. \int_{-2}^0 dy \int_{y^2-4}^0 f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле:

$$1. \int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x, y) dy \quad 2. \int_{-4}^3 dx \int_{-\sqrt{25-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy \quad 3. \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$$

4. Изменить порядок интегрирования:

$$1. \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x, y) dy$$

$$2. \int_0^1 dy \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$$

Практическое занятие 2

1. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy.$$

2. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования:

$$\iint_S f(x, y) dx dy, \quad S: y \geq x, y \geq -x, y \leq 1.$$

3. Вычислить $\iint_S \ln(x^2 + y^2) ds$, если области интегрирования S - кольцо между окружностями $x^2 + y^2 = e^2$ и $x^2 + y^2 = e^4$.
4. Вычислить $\iint_S r \sin \varphi dr d\varphi$, $S : r \leq a, \varphi \geq \frac{\pi}{2}, \varphi \leq \pi$.
5. Вычислить $\iint_S r \sin \varphi dr d\varphi$, $S : r \geq 1, r \leq 2 + \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi$.
6. Вычислить $\iint_S r^2 dr d\varphi$, если ограничена первым завитком спирали $r = a\varphi$ и осью Ox .
7. Преобразовать к полярным координатам и вычислить $\iint_S e^{-x^2-y^2} dx dy$, $S : x^2 + y^2 \leq a^2$.

Практическое занятие 3

1. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V \frac{dx dy dz}{1-x-y}$, если V - тетраэдр с вершинами $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.
2. Вычислить $\iiint_V x^3 y^2 z dx dy dz$, где V определяется неравенствами $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq x$, $0 \leq z \leq xy$. Примечание: Использовать метод параллельных сечений. В плоскости $x=1$ получается треугольник с вершинами в точках $A(1;0;0)$, $B(1;1;0)$, $C(1;1;1)$, в плоскости $y=x$ - криволинейный треугольник OBC , у которого стороны OB и BC - отрезки прямых, а сторона OC - параболы $z=x^2$. Участок поверхности AOC определяется уравнением $z=xy$.
3. Вычислить $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, V ограничена плоскостями $y=0$, $z=0$, $z=2$ и цилиндром $x^2 + y^2 = 2x$.
4. Вычислить $\iiint_V (x^2 + y^2 + 2z) dx dy dz$, $V : x^2 + y^2 \leq 1$, $z \geq 1 - x^2 - y^2$, $z \leq 1$. Примечание: Область интегрирования расположена внутри цилиндра $x^2 + y^2 \leq 1$, ниже плоскости $z=1$ и выше параболоида вращения $z=1-x^2-y^2$, который пересекается с цилиндром $x^2 + y^2 = 1$ в плоскости HOY и имеет вершину на оси OZ в точке $z=1$.
5. Вычислить $\iiint_V xyz dx dy dz$, где V является $\frac{1}{8}$ частью шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, расположенной в 1-ом октанте. Примечание: перейти к сферическим координатам.
6. Вычислить $\iiint_V \sqrt{1 + (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} dx dy dz$, где V шар $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$.

Тема 2. Некоторые применения кратных интегралов

4 часа

Содержание

Практическое занятие

8. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y = x^2$, $y = 1$, $x + y + z = 4$, $2x + y + z = 3$. Примечание: Тело ограничено сбоку частью цилиндрической поверхности $y = x^2$, частью плоскости $y = 1$, сверху частью плоскости $z_6 = 4 - x - y$, снизу частью плоскости $z_n = 3 - 2x - y$. Проекция тела на плоскость $ХОУ$ является область S , ограниченная прямой $y = 1$ и параболой $y = x^2$.
9. Найти площадь S , ограниченную линиями $y = e^x$, $y = e^{-2x}$, $y = e^2$.
10. Найти объем части шара радиуса R , вырезанной из него прямым круговым цилиндром диаметром R , образующая которого проходит через центр шара. Примечание: Совместить начало координат с центром шара, ось Oz направить по образующей цилиндра, а ось Ox вдоль диаметра цилиндра. Вычисление целесообразно провести в полярных координатах.
11. Вычислить площадь части параболоида вращения $z = x^2 + y^2$, вырезаемую цилиндром $x^2 + y^2 = 4$.
12. Найти массу кругового кольца, если поверхностная плотность γ в каждой точке обратно пропорциональна квадрату расстояния ее от центра кольца.
13. Найти координаты центра тяжести пластины, ограниченной линиями $y^2 = 4x + 4$, $y^2 = -2x + 4$. Поверхностная плотность γ постоянна.
14. Вычислить моменты инерции относительно осей координат пластины, определяемой условиями предыдущего примера.

Тема 3. Криволинейные интегралы

6 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Вычислить интеграл $I = \int_L xy dx + (x + y) dy$, принимая за линию L :
 - отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0)$ и $A(1,1)$
 - дугу параболы $y = x^2$, соединяющая эти же точки
 - ломаную OBA , $B(1,0)$.
2. Вычислить интеграл $I = \int_L xy dx$, где L дуга параболы $x = y^2$, соединяющая точки $A(1,-1)$ и $B(1,1)$
3. Вычислить интеграл $\int_{(0,0)}^{(2,1)} 2xy dx + x^2 dy$
4. Вычислить интеграл $\int_L y ds$, где L - дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $(4,16)$
5. Найти площадь Q боковой поверхности половины эллиптического цилиндра $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, усеченного плоскостью $z = y$.
6. Найти площадь забора, построенного на периферии K квадрата $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, высота которого в точке $(x, y) \in K$ равна $z = x^2 + y^2$.

7. Определить массу окружности $x^2 + y^2 = R^2$, если ее плотность в точке (x, y) равна $\rho = \frac{y^2}{R^2}$.
8. Определить координаты центра масс $C(x_0, y_0)$ однородной полуокружности K : $x^2 + y^2 = R^2, y \geq 0$. Указание: Координаты центра масс однородной кривой K выражаются формулами $x_0 = \frac{1}{L} \int_K x ds, y_0 = \frac{1}{L} \int_K y ds$, где L - длина дуги кривой.
9. Найти момент инерции I_y дуги полукубической параболы $y = x^{\frac{3}{2}} (0 \leq x \leq \frac{4}{3})$ относительно оси Oy . Указание: $I_y = \int_K x^2 ds$.
10. Найти момент инерции I_x арки циклоиды $K: x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) (0 \leq t \leq 2\pi)$ относительно оси Ox . Указание: $I_x = \int_K y^2 ds$.
11. Найти работу силы с проекциями $X = y, Y = -x$ вдоль эллипса $x = a \cos t, y = b \sin t (0 \leq t \leq 2\pi)$.
12. Найти работу силы $F = \{-kx, -ky\}$ при перемещении ее точки приложения из $M_1(a, 0)$ в $M_2(0, b)$.
13. Найти работу силы с проекциями $X = \sin(x + y), Y = 0$ вдоль контура треугольника с вершинами $O(o, o), M(\frac{\pi}{2}, 0), N(0, \frac{\pi}{2})$ при обходе его против хода часовой стрелки.

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов и др. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит. - Т.3: Функции нескольких переменных. - 2003. - 468 с.

РАЗДЕЛ VII. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

6 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Проверить, является ли решением дифференциальных уравнений указанные функции:
 - 1) $y'' + y = 0, y = \sin x$;
 - 2) $y'' = x^2 + y^2, y = \frac{1}{x}$.
2. Методом изоклин построить поле интегральных кривых уравнения $y' = x$.
3. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

- 1) $(1+x)ydx + (1-y)xdy = 0$;
- 2) $y'tgx = y$;
- 3) $\frac{xdy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{ydx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$.
4. Найти общее решение уравнения $(y-x)ydx + x^2dy = 0$.
5. Найти частное решение уравнения $2xyy' = x^2 + y^2$, при $y(1) = 2$.

Практическое занятие 2

1. Найти общее решение уравнения $y' + \frac{y}{x} = x^2y^4$
2. Решить линейные дифференциальные уравнения: 1) $xy' = x^3 + y$ 2) $(x+y^2)y' = 1$.
3. Найти частное решение уравнения $y' - ytgx = \frac{1}{\cos x}$, при $y(0) = 0$.
4. Найти общее решение уравнения $y' + \frac{y}{x} = -xy^2$.
5. Найти общее решение уравнения $\frac{2x}{y^3}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$
6. Найти общее решение уравнения $(2xy + x^2y + \frac{y^3}{3})dx + (x^2 + y^2)dy = 0$.
7. Найти общее решение уравнение $(x + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков 10 часа

Содержание

Практическое занятие

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка

1. Найти общее решение уравнения $y'' = \frac{1}{x}$
2. Найти частное решение уравнения $y'' = \frac{1}{a}\sqrt{1+(y')^2}$, при $y(0) = a$, $y'(0) = 0$
3. Найти частное решение уравнения $yy'' + y'^2 = y'^3$, при $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.
4. Найти общее решение уравнения $y'' = \sin x$.
5. Найти частное решение уравнения $y'' = xe^{-x}$, при $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
6. Найти общее решение уравнения $xy'' + y' = 0$.
7. Найти частное решение уравнения $xy'' - y' = x^2e^x$, при $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.
8. Найти общее решение уравнения $yy'' - y'^2 = y^2 \ln y$.
9. Найти частное решение уравнения $y'' = y'^2 - y$, при $y(1) = -\frac{1}{4}$, $y'(1) = \frac{1}{2}$.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка

1. Найти общее решение $y'' - 4y' + 4y = 0$.
2. Найти общее решение $y'' - \frac{y'}{x} = x$.

3. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$ методом вариации произвольной постоянной.
4. найти общее решение уравнения $y'' + 4y' = 2x - 3$ методом неопределенных коэффициентов.
5. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2y = x^2$
6. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' - 3y = (2x - 3)e^{-x}$.
7. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y' + 5y = 2 \cos x - \sin x$.
8. Найти общее решение уравнения $y'' + y = xe^x + 2e^{-x}$.

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов и др. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит. - Т.3: Функции нескольких переменных. - 2003. - 468 с.
4. Сёмочкина, О.А. Дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида: Учебное пособие / О.А. Сёмочкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009.

РАЗДЕЛ VIII. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Комплексные числа

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1-2

1. Найти сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел $z_1 = -3 + 4i$ и $z_2 = 4 - 2i$ и изобразить z_1 , z_2 , $z_1 \cdot z_2$ и $\frac{z_1}{z_2}$ на комплексной плоскости.
2. Найти аргументы и модули сопряженных комплексных чисел $z = 1 + i$ и $\bar{z} = 1 - i$. Записать их в показательной и тригонометрической формах.
3. Пусть $\operatorname{Re} z = x$, $\operatorname{Im} z = y$ и $z \neq 0$. Доказать, что $\frac{1}{z} = \frac{x - iy}{x^2 + y^2}$.
4. Доказать равенства: 1) $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re} z$; 2) $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im} z$; 3) $\overline{(z_1 + z_2)} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$; 4) $\overline{(z_1 \cdot z_2)} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$.
5. Дать геометрическое описание множеств всех точек комплексной плоскости, удовлетворяющих следующим неравенствам:
 - 1) $\operatorname{Re} z > 0$; 2) $\operatorname{Im} z \leq 1$; 3) $|\operatorname{Re} z| < 1$; 4) $|\operatorname{Im} z| < 1, 0 < \operatorname{Re} z < 1$;
 - 5) $|z| \leq 1$; 6) $|z - i| > 1$; 7) $0 < |z + i| < 2$; 8) $1 < |z - 1| < 3$;
 - 9) $0 < \arg z < \frac{\pi}{4}$.
6. Записать с помощью неравенств, следующие множества точек комплексной плоскости:

- 1) первый квадрант;
- 2) полуокруг радиуса 1 (без окружности) с центром в точке $z = 0$, расположенный слева от мнимой оси;
- 3) полоса, состоящая из точек, отстоящих от мнимой оси на расстояние, меньше 1.
7. Найти значения функции $w = z^2 + z$ при: 1) $z = 1 + i$; 2) $z = 2 - i$; 3) $z = i$; 4) $z = -1$.
8. Найти значения функции $f(z) = x^2 + y^2 i$, где $z = x + yi$: 1) $f(1 + 2i)$; 2) $f(2 - 3i)$; 3) $f(0)$; 4) $f(-i)$.
9. Показать, что функция $w = |z|$ непрерывна при любом значении z .
10. Показать, что $w = z^2$ - непрерывная функция при любом значении z .

Домашнее задание: [1] 1018-1020

Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 415 с.
2. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций. / А.И. Маркушевич. – М.: Изд-во «Наука». – 1966. – 387 с.

Тема 2. Функции комплексной переменной

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1-2

1. Найти значения функции $w = z^2 + z$ при: 1) $z = 1 + i$; 2) $z = 2 - i$; 3) $z = i$; 4) $z = -1$.
2. Найти значения функции $f(z) = x^2 + y^2 i$, где $z = x + yi$: 1) $f(1 + 2i)$; 2) $f(2 - 3i)$; 3) $f(0)$; 4) $f(-i)$.
3. Показать, что функция $w = |z|$ непрерывна при любом значении z .
4. Показать, что $w = z^2$ - непрерывная функция при любом значении z .
5. С помощью функции $w = \frac{1}{z}$ отобразить на плоскость uOv точки: 1) $(1; 1)$; 2) $(0; -2)$; 3) $(2; 0)$.
6. С помощью функции $w = z^3$ отобразить на плоскость uOv линию $y = x$.
7. Пусть $w = z^2$ и z описывает квадрат, определяемый неравенствами $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Какую область описывает w ?
8. С помощью функции $w = 2z + 1$ найти отображение окружности $x^2 + y^2 = 1$ на плоскость uOv .

Домашнее задание: [1] 1033-1035, 1037-1040

Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 415 с.
2. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций. / А.И. Маркушевич. – М.: Изд-во «Наука». – 1966. – 387 с.

Тема 3. Основные элементарные функции

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1-2

1. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

а) $\operatorname{th} \pi i$. б) 10^i . в) 3^{2-i} .

2. Найти логарифмы следующих чисел:

а) $-i$. б) i . в) $-1-i$. г) $3-2i$. д) i^i .

3. Найти:

а) $i^{\frac{1}{i}}$. б) 1^i . в) $(-1)^{\sqrt{2}}$.

г) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2i}$. д) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{1+i}$. е) $(1-i)^{3-3i}$.

3. Найдите модули и главные значения аргументов чисел: 1) e^{2-3i} , 2) e^{3+4i} .

4. Вычислите:

$$\begin{aligned} & \operatorname{Ln}\left(\frac{1-i}{2}\right), \\ & \operatorname{Ln}(-2+3i), \\ & (-\sqrt{2})^{\sqrt{2}}, \\ & 2^i, \\ & (3-4i)^{1+i}. \end{aligned}$$

5. Решить уравнения:

1) $\sin z + \cos z = 2$, 2) $\sin z - \cos z = i$.

Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 415 с.
2. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций. / А.И. Маркушевич. – М.: Изд-во «Наука». – 1966. – 387 с.

Тема 4. Дифференцирование функций комплексной переменной.

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1-2

1. Дана действительная часть $u = 2^x \cos(y \ln 2)$ дифференцируемой функции $f(z)$. Найти функцию $f(z)$.

1. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$;
 2. Воспользоваться условием: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$. Записать $\frac{\partial v}{\partial y}$.
 3. Интегрируем $\frac{\partial v}{\partial y}$ по y , найдем $v(x, y) = f(x, y) + \varphi(x)$, где $\varphi(x)$ произвольная функция.
 4. Используя другое условие Коши-Римана: $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ и производную функции $v(x, y) = f(x, y) + \varphi(x)$ по x найти $\varphi'(x)$.
 5. Интегрируя $\varphi'(x)$, найти $\varphi(x)$. Записать $v(x, y) = f(x, y) + \varphi(x)$.
 6. Записать функцию $f(z)$.
2. Дана мнимая часть $v(x, y) = \sin x \cdot \operatorname{sh} y$ дифференцируемой функции $f(z)$. Найти эту функцию. ($d(\operatorname{ch} x) = \operatorname{sh} x$; $d(\operatorname{sh} x) = \operatorname{ch} x$; $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$; $\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$).
1. Найти $\frac{\partial v}{\partial y}$;
 2. Воспользоваться условием: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$. Записать $\frac{\partial u}{\partial x}$.
 3. Интегрируем $\frac{\partial u}{\partial x}$ по x , найдем $u(x, y) = g(x, y) + \varphi(y)$, где $\varphi(y)$ произвольная функция.
 4. Используя другое условие Коши-Римана: $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ и производную функции $u(x, y) = g(x, y) + \varphi(y)$ по y найти $\varphi'(y)$.
 5. Интегрируя $\varphi'(y)$, найти $\varphi(y)$. Записать $u(x, y) = g(x, y) + \varphi(y)$.
 6. Записать функцию $f(z)$.
3. Показать, что функция $f(z) = z \operatorname{Re} z$ дифференцируема лишь в точке $z = 0$ и найти $f'(0)$
4. Восстановить, если это возможно, аналитическую функцию по её:
- 1) действительной части $u(x, y) = e^x \cos y$,
 - 2) мнимой части $v(x, y) = y^2 - x^2 - 2$,
 - 3) мнимой части $v(x, y) = -\frac{1}{y}$,
 - 4) действительной части $u(x, y) = y - y^2 + x^2 + 1$.

Домашнее задание: [1] 1047-1049, 1051

Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 415 с.
2. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций. / А.И. Маркушевич. – М.: Изд-во «Наука». – 1966. – 387 с.

Тема 5. Интегрирование функций комплексной переменной

4 часа

Содержание**Практическое занятие 1-2**

1. Используя определение интеграла найти интеграл от функции $f(z) = 1$.
2. Используя определение интеграла найти интеграл от функции $f(z) = z$.
3. Найти интеграл от функции $f(z) = \frac{dz}{z-a}$, где $|z-a| = \rho$ проходиться в направлении против часовой стрелки.
4. Найти интеграл от функции $f(z) = \frac{dz}{z-a}$, где $|z-a| = \rho$ проходиться в направлении против часовой стрелки.
5. Вычислить $I = \int_{AB} \sin z dz$, $A(z_1) = 1$, $A(z_2) = i$ (по любой кривой).
6. Вычислить $I = \oint_C \frac{t^3 dt}{t-2i}$, где C - любой контур, содержащий внутри точку $2i$.
7. Вычислить. $I = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2,5} \frac{e^z dz}{(z-1)(z-2)(z-3)}$.

Домашнее задание: [1] 1033-1035, 1037-1040**Литература:**

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 415 с.
2. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций. / А.И. Маркушевич. – М.: Изд-во «Наука». – 1966. – 387 с.

Тема 6. Ряды в комплексной плоскости

6 часа

Содержание**Практическое занятие 1****Практическая часть**

1. Разложить в ряд Тейлора по степеням бинома $z-i$ функцию $f(z) = z^5$.
2. Разложить в ряд Тейлора по степеням двучлена $z - (1 - \frac{\pi i}{2})$ функцию $f(z) = ch(1-z)$.
3. Исследовать сходимость ряда $1 + \frac{z-1}{5} + \frac{(z-1)^2}{5^2} + \frac{(z-1)^3}{5^3} + \dots$
4. Исследовать сходимость ряда $1 + \frac{z}{i} + \frac{z^2}{i^2} + \frac{z^3}{i^3} + \dots$.

Домашнее задание: 1085, 1086, 1087.**Практическое занятие 2-3**

1. Найти вычеты функции $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}$.
2. Найти вычеты функции $f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$.
3. Найти вычеты функции $f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 5}$.
4. Найти вычет функции $f(z) = \frac{z^2}{(z-2)^3}$.
5. Найти вычет функции $f(z) = \frac{1}{1 - \cos z}$ относительно полюса $z = 0$.
6. Найти $\int_{\gamma} \frac{z+1}{(z-1)(z-2)(z-3)} dz$, где γ - замкнутый контур, внутри которого находятся полюсы $z = 1, z = 2, z = 3$.
7. Найти $\int_{\gamma} \frac{z^2 dz}{(z-i)(z+i)(z-2)}$, где γ - окружность $|z| = 3$.
8. Найти $\int_{\gamma} \frac{dz}{z(z+2)(z+4)}$, где γ - окружность: 1) $|z| = 1$; 2) $|z| = 3$; 3) $|z| = 5$.

Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование». – 2005. – 415 с.
2. Маркушевич, А.И. Краткий курс теории аналитических функций. / А.И. Маркушевич. – М.: Изд-во «Наука». – 1966. – 387 с.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ОПК-1, ПК-1	Собеседование	Низкий (неудовлетворительно)	Студент отвечает неправильно, нечетко и неубедительно, дает неверные формулировки, в ответе отсутствует какое-либо представление о вопросе
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент отвечает неконкретно, слабо аргументировано и не убедительно, хотя и имеется какое-то представление о вопросе
		Базовый (хорошо)	Студент отвечает в целом правильно, но недостаточно полно, четко и убедительно
		Высокий (отлично)	Ставится, если продемонстрированы знание вопроса и самостоятельность

			мышления, ответ соответствует требованиям правильности, полноты и аргументированности.
ОПК-1, ПК-1	Самостоя- тельная ра- бота	Низкий (неудовлетворительно)	1. Студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3»; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	Студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: 1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.
ОПК-1, ПК-1	Устный ответ	Низкий (неудовлетворительно)	Студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

			3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	Студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
		Высокий (отлично)	Студент: 1) полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
ОПК-1, ПК-1	Тест	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 85-100 %
ОПК-1, ПК-1	Индивидуальное задание	Низкий (неудовлетворительно)	Ответ студенту не зачитывается если: • Задание выполнено менее, чем на половину; • Студент обнаруживает незнание большей части соответствующего материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Задание выполнено более, чем на половину. Студент обнаруживает знание и понимание основных положений задания, но: • Излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий; • Не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; • Излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

		Базовый (хорошо)	Задание в основном выполнено. Ответы правильные, но: • В ответе допущены малозначительные ошибки и недостаточно полно раскрыто содержание вопроса; • Не приведены иллюстрирующие примеры, недостаточно чётко выражено обобщающее мнение студента; • Допущено 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
		Высокий (отлично)	Задание выполнено в максимальном объеме. Ответы полные и правильные. • Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; • Обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры; • Излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
ПК-2	Курсовая работа	Низкий (неудовлетворительно)	• Не выполнены требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю. • Не раскрыто основное содержание учебного материала. • Курсовая работа не допущена научным руководителем к защите. • Не сформированы компетенции, умения и навыки.
		Пороговый (удовлетворительно)	• Выполнены требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю. • Не полно раскрыто содержание материала работы, но точно используется терминология; нарушена определенная логическая последовательность. • В работе представлена практическая часть, выполненная самостоятельно; не показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами и их применение в новой ситуации. • При защите работы продемонстрирована сформированность компетенций, умений и навыков, допущены недочёты при освещении основного содержания курсовой работы, получены ответы не на все вопросы комиссии.

		Базовый (хорошо)	• Выполнены все требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю. • Полно раскрыто содержание материала; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; точно используется терминология. • В работе представлена практическая часть, выполненная самостоятельно; показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами. • При защите работы продемонстрирована сформированность компетенций, умений и навыков, допущены один – два недочёта при освещении основного содержания курсовой работы, получены ответы не на все вопросы комиссии.
		Высокий (отлично)	• Выполнены все требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю. • Полно раскрыто содержание материала; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; точно используется терминология. • В работе представлена практическая часть, выполненная самостоятельно; показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами и их применение в новой ситуации. • При защите работы продемонстрирована сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков; получены полные ответы на вопросы комиссии.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачёт/экзамен, защита курсовой работы.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- выполнены все контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу;
 - даны полные обоснованные ответы на два пункта билета.
- Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:
- не выполнены контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу;
- или
- не представлены верные обоснованные ответы на два пункта билета.

Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Оценка 5 (отлично) ставится, если:

- студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;
- обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка;
- практическая часть экзаменационного билета выполнена в полном объеме.

Оценка 4 (хорошо) ставится, если:

- студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет;
- 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если:

- студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы;
- излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если:

- студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса;
- допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.

Критерии оценивания курсовой работы

Оценка «5» (отлично) ставится, если:

1. Выполнены все требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю.
2. Полно раскрыто содержание материала курсовой работы; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; точно используется терминология.
3. В работе представлена практическая часть, выполненная самостоятельно; показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами и их применение в новой ситуации.
4. При защите курсовой работы продемонстрирована сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков; получены полные ответы на вопросы комиссии.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

1. Выполнены все требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю.
2. Полно раскрыто содержание материала курсовой работы; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; точно используется терминология.
3. В работе представлена практическая часть, выполненная самостоятельно; показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами.

4. При защите курсовой работы продемонстрирована сформированность компетенций, умений и навыков, допущены один – два недочёта при освещении основного содержания курсовой работы, получены ответы не на все вопросы комиссии.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1. Выполнены требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю.
2. Не полно раскрыто содержание материала курсовой работы, но точно используется терминология; нарушена определенная логическая последовательность.

3. В работе представлена практическая часть, выполненная самостоятельно; не показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами и их применение в новой ситуации.

4. При защите курсовой работы продемонстрирована сформированность компетенций, умений и навыков, допущены недочёты при освещении основного содержания курсовой работы, получены ответы не на все вопросы комиссии.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1. Не выполнены требования к оформлению работ, согласно нормоконтролю.
2. Не раскрыто основное содержание учебного материала.
3. Курсовая работа не допущена научным руководителем к защите.
4. Не сформированы компетенции, умения и навыки.

6.3 Оценочные средства для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-1, ПК-1, ПК-2

Тест содержит следующие типы заданий

Тип задания	№ задания	Вес задания (балл)	Результат оценивания (баллы, полученные за выполнение задания / характеристика правильности ответа)
задания закрытого типа с выбором одного правильного (1 из 4)	1, 2, 3	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором одного правильного ответа по схеме: «верно»/ «неверно»	4, 5	1 балл	1 б - полное правильное соответствие; 0 б - остальные случаи
задания закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов (3 из 6)	6, 7	2 балла	2 б – полное правильное соответствие (последовательность вариантов ответа может быть любой); 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания закрытого типа на установление соответствия (4 на 4)	8, 9	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задание закрытого типа на установление последовательности	10, 11	2 балла	2 б – полное правильное соответствие; 1 б – если допущена одна ошибка / ответ правильный, но не полный; 0 б – остальные случаи
задания открытого типа с кратким ответом	12, 13,	3 балла	3 б – полное правильное соответствие; 0 б – остальные случаи.

задания открытого типа с развернутым ответом	14, 15	5 баллов	5 б – полное правильное соответствие; если допущена одна ошибка/неточность / ответ правильный, но не полный - 3 балла; если допущено более одной ошибки / ответ неправильный / ответ отсутствует – 0 баллов
--	--------	----------	---

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 – обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; ОПК-1.2 – умеет использовать их в профессиональной деятельности; ОПК-1.3 – имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

Задание 1. Специалист по анализу данных моделирует процесс охлаждения нового серверного оборудования. Температура процессора T (в °C) после выключения системы в момент времени $t \geq 0$ (в минутах) описывается функцией: $T(t) = 25 + \frac{75}{1+t^2}$. Требуется оценить, к ка-

кой температуре будет стабильно стремиться процессор при неограниченном увеличении времени остывания, чтобы выбрать оптимальный алгоритм термоконтроля для последующего включения. Какой математический метод является наиболее обоснованным и эффективным для решения этой профессиональной задачи?

Варианты ответов:

1. Найти предел функции $T(t)$ при $t \rightarrow +\infty$, так как это позволяет определить установившееся значение температуры (температуру окружающей среды), которое является ключевым параметром для алгоритма.
2. Вычислить производную $T'(t)$, чтобы найти момент времени, когда скорость охлаждения будет максимальной.
3. Решить уравнение $T(t) = 40$, чтобы определить точное время, когда процессор охладится до 40°C.
4. Найти вторую производную $T''(t)$, чтобы исследовать выпуклость графика функции охлаждения.

Ответ: 1.

Задание 2. При моделировании поведения одного из алгоритмов сортировки было установлено, что время его работы T (в микросекундах) в зависимости от размера входных данных n (количество элементов) на определённом интервале описывается функцией: $T(n) = 0,01n^2 + 50n + 1000$, $n > 0$. Для анализа эффективности алгоритма при больших n и сравнения его с другими необходимо понять, как ведёт себя скорость роста времени выполнения. Какой математический аппарат и конкретный расчёт являются наиболее обоснованными для количественной оценки скорости роста времени работы этого алгоритма?

Варианты ответов:

1. Вычислить вторую производную $T''(n) = 0,02$. Её постоянное положительное значение показывает, что рост времени выполнения является ускоренным.
2. Найти производную $T'(n) = 0,02n + 50$. Проанализировать её значение, например, при $n = 1000$: $T'(1000) = 70$. Это означает, что при обработке 1000 элементов скорость увеличения времени работы составляет ~70 мкс на один дополнительный элемент, что количественно характеризует скорость роста.

3. Найти предел отношения $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T(n)}{n^2} = 0,01$. Это доказывает, что алгоритм имеет квадратичную асимптотическую сложность $O(n^2)$.

4. Решить уравнение $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right)$, чтобы найти точку, где время работы алгоритма удваивается.

Ответ: 2.

Задание 3. В задаче моделирования нагрузки на серверную ферму аналитик установил, что скорость поступления запросов $v(t)$ (запросов в секунду) изменяется во времени t (в секундах) на отрезке $[0; 60]$ по закону: $v(t) = 100 + 10 \sin \frac{\pi t}{30}$. Для планирования вычислительных

мощностей и оценки производительности системы необходимо найти общее количество запросов N , обработанных сервером за первую минуту (на отрезке от $t=0$ до $t=60$). Какой математический метод и расчёт являются наиболее обоснованными и эффективными для точного решения этой профессиональной задачи?

Варианты ответов:

1. Найти среднее значение функции $v(t)$ на отрезке $[0; 60]$, как $\frac{v(0)+v(60)}{2} = 100$, а затем умножить его на длину отрезка: $N \approx 100 \cdot 60 = 6000$ запросов.

2. Вычислить определённый интеграл
$$N = \int_0^{60} \left(100 + 10 \sin \frac{\pi t}{30} \right) dt$$
. Результат $N = 6000$ запросов даст точное значение общего количества запросов как площади под кривой скорости.

3. Найти первообразную $V(t)$ функции $v(t)$ и вычислить её значение $V(60)$.

4. Проанализировать максимальное и минимальное значение скорости: $v_{\max} = 110$, $v_{\min} = 90$. Оценить количество запросов, как $N \approx \frac{110+90}{2} \cdot 60 = 6000$ запросов.

Ответ: 2.

Задание 4. Инженер – программист разрабатывает алгоритм для сравнения элементов на числовой прямой. В одной из подзадач требуется корректно определить условие, при котором два числа x и y находятся на одинаковом расстоянии от числа a , но по разные стороны от него (то есть симметричны относительно точки a). В процессе рассуждения инженер записал следующее утверждение: «Числа x и y симметричны относительно точки a на числовой прямой тогда и только тогда, когда выполняется равенство $|x-a| = |y-a|$ ». Оцените это утверждение с точки зрения его математической корректности и полноты, как основы для алгоритмической проверки. Данное утверждение является верным и достаточным математическим условием для проверки симметрии двух чисел относительно заданной точки.

Варианты ответа:

1. Верно.

2. Неверно.

Ответ: 1.

Задание 5. Разработчик создаёт программу для визуализации 3D-рельефа местности на основе данных геолокации. В математической модели высота точки поверхности H задаётся как значение функции двух переменных – широты x и долготы y . При отладке алгоритма вычисления средней высоты на участке возник спор о корректности терминологии. Коллега разработчика сделал следующее утверждение: «Если мы вычисляем среднюю высоту на заданном прямоугольном участке карты, то это операция, которая в своей математической

сути является вычислением среднего значения функции $H(x; y)$ по её области определения – множеству географических координат $(x; y)$ этого участка. Следовательно, для точного математического расчёта среднего значения необходимо использовать двойной интеграл от функции $H(x; y)$ по этой области и разделить результат на площадь участка.» Оцените это утверждение с точки зрения его математической корректности и применимости, как основы для алгоритмического решения задачи. Данное утверждение верно отражает математическую суть задачи нахождения среднего значения функции двух переменных по заданной области и указывает корректный метод её точного решения.

Варианты ответа:

1. Верно.
2. Неверно.

Ответ: 1.

Задание 6. Аналитик в компании, занимающейся обработкой потоковых данных, исследует алгоритм, который в процессе работы суммирует последовательность числовых значений a_n , генерируемых внутренним датчиком системы. Для гарантии корректности и устойчивости работы алгоритма необходимо убедиться, что итоговая сумма всех возможных поступающих значений является конечным числом, даже если их количество неограниченно велико. Математически это означает необходимость исследования сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$. Какие три из перечисленных ниже математических действия являются обяза-

тельными, теоретически обоснованными и наиболее эффективными шагами для анализа сходимости такого ряда в рамках профессиональной задачи обеспечения устойчивости алгоритма?

Варианты ответов (выберите три верных):

1. Проверить выполнение необходимого условия сходимости числового ряда, то есть вычислить предел $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$. Если он не равен нулю или не существует, можно сразу сделать вывод о расхождении ряда.

2. Попытаться найти явную формулу для частичной суммы $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ и исследовать её предел при $n \rightarrow +\infty$.

3. Сравнить данный ряд с заведомо сходящимся или расходящимся эталонным рядом (например, геометрическим $\sum_{n=1}^{+\infty} q^{n-1}$ или обобщённым гармоническим $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^p}$), используя признаки сравнения.

4. Применить признаки Даламбера или Коши (радикальный), вычислив соответствующие пределы $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$ или $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$, если элементы ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ имеют подходящую структуру (например, содержат факториалы, степенные выражения).

5. Произвести сложение нескольких первых десятков или сотен членов ряда на компьютере. Если последовательность частичных сумм демонстрирует явную тенденцию к стабилизации, можно сделать вывод о сходимости.

6. По общему члену ряда a_n составить функцию $f(x)$ и исследовать её на экстремум.

Ответ: 134.

Задание 7. Программист-аналитик работает над алгоритмом оптимизации, который настраивает параметры x и y (например, коэффициенты фильтра или скорости обучения) для минимизации функции ошибки $E(x; y)$. Алгоритм использует информацию о локальном поведении функции E в окрестности текущей точки $(x_0; y_0)$. Какие три из следующих утверждений, основанных на понятии частных производных, являются верными и имеют принципиальное значение для понимания и реализации подобных градиентных методов оптимизации?

Варианты ответов (выберите три верных):

1. Частная производная $\frac{\partial E}{\partial x}(x_0; y_0)$ показывает скорость изменения функции $E(x; y)$ при малом изменении только аргумента x , когда значение переменной y зафиксировано равным y_0 .

2. Если обе частные производные $\frac{\partial E}{\partial x}$ и $\frac{\partial E}{\partial y}$ в точке $(x_0; y_0)$ равны нулю, то эта точка обязательно является точкой локального минимума функции $E(x; y)$.

3. Вектор, составленный из частных производных $\left(\frac{\partial E}{\partial x}(x_0; y_0); \frac{\partial E}{\partial y}(x_0; y_0) \right)$, называется градиентом функции $E(x; y)$ и обозначается $\overrightarrow{\text{grad}} E(x_0; y_0)$. Этот вектор указывает направление наискорейшего роста функции в данной точке.

4. Для быстрого спуска к минимуму алгоритм должен сдвигать точку $(x; y)$ в направлении, противоположном градиенту, так как это направление наискорейшего убывания функции $E(x; y)$.

5. Смешанные частные производные $\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 E}{\partial y \partial x}$ не имеют практического значения для градиентных методов и никогда не используются при оптимизации.

6. Если функция $E(x; y)$ линейна относительно x и y (например, $E(x; y) = ax + by + c$), то её градиент постоянен, и метод наискорейшего спуска найдёт минимум за одну итерацию.

Ответ: 134.

Задание 8. Инженер-разработчик в команде, создающей систему анализа данных, работает над модулем валидации пользовательского ввода. Модуль должен проверять, принадлежит ли введённое пользователем значение x области определения встроженных математических функций, используемых для расчётов. Несоответствие приводит к ошибке выполнения. Установите соответствие между математической функцией $f(x)$, используемой в расчётном ядре системы, и условием, которое необходимо проверить для переменной x , чтобы гарантировать корректность вычисления $f(x)$.

Математические функции:

1	2	3	4
$f(x) = \sqrt{4-x}$	$g(x) = \ln(x+1)$	$s(x) = \frac{1}{x^2-9}$	$r(x) = \arcsin \frac{x}{2}$

Условия, наложенные на независимую переменную:

А	Б	В	Г
$x \neq -3, x \neq 3$	$-2 \leq x \leq 2$	$x \leq 4$	$x > -1$

Ответ:

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Задание 9. Установите соответствие между профессиональной задачей (1 – 4) и необходимым для её решения математическим понятием или методом (А – Д). К каждому заданию подберите один наиболее подходящий для её решения математический инструмент. Один из элементов в правом столбике – лишний.

Профессиональная задача	Математическое понятие или метод
1. При моделировании игрового мира нужно быстро определить, в каком направлении персонаж будет набирать высоту (по карте местности) наиболее быстро.	А. Вычисление частных производных функции двух переменных.
2. Требуется найти точку на поверхности интерфейса (заданной уравнением), где отображаемый параметр (например, нагрузка системы) достигает максимума.	Б. Нахождение градиента функции и определение направления его вектора.
3. При настройке нейросети нужно оценить, как небольшие изменения двух коэффициентов усиления повлияют на общую ошибку работы алгоритма.	В. Поиск наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутой ограниченной области.
4. Необходимо аппроксимировать поведение сложной функции от двух параметров настройки сервера вблизи рабочей точки для быстрого прогноза при малых изменениях.	Г. Использование геометрического смысла полного дифференциала функции двух переменных для приближённого вычисления значения функции в точки.

Ответ:

1	2	3	4
Б	В	А	Г

Задание 10. Перед вами профессиональная задача: «Программист – системотехник работает над модулем симуляции физического движения объекта. Для расчёта координаты объекта $s(t)$ в момент времени t . Программисту известна функция мгновенной скорости движения объекта $v(t) = 3t^2 + \cos t - 2e^{-t}$, полученная из данных датчиков. Начальное положение объекта задаётся условием $s(0) = 5$. Необходимо получить аналитическую формулу для $s(t)$, описывающую координату объекта во времени.» В правом столбце перечислены этапы решения этой задачи с применением понятий и методов темы «Неопределённый интеграл». Расположите эти этапы в правильной логической последовательности (от 1 до 5). Заметим, что один этап является лишним и не должен входить в итоговую последовательность.

Этапы решения (перемешаны):

А. Записать ответ в виде семейства функций $s(t) = t^3 + \sin t + 2e^{-t} + C$, где C – произвольная постоянная (константа интегрирования).

Б. Применить метод замены переменной (подстановки) для вычисления интеграла от сложной функции.

В. Сформулировать математическую задачу: нахождение функции $s(t)$ по её производной $v(t)$. Это означает найти неопределённого интеграла: $s(t) = \int v(t) dt = \int (3t^2 + \cos t - 2e^{-t}) dt$.

Г. Использовать свойство линейности интеграла и таблицу интегралов основных функций для нахождения интеграла:

$$\int (3t^2 + \cos t - 2e^{-t}) dt = \int 3t^2 dt + \int \cos t dt - \int 2e^{-t} dt = t^3 + \sin t + 2e^{-t} + C, \quad C \in \mathbf{R}.$$

Д. Найти значение произвольной постоянной C , используя начальное условие $s(0)=5$. Для этого подставить $t=0$ в найденное выражение и решить полученное уравнение относительно C , затем записать окончательный частный ответ: $s(t)=t^3 + \sin t + 2e^{-t} + 2$.

Е. Проверить результат дифференцированием, убедившись, что производная полученной функции $s(t)$ совпадает с исходной функцией $v(t)$.

Ответ: ВГАДЕ.

Задание 11. Вам необходимо проанализировать задачу, связанную с оптимизацией потребления ресурсов в вычислительной системе. В правом столбце перечислены этапы её решения с применением методов дифференциального исчисления. Восстановите логическую последовательность этих этапов, записав их буквенные обозначения в нужном порядке. Один этап является лишним и не должен входить в итоговую цепочку рассуждений.

Задача: «Инженер – системотехник анализирует работу распределённого вычислительного узла. Эмпирически установлено, что среднее время обработки запроса T (в мс) зависит от частоты процессора x (в Гц) по закону: $T(x) = 0,1x^2 - \frac{50}{x} + 300$, $x > 0$. Требуется найти оп-

тимальную частоту процессора x_{opt} , при которой время обработки $T(x)$ будет минимальным, чтобы сбалансировать производительность и энергопотребление.

Перечень этапов (представлены в случайном порядке):

А. Найти производную: $T'(x) = 0,2x + \frac{50}{x^2}$.

Б. Построить график функции $T(x)$ на миллиметровой бумаге и визуально определить точку минимума.

В. Проанализировать поведение функции на границах области определения (границы области определения соответствуют условиям: $x \rightarrow 0+$ и $x \rightarrow +\infty$), чтобы убедиться, что найденный экстремум является глобальным минимумом.

Г. Решить уравнение $0,2x + \frac{50}{x^2} = 0$ при условии $x > 0$. Для этого преобразовать его к виду $2x^3 + 500 = 0$ и сделать вывод об отсутствии положительных корней.

Д. Записать необходимое условие экстремума $T'(x) = 0$: $0,2x + \frac{50}{x^2} = 0$.

Е. Сделать вывод: функция $T(x)$ строго возрастает на всей области определения $x > 0$, так как её производная $T'(x) > 0$ при всех $x > 0$. Следовательно, минимум достигается на левой границе области, что указывает на необходимость пересмотра математической модели или физических ограничений задачи (например, задать нижнюю границу для x из технических условий).

Ответ: АДГЕВ.

Задание 12. Вам необходимо реализовать вычисление функции $y = e^{-x}$ на микроконтроллере с ограниченными ресурсами для $x \in [0; 2]$ с относительной погрешностью менее 0,1%.

Используя разложение в ряд Тейлора $e^{-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^n}{n!}$ и учитывая, что погрешность усечённого ряда не превосходит модуля первого отброшенного члена, определите минимальное количество членов ряда (N), которое гарантирует требуемую точность на всём промежутке $[0; 2]$. В расчёте используйте наихудший случай ($x = 2$). В ответе укажите целое число N .

Ответ: 9.

Задание 13. Вы разрабатываете функцию для "умного" масштабирования графического элемента (виджета) на экране. Размер виджета должен плавно увеличиваться при наведении курсора, но его рост должен замедляться по мере приближения к максимальному допустимому размеру, чтобы анимация выглядела естественно. Зависимость коэффициента масштаба S (относительный размер, где 1.0 — исходный размер) от времени наведения t (в секундах) задаётся функцией: $3 - \frac{4}{t+1}$, где $t \geq 0$. Определите, в какой момент времени t скорость увеличения размера виджета (то есть $S'(t)$) станет меньше 0.01 условных единиц масштаба в секунду. Ваш ответ (значение t) будет использован в коде для оптимизации анимации (например, для перехода к следующему этапу).

Ответ: 19.

Задание 14. Вы анализируете эффективность нового алгоритма сглаживания данных. Время его работы $T(n)$ в зависимости от количества входных данных n описывается формулой:

$$S(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$$

Программист-коллега утверждает, что для очень больших n значение $S(n)$ можно заменить константой $C \approx 2$ при оценке общего времени работы $T(n)$. На каком математическом свойстве объекта основана эта правомерная замена? Ответ сформулируйте одним словом.

Ответ: сходимость.

Задание 15. Вы оптимизируете функцию, которая вычисляет общую стоимость C обслуживания серверов. Стоимость непрерывно накапливается с переменной интенсивностью $r(t)$ (рублей в час) в течение временного интервала $[a; b]$. Для точной оценки вы заменяете непрерывный процесс на его дискретную аппроксимацию: разбиваете интервал на n малых отрезков длиной Δt , на каждом из которых интенсивность считаете постоянной $r(t_k)$, и

суммируете вклады: $C \approx \sum_{k=1}^n r(t_k) \cdot \Delta t$. В практике профилирования кода общее время выполнения алгоритма оценивается, как площадь под графиком функции $r(t)$, показывающей загрузку процессора в зависимости от времени. Какой математический аппарат вы применяете для точного вычисления этой площади?

Ответ: определённый интеграл.

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	ПК-1.1 – обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.

Задание 1. Прочитайте текст задачи: «Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \sin \frac{y}{x}$ в точке $(1, \pi, 0)$ ». Вспомнив теоретический материал, отметьте правильно записанное уравнение касательной плоскости к поверхности.

$$1) z = z_0 + \frac{\partial z(x_0; y_0)}{\partial x} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial z(x_0; y_0)}{\partial y} \cdot (y - y_0),$$

$$2) z = z_0 - \frac{\partial z(x_0; y_0)}{\partial x} \cdot (x - x_0) - \frac{\partial z(x_0; y_0)}{\partial y} \cdot (y - y_0),$$

$$3) \frac{x - x_0}{z'_x(x_0; y_0)} = \frac{y - y_0}{z'_y(x_0; y_0)} = \frac{z - z_0}{-1},$$

$$4) z = z_0 + z'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

Ответ: 1.

Задание 2. Какое из приведенных ниже утверждений верно отражает фундаментальное свойство определённого интеграла, связывающее его с первообразной?

Варианты ответов:

1. Определенный интеграл от функции на отрезке равен произведению длины этого отрезка на среднее значение функции.

2. Если функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$, то

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

3. Определенный интеграл от непрерывной функции всегда положителен.

4. Интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от этих функций, только если функции монотонны.

Ответ: 2.

Задание 3. Укажите причину, по которой невозможно вычислить производную функции $y = \ln(x \cdot e^x)$ в точке $x = 0$. В ответе укажите номер правильного ответа.

Варианты ответа:

1) точка $x = 0$ не принадлежит области определения;

2) производная функции представляет собой дробь, знаменатель которой в точке $x = 0$ обращается в нуль;

3) функция не является непрерывной в точке $x = 0$;

4) функция не является ограниченной в области определения.

Ответ: 1.

Задание 4. Оцените верность утверждения: «Если предел функции $f(x)$ в точке x_0 равен конечному числу A , то это означает, что сама функция $f(x)$ обязательно определена в точке x_0 и принимает значение A , то есть $f(x_0) = A$ ». В ответе укажите номер правильного ответа.

Варианты ответа:

1. Верно.

2. Неверно.

Ответ: 2.

Задание 5. Оцените верность утверждения: «Если неопределённую в точке x_0 функцию $f(x)$ можно упростить, например, сократив на некоторое выражение так, что предел от этой функции в точке будет конечным числом, то это доказывает, что исходная функция $f(x)$ непрерывна в этой точке x_0 ». В ответе укажите номер правильного ответа.

Варианты ответа:

1. Верно.

2. Неверно.

Ответ: 2.

Задание 6. Отметьте способы вычисления двойного интеграла:

- 1) $\iint_D f(x; y) dx dy = \int_a^b f(x; y(x)) \cdot \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx,$
- 2) $\iint_D f(x; y) dx dy = \iint_G f(x(u; v); y(u; v)) \cdot |I| du dv, I - \text{якобиан преобразования, } G - \text{образ области } D \text{ в новых координатах,}$
- 3) $\iint_D f(x; y) dx dy = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x; y) dy,$ где функции $y_1(x), y_2(x)$ - непрерывны на отрезке $[a; b]$,
- 4) $\iint_D f(x; y) dx dy = \int_a^\beta f(x(t)) \cdot x'(t) dt,$
- 5) $\iint_D f(x; y) dx dy = \int_c^d dy \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x; y) dx,$ где функции $x_1(y), x_2(y)$ - непрерывны на отрезке $[c; d]$,
- 6) $\iint_D f(x; y) dx dy = \int_a^\beta f(x(\varphi); y(\varphi)) \cdot \sqrt{(x'(\varphi))^2 + (y'(\varphi))^2} d\varphi.$

Ответ: 235.

Задание 7. На занятии по математическому анализу обсуждается сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{n^4 + 1}$. В результате обсуждения студенты выдвинули различные аргументы. Вам необходимо проанализировать эти утверждения и выбрать те, которые являются корректными и математически обоснованными. Выберите три утверждения из списка ниже, которые являются математически корректными и могут быть использованы для обоснования сходимости или расходимости ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{n^4 + 1}$.

Утверждения:

1. Для анализа ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{n^4 + 1}$ можно применить признак сравнения, сравнив общий член $a_n = \frac{n^2 + 1}{n^4 + 1}$ с общим членом ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$: $b_n = \frac{1}{n^2}$, так как при $n \rightarrow +\infty$ они эквивалентны, а ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится.
2. Поскольку числитель и знаменатель – многочлены, и степень знаменателя, равная 4, больше степени числителя, равной 2, более чем на единицу, это гарантирует сходимость ряда.
3. Данный ряд является знакоположительным, и его сходимость можно установить с помощью предельного признака сравнения, вычислив предел $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n}$, где $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 1}{n^4 + 1}$, $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$, который равен: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{n^4 + 1} : \frac{1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^2 + 1) \cdot n^2}{n^4 + 1} = 1$, так как предел конечен и отличен от нуля, то ряд ведёт себя так же, как сходящийся ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$.

4. Ряд расходится, так как предел его общего члена равен нулю, но этот факт сам по себе не является достаточным условием сходимости, а необходимого условия недостаточно для вывода о сходимости.

5. Если рассмотреть остаток ряда после n -го члена, то его величина будет стремиться к нулю при $n \rightarrow +\infty$ для любого сходящегося ряда, поэтому вычисление нескольких первых членов достаточно для точного определения суммы данного ряда.

6. Применение интегрального признака Коши было бы здесь избыточно сложным, поскольку существуют более простые и эффективные методы анализа, такие как признак сравнения или предельный признак сравнения.

Ответы: 136.

Задание 8. Установите соответствие между функциями и областями определения функций:

А) $z = \sin \frac{x}{y}$	1) $D(z) = \{(x; y) \in \mathbf{R}^2 : y \geq -x\}$
Б) $z = \ln \frac{x}{y}$	2) $D(z) = \{(x; y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0, y > 0\} \cup \{(x; y) \in \mathbf{R}^2 : x < 0, y < 0\}$
В) $z = \sqrt{x+y}$	3) $D(z) = \{(x; y) \in \mathbf{R}^2 : y \neq 0\}$
Г) $z = \sqrt{x^2 - y^2}$	4) $D(z) = \{(x; y) \in \mathbf{R}^2 : y \leq x, y \geq -x\} \cup \{(x; y) \in \mathbf{R}^2 : y \leq -x, y \geq x\}$

Ответ:

А	Б	В	Г
3	2	1	4

Задание 9. Установите соответствие между физической или геометрической ситуацией (номера 1 – 4) и её математической интерпретацией (буквы А – Г). При описании ситуации используются обозначения: $f(t)$ – закон движения, $f'(t_0)$ – значение производной в точке t_0 , $y = f(x)$ – уравнение кривой, $f'(x_0)$ – значение производной в точке x_0 .

Ситуация:

1. Мгновенная скорость материальной точки в момент времени t_0 , которая движется по закону $s = s(t)$.
2. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0
3. Скорость изменения температуры стержня в момент времени t_0 , если $T(t)$ – закон распределения температуры.
4. Условие для поиска точки на графике, в которой касательная параллельна оси абсцисс.

Математической интерпретацией:

А	Б	В	Г
$f'(x_0) = 0$	$T'(x_0)$	$f'(x_0)$	$s'(t_0)$

Ответ:

1	2	3	4
Г	В	Б	А

Задание 10. Алгоритм решения задачи на нахождение точек экстремума функции $y = f(x)$ представлен в виде перечня шагов. Внимательно изучите перечень и установите логическую последовательность этих шагов, расположив их в правильном порядке, без запятых.

Перечень шагов:

1. Найти точки функции, подозрительные на экстремум, решив уравнение $f'(x)=0$.
 2. Найти точки, в которых производная $f'(x)$ не существует.
 3. Найти область определения функции $y=f(x)$.
 4. Найти производную функции $f'(x)$.
 5. Отметить на числовой прямой точки из шагов 1 и 2, которые принадлежат области определения функции.
 6. Исследовать знак первой производной $f'(x)$ на интервалах, на которые точки, подозрительные на экстремум, и критические точки делят область определения.
 7. Сделать вывод о наличии экстремумов в каждой критической точке: если производная меняет знак с «+» на «-», то это точка максимума; если с «-» на «+» - точка минимума; если знак не меняется – экстремума нет.
 8. Вычислить значения функции $f(x)$ в найденных точках экстремума.
- Ответ: 34125678.

Задание 11. Установите последовательность действий для решения задачи: «Приближённо вычислить значение $\sqrt[3]{1,02}$ ». В ответ укажите последовательность шагов без запятых.

Элементы для последовательности:

- 1) вычислить $f(x_0)$;
- 2) выбрать значение x_0 , близкое к $x=1,02$ такое, что значение функции в точке x_0 не сложно вычислить;
- 3) обозначив через x значение 1,02, получить функцию $f(x)=\sqrt[3]{x}$;
- 4) подставив соответствующие значения в формулу $\sqrt[3]{1,02} \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$, посчитать ответ;
- 5) найти $\Delta x = x - x_0$;
- 6) вычислить значение производной в точке x_0 : $f'(x_0)$;
- 7) найти производную функции $f'(x)$.

Ответ: 3217654.

Задание 12. Прямая касается графика функции $f(x)=\frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $-\frac{1}{3}$. Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и этой прямой.

Ответ: 2.

Задание 13. График первообразной для функции $f(x)=16^x \ln 16 - 2 \cdot 4^x \ln 4$ пересекает ось ординат в точке $(0; -9)$. В какой точке он пересекает ось абсцисс?

Возможная запись ответа: (1; 0), или (1, 0), или (1;0), или (1,0).

Задание 14. Найдите полный дифференциал функции $v(x; y)=x^2 - y^3$ в точке $M(1; -4)$.

Ответ: $dv(M)=2dx - 48dy$, или $dv=2dx - 48dy$, или $2dx - 48dy$.

Задание 15. Каким способом: через параметризацию кривой или по формуле Грина рациональнее вычислить криволинейный интеграл II рода: $I = \oint_L (2x + 3y)dx + (3x - 4y)dy$, где кривая L состоит из дуги параболы $y=x^2$, соединяющей точки $O(0; 0)$ и $A(2; 4)$, и отрезка прямой, соединяющей эти же точки.

Ответ: по формуле Грина.

Формируемая компетенция	Индикаторы сформированности компетенции
ПК-2. Способность проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-2.1 – знает принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках; ПК-2.2 – умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой; ПК-2.3 – имеет практический опыт выступлений и научной аргументации и профессиональной.

Задание 1. Вы приступаете к написанию курсовой работы по математическому анализу на тему «Исследование функции одной переменной и построение её графика». Какой из следующих планов организации работы является наиболее правильным и полным с точки зрения принципов построения научного исследования?

1. Сразу построить график функции с помощью компьютерной программы, красиво его оформить и распечатать. Остальное содержание работы написать «под график», описав его внешний вид.
2. Разработать план работы, согласовать его с руководителем, затем последовательно: 1) изучить литературу по теме; 2) провести полное аналитическое исследование функции по алгоритму: найти область определения функции, нули и промежутки знакопостоянства функции, исследовать чётность / нечётность, периодичность, непрерывность, монотонность и экстремум функции, направления выпуклости графика функции, асимптоты; 3) на основе анализа построить график; 4) оформить работу со списком использованных источников.
3. Найти в интернете готовое исследование похожей функции, поменять в нём цифры и формулы, и сдать эту работу.
4. Написать работу «от себя», полагаясь только на собственные знания и не сверяясь с учебниками или научными статьями, так как это творческая задача.

Ответ: 2.

Задание 2. Вы под руководством преподавателя пишете курсовую работу по математическому анализу. Выбрали тему: «Применение производной для исследования функций». Тему утвердили. Какой из следующих вариантов наиболее правильно формулирует конкретную научную проблему (проблему исследования) в рамках этой общей темы?

1. В работе я расскажу, что такое производная и как её вычислять, потому что это основа анализа.
2. Я рассмотрю несколько красивых графиков функций из учебника и объясню, как они выглядят.
3. В работе ставится проблема: как с помощью методов дифференциального исчисления (первой и второй производной) можно определить интервалы монотонности, точки экстремума и асимптоты у функций, заданных неявно или параметрически, где стандартное исследование затруднено?
4. Цель моей работы — переписать определения и теоремы из лекций про производную, чтобы получить хорошую оценку.

Ответ: 3.

Задание 3. Вы выбираете тему курсовой работы по математическому анализу и должны свой выбор обосновать научному руководителю. Какой из следующих вариантов представляет собой наиболее корректное и полное научное обоснование выбора темы?

1. «Я выбираю тему “Исследование функций с помощью производной”, потому что она мне нравится и кажется интересной».
 2. «Тема “Численные методы решения определённых интегралов” актуальна, так как аналитическое вычисление интегралов часто невозможно. Это важно для моделирования в физике и инженерии. Исследование позволит сравнить точность методов прямоугольников, трапеций и Симпсона на конкретных примерах».
 3. «Я хочу взять тему “Дифференциальные уравнения”, потому что она самая сложная в программе, и если я напишу курсовую работу по этой теме, то точно получу отличную оценку».
 4. «Моя тема - “Предел функции”. Я выбрал её, потому что она первая в учебном плане и по ней уже есть готовые решённые задачи в интернете».
- Ответ: 2.

Задание 4.

Утверждение:

При формулировке цели курсовой работы по математическому анализу, посвящённой проблеме сравнения численных методов, применяемых при вычислении определённых интегралов, корректной и соответствующей принципам научного исследования будет следующая цель: «Сравнить точность и вычислительную сложность методов прямоугольников, трапеций и Симпсона при вычислении определённых интегралов от функций, не имеющих аналитической первообразной, и определить наиболее эффективный метод для каждого класса функций».

Выберите один вариант оценки этого утверждения:

1. Верно.
2. Неверно.

Ответ: 1.

Задание 5. Утверждение: Цель курсовой работы по математическому анализу сформулирована так: «Сравнить точность и вычислительную сложность методов прямоугольников, трапеций и Симпсона при вычислении определённых интегралов от функций, не имеющих аналитической первообразной, и определить наиболее эффективный метод для каждого класса функций».

Следующий набор задач является логичным, полным и адекватным для достижения этой цели:

1. Проанализировать литературу по теории приближённых методов вычисления определённых интегралов.
2. Сделать выводы об эффективности методов для разных классов функций.
3. Реализовать выбранные численные методы в виде алгоритмов на языке программирования.
4. Провести вычислительный эксперимент: вычислить тестовые интегралы с разной точностью, зафиксировать время работы и погрешность для каждого метода.
5. Реферативно изложить численные методы вычисления определённых интегралов.
6. Проанализировать и систематизировать полученные результаты, выявив зависимости точности и скорости от вида функции и выбранного метода.

Выберите один вариант оценки этого утверждения:

1. Верно.
2. Неверно.

Ответ: 2

Задание 6. Тема курсовой работы: «Методы исследования сходимости числовых рядов». Студент под руководством преподавателя составляет план (структуру) работы. Какие из следующих пунктов должны быть обязательно включены в план научной курсовой работы

по данной теме для демонстрации сформированности умения проводить мини исследование?

1. Титульный лист, где красиво написано название.
2. Введение, в котором обоснована актуальность темы, сформулированы проблема, цель, задачи и указаны методы исследования.
3. Пункт 1 - теоретический. Обзор основных понятий темы. Систематизация известных признаков сходимости: необходимый признак (для любого ряда), достаточные признаки сходимости числовых рядов: Даламбера, Коши, интегральный и др.).
4. Подбор картинок и графиков из интернета для иллюстрации содержания работы.
5. Пункт 2 – практический или исследовательский. Примеры применения различных признаков сходимости для исследования конкретных рядов с анализом рациональности решения в каждом конкретном примере.
6. Личный дневник студента о том, как трудно изучать теорию рядов.

Ответы: 235.

Задание 7. Вы пишете курсовую работу по интегральному исчислению функций нескольких переменных на тему: «Применение кратных интегралов для решения прикладных задач». Какие из следующих разделов являются обязательными и демонстрируют понимание принципов построения научного исследования, ориентированного на практический результат?

1. Введение, в котором формулируется актуальность применения кратных интегралов в физике и технике, ставится цель – научиться применять методы вычисления для решения практических задач, и определяются конкретные задачи исследования.
2. Пункт 2. Теоретические основы и методы вычисления кратных интегралов. Содержит классификацию типов интегралов (двойные, тройные), обзор методов их вычисления (сведение к повторному, замена переменных).
3. Раздел, где переписывается весь теоретический материал учебника, соответствующий теме исследования под копирку, включая все доказательства теорем, без выделения ключевого содержания для темы.
4. Пункт 3. Практическое применение кратных интегралов в расчётных задачах. Включает: выбор конкретных физических или геометрических задач (масса неоднородного тела, статические моменты, объём сложной области и т.д.); описание методики перевода условия задачи на математический язык; непосредственное вычисление интегралов с пояснением каждого шага; анализ результатов и их интерпретацию в терминах исходной задачи.
5. Страница с автобиографией студента и его фотографией.
6. Пункт 1. Посвящённый краткому изложению исторических фактов развития интегрального исчисления, без связи с темой кратных интегралов.

Ответы: 124.

Задание 8. Вы пишете курсовую работу по теме «Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка и их прикладная интерпретация». В исследовательской части работы планируется продемонстрировать применение различных методов. Ниже приведены типы дифференциальных уравнений (ДУ) и перечень методов исследования и анализа. Установите соответствие между типом дифференциального уравнения (левый столбец) и корректной последовательностью шагов метода исследования, которую нужно описать и применить в научной работе (правый столбец).

Тип дифференциального уравнения	Последовательность шагов метода исследования (для соответствующего пункта работы)
А. Уравнение с разделяющимися переменными	1. 1) Приведение к виду $y' + p(x)y = q(x)$. 2) Применение метода вариации производной постоянной или метода Бернулли для решения уравнения. 3) Запись общего решения в виде дифференциального уравнения.

	4) Анализ поведения решения при заданных начальных условиях.
Б. Однородное уравнение	2. $z = \frac{y}{x}$ 1) Выполнение подстановки $z = \frac{y}{x}$, приводящей к уравнению с разделяющимися переменными относительно функции $z = z(x)$. 2) Разделение переменных и интегрирование. 3) Возврат к исходной переменной y . 4) Построение интегральных кривых и анализ их семейства.
В. Линейное уравнение	3. 1) Разделение переменных: $\frac{P_1(x)}{P_2(x)} dx + \frac{Q_2(x)}{Q_1(x)} dy = 0$ 2) Интегрирование обеих частей. 3) Запись общего решения в явном или неявном виде. 4) Решение задачи Коши и интерпретация результата.
Г. Уравнение в полных дифференциалах	4. $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ 1) Проверка условия $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$. 2) Поиск функции $U(x; y)$ с помощью интегрирования. 3) Запись общего решения в виде $U(x; y) = C$.

Ответ:

А	Б	В	Г
3	2	1	4

Задание 9. В процессе подготовки к исследованию на тему «Численное решение линейных дифференциальных уравнений n -го порядка с использованием метода конечных разностей» студент выполняет ряд действий, связанных с работой с источниками и методами. Установите соответствие между видом источника информации или задачи (левый столбец) и корректным действием исследователя или результатом, соответствующим принципам научной работы (правый столбец).

Вид источника / задачи в рамках исследования	Корректное действие исследователя / Ожидаемый результат
1. Фундаментальный учебник (например, Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения: Учеб.: Для вузов. — 4-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 256 с.)	А. Сравнить точность методов Рунге-Кутты 4-го порядка и Адамса-Башфорта для конкретного уравнения 3-го порядка, построив график зависимости ошибки от шага интегрирования.
2. Научная статья в журнале «Journal of Computational Physics»	Б. Внести источник в библиографический список в соответствии с ГОСТ или АРА. В тексте работы дать краткую аннотацию (2-3 предложения) о его содержании и ценности для исследования.
3. Задача верификации численного метода	В. Использовать для получения строгого теоретического обоснования метода, описания его устойчивости и сходимости. Привести в теоретической части основные формулы и выводы.

4. Новый для студента источник, найденный в библиотеке	Г. Взять за основу модификацию метода, предложенную авторами, для учёта специального вида краевых условий. Адаптировать псевдокод из статьи для своей задачи.
--	---

Ответ:

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Задание 10. Для написания курсовой работы Вы выбрали тему: «Исследование методов численного интегрирования для вычисления несобственных интегралов первого рода». Процесс проведения научного исследования под руководством научного руководителя включает несколько ключевых этапов. Расположите приведенные ниже этапы в логической последовательности, отражающей стандартный ход выполнения курсовой работы по заданной теме.

Элементы для упорядочивания:

1. Практическая реализация и эксперимент: Написание программы на Python, реализующей метод Гаусса для вычисления интеграла с бесконечным верхним пределом (после замены переменной), и проведение серии вычислений с различной точностью.
2. Анализ результатов и подготовка выводов: Сравнение точности и скорости сходимости методов Симпсона и Гаусса для конкретных подынтегральных функций. Построение графиков зависимости ошибки от числа узлов. Формулировка выводов о применимости методов.
3. Определение цели и изучение теоретических основ: Формулировка цели исследования – сравнить эффективность квадратурных методов для несобственных интегралов. Изучение учебников по численным методам (напр., Крылова, Бахвалова) и статей на английском языке о модификациях метода Гаусса.
4. Оформление работы и подготовка к защите: Написание текста курсовой работы с разделами «Введение», «Теоретическая часть», «Практическая реализация», «Анализ результатов». Составление презентации для защиты с ключевыми графиками и тезисами аргументации.
5. Выбор и обоснование методики: Анализ условий сходимости несобственных интегралов. Выбор для сравнения метода Симпсона (как базового) и метода Гаусса (как более точного). Обоснование замены переменной для сведения к собственному интегралу.

Ответ: 35124.

Задание 11. Для написания курсовой работы Вы выбрали тему: «Сравнительный анализ аналитических и численных методов поиска наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных на компакте». Ниже представлены этапы выполнения курсовой работы под руководством научного руководителя. Установите их правильную логическую последовательность, соответствующую стандартному плану научного исследования.

Перечень этапов для упорядочивания:

1. Сбор и систематизация результатов: Составление сводной таблицы, в которой для выбранной функции (например, $f(x; y) = x^2 - y^2$) на заданном компакте (например, круг $x^2 + y^2 \leq 4$) сопоставляются точки и значения кандидатов в экстремумы, найденные методом Лагранжа на границе, критические точки внутри области, значения в вершинах области (если она многоугольная), а также результаты, полученные численным методом.

2. Практическое применение методов: Поиск стационарных точек функции внутри заданной области с помощью решения системы

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad \text{Применение метода множителей Лагранжа}$$

для исследования функции на границе области (например, на окружности $x^2 + y^2 = 4$). Запуск реализованного алгоритма случайного поиска или метода покоординатного спуска для численного сканирования области.

3. Формулирование заключения: Написание итогового раздела, в котором подтверждается, что цель достигнута, и делаются выводы: аналитический метод дает точное решение, но трудоёмок для сложных границ; численный метод эффективен для быстрого приближенного решения, но требует верификации и может "застревать" в локальных экстремумах. Указываются возможные направления дальнейших исследований.

4. Теоретическая подготовка и постановка задачи: Изучение теорем Вейерштрасса (о достижении экстремумов на компакте) и Ферма (о необходимых условиях экстремума). Анализ классического алгоритма поиска глобального экстремума: исследование внутренности, границы, сравнение значений. Поиск в литературе (например, в Ильин В.А., Позняк Э.Г. «Основы математического анализа» и в англоязычных обзорах по глобальной оптимизации) сведений о численных методах (метод случайного поиска, методы Монте-Карло).

5. Выбор и обоснование подхода: Обоснование выбора для сравнения классического аналитического подхода (критические точки и метод Лагранжа) и одного из численных методов (например, адаптивного случайного поиска). Аргументация на основе надежности первого метода и универсальности второго для функций сложной формы.

Ответ: 45213.

Задание 12. В рамках исследования требуется вычислить площадь некоторой фигуры на плоскости, ограниченной графиком непрерывной неотрицательной функции, двумя прямыми, параллельными оси ординат и осью абсцисс. Как называется математический объект, который применяется для решения такой задачи в первую очередь?

Ответ: определённый интеграл.

Задание 13. Вам необходимо исследовать функцию одной переменной на наличие экстремумов. Первым шагом в стандартном алгоритме анализа такой функции является нахождение точек, где её первая производная равна нулю или не существует.

Как называются такие точки?

Ответ: стационарные или критические.

Задание 14. В рамках исследования по обучению нейронной сети вам необходимо проанализировать функцию потерь $L(w)$, где w - вектор параметров модели. Известно, что для поиска минимума такой функции и обоснования сходимости алгоритма обучения часто применяется метод, основанный на анализе градиента функции и свойств её второй производной (матрицы Гессе). Сформулируйте цель первого этапа исследования, исходя из общей задачи «доказать, что алгоритм градиентного спуска сходится к локальному минимуму для заданной функции потерь $L(w)$ ». Цель должна быть конкретной, указывать на применяемый математический аппарат и соответствовать логике научного исследования.

Ответ: цель первого этапа исследования – проверить выполнение необходимых условий наличия локального минимума функции $L(w)$ в предполагаемой стационарной точке w_0 , а именно: равенство нулю градиента $\overline{\text{grad}}L(w_0) = \bar{0}$.

Задание 15. Вы проводите исследование, посвященное анализу экстремальных свойств функций, возникающих в экономических моделях (моделирование полезности или издержек). В ходе работы вы рассматриваете функцию двух переменных: $f(x; y) = e^{-(x^2+y^2)} + \ln(1+x^2+2y^2)$ для точек $(x; y) \in \mathbf{R}^2$. В рамках подготовки научного отчета сформулируйте объект исследования.

Ответ: объектом исследования является функция двух переменных.

6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

1 семестр

ВОПРОСЫ К СОБЕСЕДОВАНИЮ № 1

«ПРЕДЕЛ, НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ»

1. Предел функции в точке и на бесконечности, геометрический смысл.
2. Определения непрерывности функции в точке на разных языках.
2. Точки разрыва и их классификация.
3. Теоремы об арифметических операциях над непрерывными функциями.

3 семестр

ВОПРОСЫ К СОБЕСЕДОВАНИЮ № 2

«ПРИЛОЖЕНИЯ КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ»

1. Вычисление площадей плоских фигур.
2. Вычисление объемов тел вращений.
3. Нахождение длин дуг.
4. Вычисление площадей поверхностей.

1 семестр

Самостоятельная работа № 1

1. Дать определение на языке " $\varepsilon - \delta$ " и на языке окрестностей.

$$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = 2$$

2. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел в точке.

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x + \pi}$$

Вычислить: $x \rightarrow \pi$ $x + \pi$.

Самостоятельная работа № 2

Записать определение на языке " $\varepsilon - \delta$ " и дать геометрическую иллюстрацию:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$$

Восстановить запись:

$$*** = \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \mid \forall x \in D(f) \text{ из } *** \Rightarrow |f(x) + 7| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 49}$$

Вычислить: $x \rightarrow 7$ $x^2 - 49$.

Самостоятельная работа № 3

1. Дайте определение функции, дифференцируемой в точке.

2. Составьте приращение Δf для функции $f(x) = 2 \cos x - x^2$.

3. Найдите по определению производную функции $y = x^2 + 1$.

Самостоятельная работа № 4

1. Составьте уравнение касательной к кривой $y = \ln(x^2)$, которая параллельна прямой $y = -x$.

2. В каких точках касательная к графику функции $y = \frac{x-8}{x+8}$ образует с осью Ox угол 45° ?

Самостоятельная работа № 5

1. По графику функции схематически построить график производной
2. Найти промежутки монотонности, точки экстремума, промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба:

$$y = \frac{12x}{9 + x^2}.$$

2 семестр

Самостоятельная работа № 1

Найти интегралы:

$$\int \frac{dx}{x^2 + 9}; \quad \int \frac{3dx}{\sqrt{3-x^2}}; \quad \int \frac{xdx}{2+x^2}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{5+x^2}}; \quad \int \frac{7dx}{x^2-4}; \quad \int 7^{2x+1} dx$$

4 семестр

Самостоятельная работа № 1

Комплексные числа

1. Представить число $2\sqrt{2} - i$ в тригонометрической форме записи, взяв главное значение аргумента.

2. Вычислить $\left[\frac{1-\sqrt{3}i}{2} \right]^{60} + \left[\frac{1+\sqrt{3}i}{2} \right]^{60}$.

3. Изобразить множество $D_1 = \{z \in \mathbb{C}: |z+1+i| > 2, \operatorname{Im} z > 0\}$ на комплексной плоскости.

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Инструкция для студента

Тест содержит 25 заданий, из них 15 заданий – часть А, 5 заданий – часть В, 5 заданий – часть С. На его выполнение отводится 90 минут. Если задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время вернитесь к пропущенным заданиям. Верно выполненные задания части А оцениваются в 1 балл, части В – 2 балла, части С – 5 баллов.

Часть А

К каждому заданию части А даны несколько ответов, из которых только один верный. Выполнив задание, выберите верный ответ и укажите в бланке ответов.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 2x - 35}{x - 5}$$

- A1. Найти предел функции

1) 0	2) 12	3) $+\infty$	4) 1
------	-------	--------------	------

А2. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow -a} \frac{6 \sin 2(a+x)}{(x+a)}$

1) 0	2) 6	3) 1	4) 12
------	------	------	-------

А3. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x + 6}{(\sqrt{x} + 5) \cdot (\sqrt{x} - 5) \cdot (1-x) \cdot (7x^2 + 3)}$

1) ∞	2) $-\frac{1}{7}$	3) 0	4) 1
-------------	-------------------	------	------

А4. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{x+1}$

1) e^2	2) e^{-1}	3) e^3	4) e
----------	-------------	----------	--------

А5. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 - 5x + 4} - \sqrt{x^2 - 3x} \right)$

1) ∞	2) $\frac{1}{3}$	3) 1	4) 0
-------------	------------------	------	------

А6. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x}$

1) $+\infty$	2) $-\infty$	3) 1	4) 0
--------------	--------------	------	------

А7. Для функции $y = x \cdot e^{-3x}$ найти dy

1) $(e^{-3x} + x \cdot e^{-3x}) dx$	3) $\left(\frac{x^2}{2} \cdot e^{-3x} - \frac{x}{3} \cdot e^{3x} \right) dx$
2) $(e^{-3x} - 3x \cdot e^{-3x}) dx$	4) $(-e^{-3x} + x \cdot e^{-3x}) dx$

А8. Найти интеграл $\int x e^{3x} dx$

1) $3x e^{3x} - 9e^{3x} + C$	2) $\frac{x}{3} e^{3x} + \frac{1}{3} e^{3x} + C$
3) $\frac{x}{3} e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$	4) $x^2 e^{3x} - \frac{x}{3} e^{3x} + C$

А9. Вычислить интеграл $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$

1) $3 \ln^2 x + C$	2) $\frac{\ln^4 x}{4x} + C$	3) $\ln^3 x \cdot \ln x + C$	4) $\frac{\ln^4 x}{4} + C$
--------------------	-----------------------------	--------------------------------	----------------------------

А10. Рациональную дробь $\frac{2x^2 + 5}{(x^2 + x + 1)(x+1)^2(x-3)}$ можно разложить в сумму простейших дробей:

1) $\frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{Cx+D}{(x+1)^2} + \frac{E}{x-3}$	2) $\frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{x+1} + \frac{E}{x-3}$
--	---

3) $\frac{Ax+B}{x^2+x+1} + \frac{Cx+D}{(x+1)^2} + \frac{E}{x+1} + \frac{F}{x-3}$	4) $\frac{A}{x^2+Bx+1} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{x+1} + \frac{F}{x-3}$
--	---

A11. Выбрать на чертеже фигуру, ограниченную линией $y = 4x - x^2$ и осью абсцисс.

1) 0	2) -4	3) 0	4) -4
42	0	4	0

A12. Область определения функции $z = \ln(y^2 - 4x + 8)$ изображена на рисунке

1)	2)	3)	4)
----	----	----	----

A13. Указать область интегрирования для суммы повторных интегралов

$$\int_{-1}^0 dy \int_{y^2}^1 f dx + \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f dx$$

1)	2)	3)	4)
----	----	----	----

A14. Изменить порядок интегрирования в сумме повторных интегралов

$$\int_{-1}^0 dy \int_{y^2}^1 f dx + \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 f dx$$

1) $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f dy$	2) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{x^2} f dy$	3) $\int_{-1}^1 dx \int_{-x^2}^{x^2} f dy$	4) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f dy$
--	--	--	---

A15. Найти частную производную $\frac{\partial u}{\partial y}$ для функции $u = y + \sin(x \cdot y)$

1) $1 + \cos(x \cdot y)$	2) $1 + x \cos(x \cdot y)$	3) $1 - \cos(x \cdot y)$	4) $1 - x \cos(x \cdot y)$
--------------------------	----------------------------	--------------------------	----------------------------

ЧАСТЬ В

Будьте внимательны! Задания части В могут быть 3-х типов:

1) задания, содержащие несколько верных ответов;

- 2) задания на установление соответствия;
 3) задания, в которых ответ должен быть дан в виде числа, слова, символа.

B1. x_0 – точка устранимого разрыва, если:

а) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \exists$ б) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ в) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A, A \neq f(x)$
 г) $f(x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x_0)$

1) а	2) б	3) в	4) г
------	------	------	------

B2. Составить уравнение касательной к графику функции $y = -3x^3 - 5x^2 - 6x + 24$ в точке с абсциссой $x = -2$.

1) $y = 22x - 4$	2) $y = -2(11x + 2)$	3) $y = -22x - 4$	4) $y = 2(11x + 2)$
------------------	----------------------	-------------------	---------------------

B3. Множество (1;3) является интервалом сходимости ряда.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n}$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$	4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$
--	--	--	--

B4. Из рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+1}}{9n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ сходятся

1) а	2) б	3) в	4) все расходятся
------	------	------	-------------------

B5. Дана функция $y = x \cdot e^{-3x}$. Найти y''

1) $-3e^{-3x}(2-3x)$	2) $-6e^{-3x} + 9x \cdot e^{-3x}$	3) $-3e^{-3x}(2+3x)$	4) $6e^{-3x} + 9xe^{3x}$
----------------------	-----------------------------------	----------------------	--------------------------

ЧАСТЬ С

Ответы к заданиям части С формулируются в свободной краткой форме и записываются в бланк ответов.

$$y = x^2 + \frac{1}{x}$$

C1. Найти точку локального минимума функции

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-10)^n}{n}$$

C2. Найти область сходимости ряда

C3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt{9,02}$.

C4. Вычислить с точностью до 0,0001 значение выражения $\sin 1^0$ (при помощи рядов).

C5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y = 4x - x^2$ и осью абсцисс.

Ответы

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
2	4	2	1	1	4	2	3
A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	
4	2	3	2	1	2	2	

B1	B2	B3	B4	B5
3, 4	2, 3	1, 3	2, 3	1, 2

C1	$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ - точка минимума. $y = x^2 + \frac{1}{x}$, $y' = 2x - \frac{1}{x^2}$, $2x - \frac{1}{x^2} = 0$, $x \neq 0$, $x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$, — + — 0 $x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$
C2	$x_0 = 10$, $R=1$, $(9,11)$, $x=9 \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ - условно сходится, $x=11 \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ — расходится. Ответ: $[9,11)$
C3	$\sqrt{9,02} \approx \sqrt{9} + \frac{1}{2\sqrt{9}} \cdot 0,2 = 3 + \frac{0,1}{3} \approx 3,033$
C4	$\sin 1^\circ = \sin \frac{\pi}{180} \approx \frac{\pi}{180} - \frac{\pi^3}{180^3 \cdot 3!} \approx 0.0174$
C5	$\int_0^4 (4x - x^2) dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big _0^4 = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3}$

Критерии оценки тестовых заданий

За правильный ответ на вопросы заданий части А испытуемый получает 1 балл, заданий части В - 2 балла, заданий части С – 5 баллов.

Перевод тестовых баллов в четырех балльную шкалу оценок осуществляется по следующей шкале.

Неудовлетворительно	до 60% баллов за тест
Удовлетворительно	от 61% до 74% баллов за тест
Хорошо	от 75% до 84% баллов за тест
Отлично	более 85% баллов за тест

Индивидуальное задание 1

Дифференциальное исчисление функции одного переменного

1. Найти:

а) $\lim_{x \rightarrow 0+} (\operatorname{ctg} 3x)^{\frac{4}{\ln x}}$; б) $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2y - y^4} - 3\sqrt{y}}{1 - \sqrt[4]{y}}$; в) $\lim_{t \rightarrow \infty} 3t^2 (e^{\frac{4}{t^2}} - 1)$.

1. Касательная к кривой $y = 15x^2 - 5$ образует с осью абсцисс угол 60° . Составить уравнение касательной.

2. Найти dU , если $U = \left(\operatorname{arcctg} \sqrt{\ln \frac{5}{y}} \right)^8$.

3. Тело движется прямолинейно по закону $S = t^3 - 3t + 4$ (t - время в сек., S - путь в м). Через какое время после начала движения скорость тела окажется равной 9м/с?

4. Найти промежутки монотонности, точки экстремума:

$$y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9$$

Индивидуальное задание 2

Ряды

1. Множество (1,3) является интервалом сходимости ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n} \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2} \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

2. Определить сходимость рядов:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{4n+1}}{9n} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-10)^n}{n}$.

4. Вычислить с точностью до 0,0001 значение выражения $\sin 1^\circ$ (при помощи рядов).

Индивидуальное задание 3

Интегральное исчисление функции одного переменного

1. Найти площадь эллипса, заданного уравнением $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

2. Вычислить интеграл $\int_{-1}^1 x \operatorname{arctg} x \, dx$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 2(1 - \sin \varphi)$.

4. Определить площадь поверхности тела, полученного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной линиями: $y = 2\sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 2$.

5. Исследовать на сходимость несобственный интеграл $I = \int_0^{\infty} \frac{x}{x^3 + 1} dx$.

Индивидуальное задание 4

Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции двух переменных:

$$z = \arcsin(2y(1+x^2)-1).$$

2. Найти и изобразить на плоскости линии уровня функции двух переменных:

$$z + x \ln z + y = 0, \quad z = 0.$$

3. Найти все частные производные первого порядка функции:

$$z = \frac{1}{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}}.$$

4. Найти все частные производные второго порядка:

$$z = y^{\ln x}.$$

5. Найти полный дифференциал dz данной функции:

$$z = y \cdot x^y.$$

6. Вычислить приближенно:

$$\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1).$$

7. Исследовать функцию на экстремум:

$$z = x^2 + y^2 - 2x - 4\sqrt{xy} - 2y + 8.$$

Индивидуальное задание 5

Интегральное исчисление функции нескольких переменных

1. Построить область интегрирования $\int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$.
2. Вычислить $\int_3^4 dx \int_0^{\ln y} e^x dx$.
3. Изменить порядок интегрирования $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.
4. Переходя к полярным координатам, вычислить $\int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dx dy$.
5. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \ln x$, $y = x - 1$, $y = -1$.
6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $2y^2 = x$, $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$, $z = 0$.
7. Найти момент инерции фигуры, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ относительно его большой оси.
8. Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной линиями $2y = x^2$, $y = x^2$, $x = 1$, $x = 2$.
9. Вычислить $\iiint_V xy dx dy dz$; $V: z = xy, x + y \leq 1, y \geq 0, z \geq 0$.

Индивидуальное задание 6

Дифференциальные уравнения

1. Методом изоклин построить поле интегральных кривых уравнения $y' = x$.
2. Найти общие решения дифференциальных уравнений:
 $(1+x)ydx + (1-y)xdy = 0$;
 $y'tgx = y$;
 $\frac{xdy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{ydx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$.
3. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2y = x^2$.
4. Найти частное решение уравнения, $y^{(4)} = \cos^2 x$ при $y(0) = \frac{1}{32}, y'(0) = 0, y''(0) = \frac{1}{8}, y'''(0) = 0$.

Индивидуальное задание 7

Функция комплексной переменной

1. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по заданной функции $\operatorname{Re} f(x, y) = x^2 - y^2 - x$, если $f(0) = 0$.
2. $\int_{AB} z \cdot \operatorname{Re} z \, dz$, где AB – отрезок, точки $A(0, 0)$ и $B(1, 3)$.
3. $I = \int_{|z|=2} \frac{\sin z \, dz}{z \cdot (z-4) \cdot (z+3)}$.

Вопросы к зачету и экзамену

Вопросы зачета

I семестр

1. Действительные числа, их геометрическое изображение.
2. Модуль числа и его свойства.
3. $\sup X$ и $\inf X$. Теорема о существовании супремума.
4. Числовые функции, основные понятия.
5. Монотонные и ограниченные функции.
6. Четность и периодичность функций.
7. Предел функции в точке.
8. Теорема о единственности предела.
9. Предельный переход в неравенствах.
10. Бесконечно малые функции и их свойства.
11. Предел суммы и произведения функций.
12. Предел частного двух функций.
13. Первый замечательный предел.
14. Односторонние пределы.
15. Предел сложной функции.
16. Бесконечно большие функции.
17. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими.
18. Сравнение бесконечно малых.
19. Предел функции на бесконечности.
20. Числовая последовательность, ее предел.
21. Второй замечательный предел.
22. Непрерывность функции в точке.
23. Точки разрыва и их классификация.
24. Арифметические операции над непрерывными функциями.
25. Непрерывность сложной функции.
26. Пределы и точки разрыва монотонной функции.
27. Непрерывность обратной функции.
28. Дифференцируемость функции. Непрерывность и дифференцируемость.
29. Производная, ее геометрический и механический смысл.
30. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
31. Дифференциал, его геометрический и механический смысл.
32. Дифференцирование суммы, произведения, частного.
33. Производная сложной функции.
34. Производная обратной функции.
35. Производная степенной, показательной, логарифмической функций.
36. Производные тригонометрических функций.
37. Производные обратных тригонометрических функций.
38. Правила Лопиталя.
39. Экстремумы, необходимое условие. Достаточные условия.
40. Понятие выпуклости и вогнутости, их достаточные условия.

41. Точки перегиба, достаточные условия.

Вопросы экзамена

II семестр

1. Числовые ряды. Основные определения числового ряда.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда.
3. Достаточные признаки сходимости знакоположительный рядов.
4. Знакопеременный ряд. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
5. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости Лейбница.
6. Остаток ряда и его оценка. Теорема об оценке знакопередающегося ряда сходящегося по признаку Лейбница.
7. Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.
8. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
9. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора
10. Первообразная функция, неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
11. Основные методы интегрирования: метод разложения, метод подстановки.
12. Основные методы интегрирования: метод интегрирования по частям.
13. Интегрирование рациональных дробей.
14. Интегрирование иррациональных функций.
15. Интегрирование тригонометрических функций.
16. Понятие определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
17. Свойства определенного интеграла.
18. Приложения определенного интеграла.

Вопросы экзамена

III семестр

1. Понятие функции нескольких переменных, ее область определения. График функции двух переменных.
2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
3. Дифференцируемость функций, определение частных производных, их геометрический смысл.
4. Полный дифференциал.
5. Понятие максимума и минимума. Необходимое и достаточное условия экстремума для функции двух переменных.
6. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла (вывод: задача об объеме цилиндрической поверхности).
7. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
8. Понятие тройного интеграла. Физический смысл тройного интеграла (вывод: задача о массе тела).
9. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
10. Свойства двойного интеграла (доказать одно свойство).
11. Свойства тройного интеграла (доказать одно свойство).
12. Приложение двойного интеграла (доказательство одного приложения).
13. Приложение тройного интеграла (доказательство одного приложения).

14. Полярные координаты (показать, как связаны декартовы координаты с полярными; вывести якобиан). Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
15. Цилиндрические координаты (показать, как связаны декартовы координаты с полярными; вывести якобиан). Вычисление двойного интеграла в цилиндрических координатах.
16. Сферические координаты (показать, как связаны декартовы координаты с полярными; вывести якобиан). Вычисление двойного интеграла в сферических координатах.
17. Понятие криволинейного интеграла первого рода (вывод: задача о массе кривой). Свойства криволинейного интеграла первого рода.
18. Понятие криволинейного интеграла второго рода (вывод: работа переменной силы). Свойства криволинейного интеграла второго рода. Формула Грина.
19. Дифференциальные уравнения, основные понятия и определения. Дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Геометрическое интегрирование дифференциальных уравнений 1-го порядка вида (изоклины).
21. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
22. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства решений линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
23. Структура общего решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения (метод неопределенных коэффициентов) для линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
24. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка.

Вопросы зачета

IV семестр

1. Геометрическое представление комплексных чисел на плоскости. Операции над комплексными числами.
2. Функция комплексного переменного.
3. Предел функции в точке.
4. Непрерывность.
5. Производная и дифференциал.
6. Правила дифференцирования.
7. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости во внутренней точке области (доказательство)
8. Ряды с комплексными членами. Степенные ряды.

9. Понятие интеграла от функции комплексного переменного (вывод). Свойства интегралов от функции комплексного переменного.
10. Сведение к вычислению обычного интеграла (вывод формулы)
11. Интегральная теорема Коши.
12. Независимость интеграла от пути интегрирования.
13. Теорема Коши для многосвязных областей
14. Интеграл и первообразная.
15. Интегральная формула Коши.
16. Ряд Лорана.
17. Изолированные особые точки.
18. Понятие вычета. Основные теоремы о вычетах.

Примерный список тем курсовых работ

Дискретное логарифмирование в простых полях
 Вероятностный алгоритм проверки неприводимости многочленов над конечными полями
 Дискретное преобразование Фурье
 Числовая нотация Конвея
 Нумерация перестановок
 Деревья Брокко
 Виды сверток и их применение
 Скрытые марковские процессы
 Математические основы метода распознавания образов
 Методы суммирования
 Методы алгебры в 3 D играх
 Применение p-адических чисел в криптографии
 Архитектура сверхточных нейронных сетей
 Архитектура рекуррентных нейронных сетей
 Архитектура генеративно-состязательных сетей

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- официальный сайт БГПУ;
- корпоративная сеть БГПУ;
- электронные библиотечные системы.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу/ Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. – М: Высшая школа, 2000. – 695с. (8 экз.)
2. Баврин, И. И. Математический анализ: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 327 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-04617-5. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/507814>
3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. - М.: Астрель: АСТ, 2004. - 558 с. (22 экз.)
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 324 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-07067-5. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/491294> (дата обращения: 18.10.2022).
5. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2: учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 315 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-07069-9. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/491295> (дата обращения: 18.10.2022).
6. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу/ Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель. – 2006. – 558 с. (28 экз.)
7. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс. – 2006. – 602 с. (16 экз.)
8. Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 212 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-04547-5. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/492012>

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» – Режим доступа: <http://www.edu.ru>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – Режим доступа: <http://www.window.edu.ru>

3. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – Режим доступа: <http://fcior.edu.ru>

4. Сайт Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам (Роспатента). – Режим доступа: <http://www.fips.ru/rospatent/index.htm>

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: <https://urait.ru>

2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами.

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus.

Разработчик: Сёмочкина О.А., кандидат педагогических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2024/2025 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2024/2025 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «24» мая 2024 г.).

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2025/2026 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2025/2026 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «21» мая 2025 г.).

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2026/2027 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2026/2027 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «26» мая 2026 г.).