

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Вера Витальевна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 31.05.2019 14:29  
Уникальный программный идентификатор:  
a2232a55157e576551a899c1190892af5398942042055b0d1373a454e37789



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования**

**«Благовещенский государственный педагогический универси-  
тет»**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА  
Рабочая программа дисциплины**

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. декана физико-математического  
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»**

**О.А. Днепровская  
«22» мая 2019 г.**

**Рабочая программа дисциплины**

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

**Направление подготовки  
44.04.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**Профиль  
«ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»**

**Уровень высшего образования  
МАГИСТРАТУРА**

**Принята на заседании кафедры  
физического и математического  
образования  
(протокол № 9 от «15» мая 2019 г.)**

**Благовещенск 2019**

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....</b>	<b>3</b>
<b>2. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....</b>	<b>5</b>
<b>3. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) .....</b>	<b>7</b>
<b>4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>7</b>
<b>5. ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>10</b>
<b>6. ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....</b>	<b>22</b>
<b>7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....</b>	<b>26</b>
<b>8. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....</b>	<b>26</b>
<b>9. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....</b>	<b>26</b>
<b>10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....</b>	<b>28</b>
<b>11. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ .....</b>	<b>29</b>

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** формирование систематических знаний в области математического анализа, о его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к дисциплинам вариативной части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б.1. В.ДВ.02.

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:** УК-5, ОПК-2, ПК-1, ПК-2:

**УК-5** - Способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия:

УК-5.1 Находит и использует необходимую для саморазвития и взаимодействия с другими информацию о культурных особенностях и традициях различных сообществ.

УК-5.2 Демонстрирует уважительное отношение к историческому наследию и социокультурным традициям различных народов, основываясь на знании этапов исторического развития общества и культурных традиций мира, в зависимости от среды взаимодействия и задач образования.

УК-5.3 Умеет толерантно и конструктивно взаимодействовать с людьми с учетом их социокультурных особенностей в целях успешного выполнения профессиональных задач и усиления социальной интеграции.

**ОПК-2.** Способен проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации, **индикаторами** достижения которой является:

- ОПК-2.2 Умеет использовать методы педагогической диагностики; осуществлять проектную деятельность по разработке ОП; проектировать отдельные структурные компоненты ООП.

**ПК-1.** Способен организовывать и реализовывать процесс обучения дисциплинам предметной области профиля магистратуры в образовательных организациях соответствующего уровня образования, **индикаторами** достижения которой является:

- ПК-1.1 Знает концептуальные положения и требования к организации образовательного процесса по дисциплинам предметной области профиля магистратуры, определяемые ФГОС соответствующего уровня образования; компоненты и характеристику современного образовательного процесса; особенности проектирования образовательного процесса в образовательных организациях соответствующих уровней образования; предметное содержание, организационные формы, методы и средства обучения в образовательных организациях соответствующих уровней образования; современные образовательные технологии и основания для их выбора в целях достижения результатов обучения.

- ПК-1.2 Умеет характеризовать процесс обучения дисциплинам предметной области профиля магистратуры как взаимосвязь процессов учения и преподавания; реализовывать взаимосвязь целей обучения и целей образования на соответствующих уровнях; использовать различные информационные ресурсы для отбора содержания образования; проектировать предметную образовательную среду.

- ПК-1.3 Владеет предметным содержанием, методикой обучения дисциплинам предметной области профиля магистратуры в образовательных организациях соответствующего уровня образования; современными методами и технологиями обучения с учетом социальных, возрастных, психофизиологических и индивидуальных особенностей обучаемых в образовательных организациях разного уровня.

**ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования, **индикаторами** достижения которой является:

- ПК-2.1 Знает источники научной информации, необходимой для обновления содержания образования по дисциплинам предметной области профиля магистратуры и трансформации процесса обучения; методы работы с научной информацией; приемы дидактической обработки научной информации в целях ее трансформации в учебное содержание.

- ПК-2.2 Умеет вести поиск и анализ научной информации; осуществлять дидактическую обработку и адаптацию научных текстов в целях их переводы в учебные материалы.

- ПК-2.3 Владеет методами работы с научной информацией и учеными текстами.

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.** В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- основные понятия теории функций комплексной переменной;
- основные свойства и теоремы теории функций комплексной переменной;
- основные методы теории функций комплексной переменной;

**уметь:**

- изображать число на комплексной плоскости, записывать число в различных формах записи, выполнять действия над комплексными числами; решать уравнения во множестве комплексных чисел;
- строить множества точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих уравнению или неравенству;
- находить значение функции комплексной переменной и её производной, выделять действительную и мнимую части функции комплексной переменной, находить функцию по действительной и мнимой частям, изображать прообраз и образ при отображении на комплексной плоскости, находить производную функции, модуль и аргумент производной функции в точке, определять коэффициент сжатия и растяжения областей; множества точки плоскости, растягивающихся и сжимающихся при отображении; определять является ли функция гармонической; восстанавливать аналитическую функции по её действительной или мнимой части; осуществлять конформные отображения с помощью основных элементарных функций комплексной переменной;
- вычислить интеграл, применяя методы интегрирования функции комплексной переменной;
- исследовать сходимость числового ряда с комплексными членами, находить круг сходимости степенного ряда, раскладывать функции в ряд Тейлора и Лорана, находить правильные и изолированные особые точки функции, классифицировать изолированные особые точки;
- находить вычет функции в изолированной особой точке, вычислять определенные и несобственные интегралы с помощью вычетов функции;

**владеть:**

- умениями изображать число на комплексной плоскости, записывать число в различных формах записи, выполнять действия над комплексными числами, решать квадратные уравнения, строить на комплексной плоскости окружности, лучи по аналитическому заданию и области образованные ими;
- пользуясь литературой, конспектами лекций и другими источниками информации решать задачи следующих видов: найти значение функции комплексной переменной и её производной, выделить действительную и мнимую части функции комплексной переменной, найти функцию по действительной и мнимой частям, изобразить прообраз и образ при отображении на комплексной плоскости, найти производную функции, определить является ли функция гармонической; восстановить аналитическую функции по её действительной или мнимой части; вычислить интегралы, применяя методы интегрирования функции комплексной переменной; исследовать ряд на сходимость, найти круг сходимости степенного ряда, разложить функцию в ряд Тейлора, ряд Лорана, исследовать является ли точка правильной или изолированные особые точки, классифицировать изолированные особые

точки; найти вычет функции в изолированной особой точке, вычислить интеграл с помощью вычетов функции.

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины** «Теория функций комплексной переменной» составляет 3 зачетные единицы (далее – ЗЕ) (108 часов).

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

### 1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

#### Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 4
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	28	28
Лекции	6	6
Практические занятия	22	22
Самостоятельная работа	80	80
Вид итогового контроля		Зачёт

#### Объем дисциплины и виды учебной деятельности (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 4
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	18	18
Лекции	4	4
Практические занятия	14	14
Самостоятельная работа	86	86
Вид итогового контроля	4	Зачёт

## 2. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 2.1 Очная форма обучения

#### Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Множество комплексных чисел	14	0	4	10
2.	Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной	28	2	6	20
3.	Интегрирование функций комплексного переменного	12	0	2	10
4.	Ряды	28	2	6	20
5.	Теория вычетов	26	2	4	20
<b>Зачёт</b>					
<b>ИТОГО</b>		108	6	22	80

#### Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во
---	-----------------------------	-------------	------------------------------	--------

				<b>часов</b>
1.	Множество комплексных чисел	Практическое занятие	Работа в парах	2
2.	Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной.	Практическое занятие	Работа в парах	2
3.	Интегрирование функций комплексного переменного	Практическое занятие	Работа в парах	2
4.	Ряды	Практическое занятие	Работа в парах	2
5.	Теория вычетов	Практическое занятие	Работа в парах	2
<b>ИТОГО</b>				<b>10</b>

## 2.2 Заочная форма обучения Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Множество комплексных чисел	12	0	2	10
2.	Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной.	26	2	4	20
3.	Интегрирование функций комплексного переменного	18	0	2	16
4.	Ряды	24	0	4	20
5.	Теория вычетов	24	2	2	20
<b>Зачёт</b>		4			
<b>ИТОГО</b>		<b>108</b>	<b>4</b>	<b>14</b>	<b>86</b>

### Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
2.	Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной.	Практическое занятие	Работа в парах	0,5
3.	Интегрирование функций комплексного переменного	Практическое занятие	Работа в парах	0,5
4.	Ряды	Практическое занятие	Работа в парах	0,5
5.	Теория вычетов	Практическое занятие	Работа в парах	0,5
<b>ИТОГО</b>				<b>4</b>

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

#### Тема 1. Множество комплексных чисел.

Понятие комплексного числа. Различные формы записи комплексного числа: алгебраическая (декартова), тригонометрическая и показательная. Действия над комплексными числами (сложение, вычитание, произведение, деление, формула Муавра, корень из комплексного числа). Формула Эйлера.  $e^z$ ,  $\operatorname{Ln} z$ . Расширенная комплексная плоскость. Окрестность бесконечно удаленной точки. Стереографическая проекция, её свойства; сфера Римана. Множества на комплексной плоскости.

#### Тема 2. Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной.

Функция комплексной переменной. Основные элементарные функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции комплексной переменной. Аналитические и гармонические функции. Восстановление аналитической функции по её действительной и мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения, осуществляемые с помощью основных элементарных функций.

#### Тема 3. Интегрирование функций комплексного переменного.

Интеграл от функции комплексной переменной, способы его вычисления. Теорема Коши (для односвязной и многосвязной области). Интеграл и первообразная. Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

#### Тема 4. Ряды.

Основные понятия числовых рядов с комплексными членами. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки сходимости ряда, составленного из модулей: признаки сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о существовании и единственности разложения аналитической функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Понятия нуля функции, изолированного нуля. Кратность нуля. Ряды Лорана. Теорема Лорана о существовании разложения функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана.

Изолированные особые точки. Классификация изолированных особых точек однозначного характера по поведению функции и ряду Лорана. Бесконечно удаленная точка как особая.

#### Тема 5. Теория вычетов.

Вычет функции в изолированной особой точке. Основная теорема о вычетах. Теорема о сумме вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисления вычетов. Применения вычетов. Логарифмический вычет. Принцип аргумента. Теорема Руше и теорема Гурвица. Основная теорема алгебры. Вычисления интегралов с помощью вычетов. Вычисление несобственных интегралов при помощи вычетов. Лемма Жордана.

### 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 4.1 Общие методические рекомендации

Согласно учебного плана организация учебной деятельности по дисциплине «Теория функций комплексной переменной» предусматривает следующие формы: лекция, практическое занятие, самостоятельная работа. Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, тщательной подготовки к практическим занятиям, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

#### 4.2 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

Курс лекций строится на основе четких понятий и формулировок, так как только при таком походе студенты приобретают культуру абстрактного мышления, необходимую для высококвалифицированного специалиста в любой отрасли знаний, а также на разборе типовых задач и алгоритмов их решения. Необходимо избегать механического записывания текста лекции без осмысливания его содержания.

#### **4.3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

При подготовке к практическим занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; разобрать решение предлагаемых на лекциях задач.

#### **4.4. Методические указания к самостоятельной работе студентов**

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

- проработку теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованной литературе;
- подготовку к практическим занятиям, в том числе выполнение домашних заданий;
- подготовку к решению расчетно-графической работы и ее успешное выполнение.

В качестве образца решения задач следует брать те решения, которые приводились преподавателем на лекциях или выполнялись на практических занятиях. При появлении каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций. Критерием качества усвоения знаний могут служить аттестационные оценки по дисциплине и текущие оценки, выставляемые преподавателем в течение семестра. Также при подготовке к решению расчетно-графической работы следует просмотреть конспект практических занятий и выделить в практические задания, относящиеся к данному разделу. Если задания на какие-то темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались не понятными), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений. Полезно при подготовке к решению расчетной работы самостоятельно разбирать решения типичных заданий по соответствующему разделу в методической литературе.

#### **4.5. Методические указания к зачету**

Подготовку к зачету наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент. Рабочая программа содержит программу зачета, которая позволит наиболее эффективно организовать подготовку к нему. При подготовке к занятиям и зачету студенты могут использовать литературу, приведенную в списке литературы и имеющийся лекционный материал, кроме того по темам лекций дополнительно рекомендуется изучить представленную литературу.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине для очного обучения**

Наименование раздела (темы) дисциплины	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
Тема 1. Множество комплексных чисел	1. Подготовка к практическому занятию. 2. Выполнение домашней работы	10



	4. Подготовка к домашней контрольной работе 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной», её выполнение (№1, 2) 5. Подготовка к зачёту.	
Тема 2. Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной.	1. Подготовка к практическим занятиям. 2. Выполнение домашних работ. 3. Подготовка к домашней контрольной работе 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной», её выполнение (№3, 4). 4. Подготовка к зачёту.	20
Тема 3. Интегрирование функций комплексной переменной	1. Подготовка к практическим занятиям. 2. Выполнение домашних работ. 3. Подготовка к домашней контрольной работе 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной», её выполнение (№5). 4. Подготовка к зачёту.	10
Тема 4. Ряды	1. Подготовка к практическим занятиям. 2. Выполнение домашних работ. 3. Подготовка к домашней контрольной работе 2 «Теория рядов. Теория вычетов», её выполнение (№1 – 5). 4. Подготовка к зачёту.	20
Тема 5. Теория вычетов	1. Подготовка к практическим занятиям. 2. Выполнение домашних работ. 3. Подготовка к домашней контрольной работе 2 «Теория рядов. Теория вычетов», её выполнение (№6, 7). 4. Подготовка к зачёту.	20
<b>Итого</b>		<b>80</b>

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине  
для заочного обучения**

<b>Наименование раздела (темы) дисциплины</b>	<b>Формы/виды самостоятельной работы</b>	<b>Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом</b>
Тема 1. Множество комплексных чисел	- Изучение теоретического материала темы 1. - Подготовка к практическому занятию. - Выполнение домашней работы - Подготовка к домашней контрольной работе 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной», её выполнение (№1, 2). - Подготовка к зачёту.	10
Тема 2. Функция	- Изучение теоретического материала темы 2. - Подготовка к практическим занятиям. - Выполнение домашних работ.	20

комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной	- Подготовка к домашней контрольной работе 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной», её выполнение (№3, 3). - Подготовка к зачёту.	
Тема 3. Интегрирование функций комплексной переменной	- Изучение теоретического материала темы 3. - Подготовка к практическому занятию. - Выполнение домашней работы. - Подготовка к домашней контрольной работе 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной», её выполнение (№3, 4). - Подготовка к зачёту.	16
Тема 4. Ряды	- Изучение теоретического материала темы 4. - Подготовка к практическому занятию. - Выполнение домашней работы. - Подготовка к домашней контрольной работе 2 «Теория рядов. Теория вычетов», её выполнение (№1 – 5). - Подготовка к зачёту.	20
Тема 5. Теория вычетов	- Изучение теоретического материала темы 5. - Подготовка к практическому занятию. - Выполнение домашней работы. - Подготовка к домашней контрольной работе 2 «Теория рядов. Теория вычетов», её выполнение (№6, 7). - Подготовка к зачёту.	20
<b>Итого</b>		<b>86</b>

## 5. ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (в условиях очного обучения)

#### Тема 1. Множество комплексных чисел

##### *Практическое занятие 1. Комплексные числа, их изображение и действия над ними.*

###### Цели:

- повторить, систематизировать и обобщить понятие комплексного числа, действия и операции, совершаемые над комплексными числами;

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Выполнив действия, изобразить комплексные числа на плоскости ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 1, 2).
2. Найти все значения корня ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 3, 4).
3. Решить квадратное уравнение.
4. Представить в алгебраической форме записи ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 58, 59).
5. Вычислить и выделить главное значение ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 68, 71).
6. Решить тригонометрическое уравнение ([9] стр. 45, 71; [4] № 62, 64 – 66).

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

##### *Практическое занятие 2. Кривые и области на комплексной плоскости. Стереогрфическая проекция*

**Цели:**

- повторить, систематизировать и обобщить понятие комплексного числа, действия и операции, совершаемые над комплексными числами;
- повторить, систематизировать виды различных множеств на плоскости;
- рассмотреть стереографическую проекцию, как одну из возможных геометрических интерпретаций множества комплексных чисел.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Изобразить на плоскости и описать множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющее соотношениям ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 6, 19 – 33).
  2. Найти образы на сфере Римана ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 38 – 45).
- Работа в парах: решение задач из практического занятия.

**Литература:**

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волкововский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волкововский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

**Тема 2. Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной**

**Практическое занятие 3. Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность**

**Цели:**

- формирование знания понятий и теорем данной темы;
- провести сравнительный анализ понятий: функция двух действительных переменных и функция комплексной переменной и их свойств;
- рассмотреть методы вычисления предела функции комплексной переменной, доказательства непрерывности;

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Найти значения функций в заданных точках ([2] стр. 36 – 75; [9] стр. 107; [1] № 1012, 1013, 1016 – 1019).
  2. Найти действительную и мнимую части функции:
    - а)  $f(z) = z^2$ , б)  $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ , в)  $f(z) = \sin z$ .
  3. Для заданной функции найти  $|f(z)|$  и  $\text{Arg } f(z)$ : а)  $w = z^{-5}$ , б)  $w = \frac{z}{|z|}$ .
  4. Определить функцию по заданной действительной и мнимой частям:
    - а)  $u = -y$ ,  $v = x$ , б)  $u = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ,  $v = \frac{y}{x^2 + y^2}$ .
  5. Для заданного отображения найти образы линий, прообразы линий ([2] стр. 107; [3] № 86 – 94).
  6. Найти пределы ([9] стр. 107; [4] № 95 – 103).
  7. Показать, что функция непрерывна ([9] стр. 107; [1] № 1014, 1020).
- Работа в парах: решение задач из практического занятия.

**Практическое занятие 4. Дифференцирование функции комплексного переменного.  
Аналитические функции**

Цели:

- формирование знания понятий и теорем данной темы;
- провести сравнительный анализ понятий: дифференцируемость функции одной действительной переменной, дифференцируемость функции двух действительных переменных и дифференцируемость функции комплексной переменной, аналитичность функции комплексной переменной;
- рассмотреть методы нахождения производной функции комплексной переменной;
- рассмотреть задачу восстановления функции по ее действительной или мнимой части (связь между функцией комплексной переменной и дифференциальными уравнениями);

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Для данной функции  $f(z)$  указать точки, в которых существует производная функции  $f'(z)$ , и найти её в этих точках:
  - а)  $f(z) = i \cdot \bar{z}$ , б)  $f(z) = iz^2 - 3z + 1$ .
2. Исследовать дифференцируемость функции и, если это возможно, продифференцировать:
  - а)  $f_1(z) = \operatorname{Re} z$ , б)  $f_2(z) = |z|$ , в)  $f_3(z) = az + b\bar{z}$ ,  $a, b \in \mathbb{C}$ .
3. Показать, что функция  $f(z) = z \operatorname{Re} z$  дифференцируема лишь в точке  $z = 0$  и найти  $f'(0)$ . Будет ли функция  $f(z)$  аналитической в этой точке?
4. Найти множество точек, в которых функция  $v(x, y) = 2xy - 3$  удовлетворяет условию  $\Delta v = 0$  (т.е. является гармонической). Определить существует ли аналитическая в некоторой области функция  $f(z)$ , для которой  $\operatorname{Im} f(z) = v(x, y)$ . Если такая существует, то найти её.
5. Восстановить, если это возможно, аналитическую функцию по её
  - а) действительной части  $u(x, y) = e^x \cos y$ ,
  - б) мнимой части  $v(x, y) = y^2 - x^2 - 2$ ,
  - в) мнимой части  $v(x, y) = -\frac{1}{y}$ ,
  - г) действительной части  $u(x, y) = y - y^2 + x^2 + 1$ .

Литература: [2] стр. 36 – 75; [9] стр. 143; [1] № 1028 – 1059.

**Практическое занятие 5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.  
Конформные отображения, осуществляемые с помощью линейной функции**

Цели:

- показать геометрическую интерпретацию отображений с помощью основных элементарных функций.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Найти коэффициент искажения и угол поворота в точке  $z_0$  при отображениях: а)  $f(z) = \frac{1}{z}$ ,  $z_0 = 1 - i$ , б)  $g(z) = \frac{z-1}{z+1}$ ,  $z_0 = -i$ ,
- в)  $f(z) = e^{3z}$ ,  $z_0 = \frac{\pi}{3}$ , г)  $h(z) = \cos iz$ ,  $z_0 = \frac{\pi}{2}$ .
2. Какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается при отображении  $f(z) = z^2 + z + 1$ ?
3. Найти линейную функцию, отображающую конформно треугольник с вершинами  $-1, 0, i$  на треугольник с вершинами  $2, 1+i, 0$ .

4. Найти функцию взаимно однозначно отображающую треугольник с вершинами  $-1, 0, 1+i$  на треугольник с вершинами  $0, i, 1+2i$ .
5. Отобразить конформно множество  $G = \{z \in \mathbb{C} : 0 < 3\operatorname{Re} z - 4\operatorname{Im} z < 12\}$  на множество  $D = \{w \in \mathbb{C} : 1 < \operatorname{Re} w < 2\}$ .
6. Найти образ круга  $K = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 2\}$  при отображениях  $w_1 = 1 - 2iz$ ,  $w_2 = \frac{1}{z+3}$ .
7. Найти образ полуплоскости  $P = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < 1\}$  при отображениях  $w_1 = (1+i)z+1$ ,  $w_2 = \frac{2+2i}{z}$ .
8. Найти образы областей при отображении  $w = \frac{1}{z}$ :
- а)  $G_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 2\} \setminus \{0\}$ ,      б)  $G_2 = \left\{z \in \mathbb{C} : |z-1| < \frac{1}{2}\right\}$ ,
- в)  $G_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 1\}$ ,      г)  $G_4 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1\}$ .
9. Отобразить конформно при помощи функции  $w = \frac{1}{z}$ :
- а)  $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z-i| > 1, |z+i| > 1\}$ ,      б)  $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ .

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

Литература: [1] № 1028 – 1059; [9] стр. 143.

#### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковоский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковоский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 3. Интегрирование функций комплексной переменной

#### Практическое занятие 6. Комплексный интеграл и способы его вычисления.

Цели:

- показать геометрическую интерпретацию отображений с помощью основных элементарных функций;
- формирование умений вычислять интеграл от функции комплексной переменной.

Содержание: решение задач следующих типов

1. Вычислить интегралы:

- а)  $\int_{\gamma} \operatorname{Re} z \, dz$ , где  $\gamma$  - отрезок прямой от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = i$ .
- б)  $\int_{\gamma} e^z \, dz$ , где  $\gamma$  - отрезок прямой от точки  $z_1 = i$  до точки  $z_2 = 1+i$ .

в)  $\int_{\gamma_k} |z| dz$ ,  $k = 1, 2, 3$ , где  $\gamma_1$  - дуга окружности  $|z| = 1$  от  $z_1 = 1$  до  $z_2 = -1$ ,  $\gamma_2$  - отрезок прямой

от  $z_1 = 1$  до  $z_2 = -1$ ,  $\gamma_3$  - отрезок прямой от  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 2 - 2i$ .

г)  $\int_{\gamma} \operatorname{Re}(z^2 - z) dz$ ,  $\gamma$  - дуга параболы  $y = 2x^2$  от  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 1 + 2i$ .

д)  $\int_{\gamma} (z^2 - z) dz$ , где  $\gamma$  - отрезок прямой от  $z_1 = 0$  до  $z_2 = i$ .

2. Вычислить интегралы, используя теорему Коши, интегральную формулу Коши, формулу производной любого порядка от аналитической функции:

1)  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z \sin(z-1)}{z(z-1)} dz$ .

2)  $\oint_l \frac{dz}{z^5 - z^3}$ , где  $l = l_1 : |z - 15| = 1$ ,  $l = l_2 : |z| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_3 : |z + 1| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_4 : |z - 1| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_5 : |z| = 3$

3)  $\oint_l \frac{dz}{(z^2 + 1)^3}$ ,  $l = l_1 : |z - i| = 1$ ,  $l = l_2 : |z| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_3 : |z + 1| = 1$ ,  $l = l_4 : |z| = 1,5$ .

3. Вычислить интегралы, используя интегральную формулу Коши: [1] № 167 – 176.

4. Вычислить интегралы, используя формулу для производной  $n$ -го порядка: [1] № 177 – 186.

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

Литература: [9] стр. 196; [4] № 421, 422, 425 – 427; [1] № 1060 – 1072.

Сдать домашнюю контрольную работу 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной».

### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковський, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковський, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 4. Ряды.

#### **Практическое занятие 7. Числовые ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции**

Цели:

- провести сравнительный анализ понятий и методов решения задач в теории числовых рядов с действительными членами и теории числовых рядов с комплексными членами, в теории функциональных рядов с действительными функциями и теории функциональных рядов с комплексными функциями;
- формирование умений исследовать числовые ряды на сходимость, находить область сходимости для степенного ряда;
- формирование умений находить область сходимости степенного ряда, раскладывать функцию в ряд Тейлора.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Исследовать сходимость числовых рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{i}{3^n} \right), \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1+i}{3} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n^2 + in}{2^n}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{in}}{n^2}.$$

2. Найти область сходимости степенного ряда:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^n (z+i)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left( \frac{z-1+2i}{2} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n} (2-i-z)^n.$$

3. Найти радиус и область сходимости степенных рядов ([1] № 197 – 208).

4. Разложить функцию в ряд Тейлора:

$$\text{а) } f(z) = e^{2z+1} \text{ в окрестности } z_0 = 1, \quad \text{б) } f(z) = \sin^2 z^3 \text{ в окрестности } z_0 = 0,$$

$$\text{в) } f(z) = \frac{z^3}{(z-i)^2} \text{ в окрестности } z_0 = -i.$$

5. Найти нули функции. Определить их порядок.

$$\text{а) } f(z) = 1 - e^z, \quad \text{б) } f(z) = \frac{z - \sin z}{z}, \quad \text{в) } f(z) = \frac{1 + \cos z}{z}.$$

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

### **Практическое занятие 8. Двусторонний степенной ряд.**

Цели:

- формирование умений находить область сходимости двустороннего ряда, раскладывать функцию в ряд Лорана.

Содержание: найдите область абсолютной сходимости следующих рядов:

$$\begin{aligned} 1. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(1-i)^n \cdot z^n}; & \quad 2. \sum_{n=1}^{+\infty} e^n (iz)^{-n}; & \quad 3. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4^n \cdot (z+1)^n}; \\ 4. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \cdot 2^{-n}}{(z-2-i)^n}; & \quad 5. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n - 1}{(z+1)^n} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(z+1)^n}{(i+n)^n}; & \quad 6. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot z^n} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n \cdot 2^n}. \end{aligned}$$

### **Практическое занятие 9. Ряд Лорана. Изолированные особые точки**

Цели:

- формирование умений раскладывать функцию в ряд Лорана, исследовать изолированные особые точки функции, находить вычеты функций в изолированных особых точках.

Содержание:

1. Разложить функцию в ряд Лорана в кольце. Определить изолированные особые точки функции.

$$\text{а) } f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}, \quad Q = \{z \in \mathbb{C}: 1 < |z-3| < 3\}.$$

$$\text{б) } f(z) = \frac{z^3 + z^2 + 1}{z^2 + z - 2}, \quad Q_1 = \{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}, \quad Q_2 = \{z \in \mathbb{C}: 1 < |z| < 2\}, \quad Q_3 = \{z \in \mathbb{C}: |z| > 2\},$$

$$Q_4 = \{z \in \mathbb{C}: 0 < |z-1| < 3\}, \quad Q_5 = \{z \in \mathbb{C}: 0 < |z+2| < 3\}.$$

2. Разложить функцию  $f(z) = z \cdot \sin \frac{1}{z}$  в ряд Лорана по степеням  $z$ .

3. Найти особые точки функций, выяснить их характер и исследовать на бесконечности:

$$1) w = \frac{1}{z-z^3}, \quad 2) w = \frac{z^4}{1+z^4}, \quad 3) w = \frac{e^z}{1+z^2}, \quad 4) w = e^{-\frac{1}{z^2}}, \quad 5) w = \frac{1}{\sin z}.$$

Работа в парах: разложить функцию в ряд Лорана (задания 1, 2).

**Литература:**

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковвыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковвыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 5. Теория вычетов

#### *Практическое занятие 10. Вычет функции. Способы вычисления вычетов*

Цели:

- формирование умений находить вычеты функций в изолированных особых точках.

Содержание:

1. Найти вычет функции в изолированных особых точках:

$$1) f(x) = \frac{\sin z^2}{z^3 - \sqrt{\frac{\pi}{6}} z^2}, \quad 2) g(z) = \frac{\operatorname{ch} z}{z^3(z-1)}.$$

2. Вычислить вычет функции в бесконечно удалённой точке:

$$1) f(x) = \sin \frac{1}{z}, \quad 2) g(z) = \frac{2z^5 - iz^3 + 1}{z^4 + 2z}.$$

3. Найти логарифмический вычет функции относительно указанного контура:

$$1) f(z) = \frac{z}{1+z^3}, |z|=2; \quad 2) f(z) = \cos z + \sin z, |z|=4;$$

$$3) f(z) = \frac{1+z^2}{1-\cos 2\pi z}, \gamma_1 = \left\{ z \in \mathbf{C} : |z| = \frac{\pi}{2} \right\}, \gamma_2 = \{ z \in \mathbf{C} : |z| = e \}.$$

Работа в парах: вычисление вычетов (используется задание 3).

#### *Практическое занятие 11. Применение теории вычетов для вычисления интегралов*

Цели:

- формирование умений, применяя теорию вычетов вычислять комплексные интегралы, определенные интегралы, несобственные интегралы.

Содержание:

1. Вычислите комплексный интеграл, считая, что обход контура происходит в положительном направлении: 1)  $\int_{|z|=2} \frac{e^z - 1}{z^2 - z} dz$ , 2)  $\int_{|z|=3} \operatorname{tg} z dz$ , 3)  $\int_{|z|=\frac{3}{4}} \frac{dz}{(11z^8 + 1)^2 \cdot (z-i)}$ .

$$2) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 4 \sin x}, \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin^2 \varphi}{1 + \cos^2 \varphi} d\varphi.$$

$$3) \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx, \quad 2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 9} dx, \quad 3) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2 - 2x + 10} dx.$$

3. Вычислите несобственные интегралы:

$$1) \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx, \quad 2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 9} dx, \quad 3) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2 - 2x + 10} dx.$$

Работа в парах: вычисление вычетов (используются задания 1, 2, 3).

Домашнюю контрольную работу 2 «Теория рядов. Теория вычетов» сдать на зачёте.



### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковьский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковьский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

## ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (в условиях заочного обучения)

### Тема 1. Множество комплексных чисел

#### *Практическое занятие 1. Комплексные числа, их изображение и действия над ними. Кривые и области на комплексной плоскости.*

##### Цели:

- повторить, систематизировать и обобщить понятие комплексного числа, действия и операции, совершаемые над комплексными числами;

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Выполнить действия, изобразить комплексные числа на плоскости ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 1, 2).
2. Найти все значения корня ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 3, 4).
3. Решить квадратное уравнение.
4. Представить в алгебраической форме записи ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 58, 59).
5. Вычислить и выделить главное значение ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 68, 71).
6. Решить квадратное уравнение ([9] стр. 45, 71; [4] № 62, 64 – 66).
7. Изобразить на плоскости и описать множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющее соотношениям ([2] стр. 7 – 36; [9] стр. 45, 71; [4] № 6, 19 – 33).

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковьский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковьский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 2. Функция комплексной переменной, дифференцируемость функции комплексной переменной

**Практическое занятие 2. Функции комплексной переменной. Предел и непрерывность. Дифференцирование функции комплексного переменного**

Цели:

- формирование знания понятий и теорем данной темы;
- провести сравнительный анализ понятий: функция двух действительных переменных и функция комплексной переменной и их свойств;
- рассмотреть методы вычисления предела функции комплексной переменной, доказательства непрерывности;
- провести сравнительный анализ понятий: дифференцируемость функции одной действительной переменной, дифференцируемость функции двух действительных переменных и дифференцируемость функции комплексной переменной, аналитичность функции комплексной переменной;
- рассмотреть методы нахождения производной функции комплексной переменной.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Найти значения функций в заданных точках ([2] стр. 36 – 75; [9] стр. 107; [1] № 1012, 1013, 1016 – 1019).
2. Найти действительную и мнимую части функции:
  - а)  $f(z) = z^2$ , б)  $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ , в)  $f(z) = \sin z$ .
3. Для заданной функции найти  $|f(z)|$  и  $\text{Arg } f(z)$ : а)  $w = z^{-5}$ , б)  $w = \frac{z}{|z|}$ .
4. Определить функцию по заданной действительной и мнимой частям:
  - а)  $u = -y$ ,  $v = x$ , б)  $u = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ,  $v = \frac{y}{x^2 + y^2}$ .
6. Найти пределы ([9] стр. 107; [4] № 95 – 103).
7. Показать, что функция непрерывна ([9] стр. 107; [1] № 1014, 1020).
8. Для данной функции  $f(z)$  указать точки, в которых существует производная функции  $f'(z)$ , и найти её в этих точках:
  - а)  $f(z) = i \cdot \bar{z}$ , б)  $f(z) = iz^2 - 3z + 1$ .
9. Исследовать дифференцируемость функции и, если это возможно, продифференцировать:  $f_3(z) = az + b\bar{z}$ ,  $a, b \in \mathbb{C}$ .

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

Литература: [2] стр. 36 – 75; [9] стр. 143; [1] № 1028 – 1059.

**Практическое занятие 3. Аналитические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения, осуществляемые с помощью линейной функции**

Цели:

- рассмотреть задачу восстановления функции по ее действительной или мнимой части (связь между функцией комплексной переменной и дифференциальными уравнениями);
- показать геометрическую интерпретацию отображений с помощью основных элементарных функций.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Показать, что функция  $f(z) = z \operatorname{Re} z$  дифференцируема лишь в точке  $z = 0$ , найти  $f'(0)$ . Будет ли функция  $f(z)$  аналитической в этой точке?
2. Найти множество точек, в которых функция  $v(x, y) = 2xy - 3$  удовлетворяет условию  $\Delta v = 0$  (т.е. является гармонической). Определить существует ли аналитическая в некоторой области функция  $f(z)$ , для которой  $\operatorname{Im} f(z) = v(x, y)$ . Если такая существует, то найти её.

3. Восстановить, если это возможно, аналитическую функцию по её

а) действительной части  $u(x, y) = e^x \cos y$ ,

б) мнимой части  $v(x, y) = y^2 - x^2 - 2$ ,

в) мнимой части  $v(x, y) = -\frac{1}{y}$ ,

г) действительной части  $u(x, y) = y - y^2 + x^2 + 1$ .

4. Найти коэффициент искажения и угол поворота в точке  $z_0$  при отображениях:

а)  $f(z) = \frac{1}{z}$ ,  $z_0 = 1 - i$ , б)  $g(z) = \frac{z-1}{z+1}$ ,  $z_0 = -i$ , в)  $f(z) = e^{3z}$ ,  $z_0 = \frac{\pi}{3}$ , г)  $h(z) = \cos iz$ ,  $z_0 = \frac{\pi}{2}$ .

5. Какая часть плоскости сжимается, а какая растягивается при отображении  $f(z) = z^2 + z + 1$ ?

6. Найти линейную функцию, отображающую конформно треугольник с вершинами  $-1, 0, i$  на треугольник с вершинами  $2, 1+i, 0$ .

7. Отобразить конформно множество  $G = \{z \in \mathbb{C} : 0 < 3\operatorname{Re} z - 4\operatorname{Im} z < 12\}$  на множество  $D = \{w \in \mathbb{C} : 1 < \operatorname{Re} w < 2\}$ .

8. Найти образ круга  $K = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 2\}$  при отображениях  $w_1 = 1 - 2iz$ ,  $w_2 = \frac{1}{z+3}$ .

9. Найти образы областей при отображении  $w = \frac{1}{z}$ :

а)  $G_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 2\} \setminus \{0\}$ , б)  $G_2 = \left\{z \in \mathbb{C} : |z-1| < \frac{1}{2}\right\}$ ,

в)  $G_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 1\}$ , г)  $G_4 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1\}$ .

10. Отобразить конформно при помощи функции  $w = \frac{1}{z}$ :

а)  $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z-i| > 1, |z+i| > 1\}$ , б)  $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ .

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

Литература: [1] № 1028 – 1059; [2] стр. 36 – 75; [9] стр. 143.

### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 3. Интегрирование функций комплексной переменной

#### *Практическое занятие 4. Комплексный интеграл и способы его вычисления.*

Цели:

- показать геометрическую интерпретацию отображений с помощью основных элементарных функций;

- формирование умений вычислять интеграл от функции комплексной переменной.

Содержание: решение задач следующих типов

1. Вычислить интегралы:

а)  $\int_{\gamma} \operatorname{Re} z \, dz$ , где  $\gamma$  - отрезок прямой от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = i$ .

б)  $\int_{\gamma} e^z \, dz$ , где  $\gamma$  - отрезок прямой от точки  $z_1 = i$  до точки  $z_2 = 1+i$ .

в)  $\int_{\gamma_k} |z| \, dz$ ,  $k = 1, 2, 3$ , где  $\gamma_1$  - дуга окружности  $|z|=1$  от  $z_1 = 1$  до  $z_2 = -1$ ,  $\gamma_2$  - отрезок прямой

от  $z_1 = 1$  до  $z_2 = -1$ ,  $\gamma_3$  - отрезок прямой от  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 2-2i$ .

г)  $\int_{\gamma} \operatorname{Re}(z^2 - z) \, dz$ ,  $\gamma$  - дуга параболы  $y = 2x^2$  от  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 1+2i$ .

д)  $\int_{\gamma} (z^2 - z) \, dz$ , где  $\gamma$  - отрезок прямой от  $z_1 = 0$  до  $z_2 = i$ .

2. Вычислить интегралы, используя теорему Коши, интегральную формулу Коши, формулу производной любого порядка от аналитической функции:

1)  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z \sin(z-1)}{z(z-1)} \, dz$ .

2)  $\oint_l \frac{dz}{z^5 - z^3}$ , где  $l = l_1 : |z-15|=1$ ,  $l = l_2 : |z| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_3 : |z+1| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_4 : |z-1| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_5 : |z|=3$

3)  $\oint_l \frac{dz}{(z^2+1)^3}$ ,  $l = l_1 : |z-i|=1$ ,  $l = l_2 : |z| = \frac{1}{2}$ ,  $l = l_3 : |z+1|=1$ ,  $l = l_4 : |z|=1,5$ .

3. Вычислить интегралы, используя интегральную формулу Коши: [1] № 167 – 176.

4. Вычислить интегралы, используя формулу для производной  $n$ -го порядка: [1] № 177 – 186.

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

Литература: [9] стр. 196; [4] № 421, 422, 425 – 427; [1] № 1060 – 1072.

Сдать домашнюю контрольную работу 1 «Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функций комплексной переменной».

### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковоский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковоский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 4. Ряды.

#### **Практическое занятие 5. Числовые ряды. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции**

Цели:

- провести сравнительный анализ понятий и методов решения задач в теории числовых рядов с действительными членами и теории числовых рядов с комплексными членами, в теории функциональных рядов с действительными функциями и теории функциональных рядов с комплексными функциями;
- формирование умений исследовать числовые ряды на сходимость, находить область сходимости для степенного ряда;
- формирование умений находить область сходимости степенного ряда, раскладывать функцию в ряд Тейлора.

Содержание: решение задач следующих типов:

1. Исследовать сходимость числовых рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1}{2^n} + \frac{i}{3^n} \right), \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{1+i}{3} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n^2 + in}{2^n}, \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{in}}{n^2}.$$

2. Найти область сходимости степенного ряда:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^n (z+i)^n, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left( \frac{z-1+2i}{2} \right)^n, \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n} (2-i-z)^n.$$

3. Найти радиус и область сходимости степенных рядов ([1] № 197 – 208).

4. Разложить функцию в ряд Тейлора:

$$\text{а) } f(z) = e^{2z+1} \text{ в окрестности } z_0 = 1, \quad \text{б) } f(z) = \sin^2 z^3 \text{ в окрестности } z_0 = 0,$$

$$\text{в) } f(z) = \frac{z^3}{(z-i)^2} \text{ в окрестности } z_0 = -i.$$

5. Найти нули функции. Определить их порядок.

$$\text{а) } f(z) = 1 - e^z, \quad \text{б) } f(z) = \frac{z - \sin z}{z}, \quad \text{в) } f(z) = \frac{1 + \cos z}{z}.$$

Работа в парах: решение задач из практического занятия.

### **Практическое занятие 6. Двусторонний степенной ряд. Ряд Лорана**

Цели:

- формирование умений находить область сходимости двустороннего ряда, раскладывать функцию в ряд Лорана, исследовать изолированные особые точки функции, находить вычеты функций в изолированных особых точках.

Содержание:

1. Найдите область абсолютной сходимости следующих рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(1-i)^n \cdot z^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{+\infty} e^n (iz)^{-n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4^n \cdot (z+1)^n};$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n - 1}{(z+1)^n} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(z+1)^n}{(i+n)^n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 \cdot z^n} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n \cdot 2^n}; \quad 6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin in}{(z-i)^n} + \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(z-i)^n}{n!}.$$

2. Разложить функцию в ряд Лорана в кольце. Определить изолированные особые точки функции.

$$\text{а) } f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}, \quad Q = \{z \in \mathbb{C}: 1 < |z-3| < 3\}.$$

$$\text{б) } f(z) = \frac{z^3 + z^2 + 1}{z^2 + z - 2}, \quad Q_1 = \{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}, \quad Q_2 = \{z \in \mathbb{C}: 1 < |z| < 2\}, \quad Q_3 = \{z \in \mathbb{C}: |z| > 2\},$$

$$Q_4 = \{z \in \mathbb{C}: 0 < |z-1| < 3\}, \quad Q_5 = \{z \in \mathbb{C}: 0 < |z+2| < 3\}.$$

3. Разложить функцию  $f(z) = z \cdot \sin \frac{1}{z}$  в ряд Лорана по степеням  $z$ .

4. Найти особые точки функций, выяснить их характер и исследовать на бесконечности:

$$1) w = \frac{1}{z - z^3}, \quad 2) w = \frac{e^z}{1 + z^2}, \quad 3) w = e^{-\frac{1}{z^2}}, \quad 4) w = \frac{1}{\sin z}.$$

Работа в парах: разложить функцию в ряд Лорана.

#### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

### Тема 5. Теория вычетов

#### *Практическое занятие 7. Вычет функции. Способы вычисления вычетов. Применение теории вычетов для вычисления интегралов*

Цели:

- формирование умений находить вычеты функций в изолированных особых точках;
- формирование умений, применяя теорию вычетов вычислять комплексные интегралы, определенные интегралы, несобственные интегралы.

Содержание:

1. Найти вычет функции в изолированных особых точках:

$$1) f(x) = \frac{\sin z^2}{z^3 - \sqrt{\frac{\pi}{6}} z^2}, \quad 2) g(z) = \frac{\operatorname{ch} z}{z^3(z-1)}.$$

2. Вычислить вычет функции в бесконечно удалённой точке:

$$1) f(x) = \sin \frac{1}{z}, \quad 2) g(z) = \frac{2z^5 - iz^3 + 1}{z^4 + 2z}.$$

3. Найти логарифмический вычет функции относительно указанного контура:

$$1) f(z) = \frac{z}{1+z^3}, \quad |z|=2; \quad 2) f(z) = \cos z + \sin z, \quad |z|=4.$$

4. Вычислите комплексный интеграл, считая, что обход контура происходит в положительном направлении:

$$1) \int_{|z|=2} \frac{e^z - 1}{z^2 - z} dz, \quad 2) \int_{|z|=3} \operatorname{tg} z dz, \quad 3) \int_{|z|=\frac{3}{4}} \frac{dz}{(11z^8 + 1)^2 \cdot (z - i)}.$$

$$5. \text{ Вычислите определенный интеграл: } 1) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 4 \sin x}, \quad 2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin^2 \varphi}{1 + \cos^2 \varphi} d\varphi.$$

6. Вычислите несобственные интегралы:

$$1) \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx, \quad 2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 9} dx, \quad 3) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2 - 2x + 10} dx.$$

Работа в парах: вычисление вычетов (используются задания из практического занятия).

Домашнюю контрольную работу 2 «Теория рядов. Теория вычетов» сдать на зачёте.

#### Литература:

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с. (54 экз.)

## 6. ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

### 6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
ПК-1, ПК-2	Домашнее задание	Низкий (неудовлетворительно)	Студент не выполнил домашнее задание или нет ни одной задачи, которую он решил правильно.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 50 % задач, другие задачи не решены или решены с логическими ошибками, ошибками, свидетельствующими о незнании теоретического материала по теме.
		Базовый (хорошо)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 80 % задач, другие задачи не решены или решены с ошибками.
		Высокий (отлично)	Студент правильно решил и грамотно обосновал ответы в задачах, предложенных для домашнего рассмотрения.
ПК-1, ПК-2	Домашняя контрольная работа 1, 2	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 85-100 %

### 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачёт.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

### **Критерии оценивания устного ответа на практическом занятии**

Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения, теоремы, утверждения, правила и алгоритмы при решении конкретных задач.

Критерии оценивания:

- 1) полнота и правильность решения задачи,
- 2) полнота и правильность ответа при решении задачи,
- 3) степень осознанности, понимания изученного,
- 4) языковое оформление ответа,
- 5) грамотное оформление решения.

Оценка «отлично» ставится, если

- 1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи,
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи,
- 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение,
- 4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем,
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения,
- 3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.

### **Критерии оценивания самостоятельных и контрольных работ**

Оценка «отлично» ставится, если студент

- 1) выполнил работу без ошибок и недочетов,
- 2) или допустил не более одного недочета.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил работу полностью (т.е. решил задачи), но допустил в ней

- 1) не более одной ошибки,
- 2) или не более двух недочетов.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил при выполнении работы:

- 1) не более двух грубых ошибок,
- 2) или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета,



- 3) или не более двух – трех негрубых ошибок,
- 4) или одной негрубой ошибки и двух недочетов,
- 5) или при отсутствии ошибок, но при наличии 4 – 5 недочетов.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент:

- 1) правильно выполнил менее половины работы,
- 2) или допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3».

### Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» ставится студенту, если

- 1) теоретические вопросы зачетного билета изложены полно, математически грамотно, логически верно, без существенных ошибок,
- 2) показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами,
- 3) правильно, и грамотно решены задачи, предложенные в билете, может быть при решении допускаются незначительные ошибки,
- 4) продемонстрирована сформированность компетенций.

Оценка «не зачтено» ставится, если студент

- 1) не раскрыл основное содержание теоретического материала, не решил или решил с ошибками задачи, предложенные в практической части зачета,
- 2) или показывает незнание или непонимание наиболее важной части учебного теоретического материала,
- 3) или допущены ошибки в изложении теоретических вопросов, и они не исправлены после нескольких наводящих вопросов,
- 4) не сформированы компетенции,
- 5) не сформированы умения решать задачи, предложенные в практической части зачета.

### 6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

**Домашняя контрольная работа 1. Множество комплексных чисел. Дифференцируемость и интегрируемость функции комплексной переменной.**

1. Представить число  $2\sqrt{2} - i$  в тригонометрической и показательной форме.
2. Изобразить множество на комплексной плоскости  $z = \frac{1}{2}(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ ,  $\varphi \in \left[0; \frac{3}{4}\pi\right]$ .
3. Найти значение функции  $f(z) = (z + 5)^3$  в точке  $\frac{\pi}{6}i$ . Указать точки, в которых существует производная данной функции.
4. Определить может ли функция  $h(x; y) = e^y \sin x + x$  быть действительной частью аналитической функции  $f(z)$ ? Если да, то найти  $f(z)$ .
5. Вычислить  $\int_l \operatorname{Re}(z^2) dz$ , где  $l$  – дуга параболы  $y = 2x^2$  от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = 1 + 2i$ .

**Домашняя контрольная работа 2. Теория рядов. Теория вычетов**

1. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{z}{in}\right)^n$ .
2. Разложить функцию  $w = \sin(2z + 1)$  в ряд Тейлора по степеням  $z + 1$ .
3. Определить порядок нуля  $z_0 = 0$  для функции:  $f(z) = \frac{z^3}{1 + z - e^z}$ .

4. Разложить функцию  $f(z) = \frac{2z-3}{z^2-3z+2}$  в ряд Лорана в окрестности её особых точек. Определить тип особой точки
5. Определить характер особых точек для функции  $w = \frac{1 + \cos z}{z - \pi}$ .
6. Найти вычеты функции  $f(z) = \frac{1}{z^4 + 1}$  в её особых точках.
7. Вычислить интегралы:
- 1)  $\oint_{|z|=2} \frac{e^z}{z^3 \cdot (z+1)} dz$ , 2)  $\oint_{|z|=3} \frac{z^{17}}{(z^2+2)^3 \cdot (z^3+3)^4} dz$ , 3)  $\int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ , 4)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x}{x^2+4x+20} dx$ .

### Программа зачета

1. Комплексные числа. Формы записи комплексного числа.
2. Комплексные числа. Действия над комплексными числами.
3. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция.
4. Функция комплексного переменного.
5. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
6. Дифференцируемость функции комплексного переменного.
7. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции комплексного переменного.
8. Аналитические и гармонические функции.
9. Восстановление аналитической функции по её действительной и мнимой части.
10. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформные отображения.
11. Линейная функция и ее свойства.
12. Дробно – линейная функция и ее свойства.
13. Интегрирование функции комплексного переменного.
14. Теорема Коши (для односвязной и многосвязной области).
15. Интеграл и первообразная.
16. Интегральная формула Коши.
17. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции.
18. Ряд Лорана.
19. Изолированные особые точки. Поведение функции в окрестности особой точки.
20. Вычеты. Вычисление вычетов.
21. Основная теорема о вычетах.
22. Применение теории вычетов к вычислению определенных интегралов.
23. Применение теории вычетов к вычислению несобственных интегралов.

### Типы задач для практической части зачета

1. Выполнив действия, записать результат записать результат в алгебраической, тригонометрической и показательной формах записи. Изобразить число на комплексной плоскости.
2. Найти действительную и мнимую части функции.
3. Установить, является ли функций дифференцируемой, аналитической, гармонической.
4. Восстановить аналитическую функцию по заданной действительной или мнимой части.
5. Найти производную комплексной функции; найти области комплексной плоскости, сжимающиеся или растягивающиеся при заданном отображении.
6. Вычислить комплексный интеграл, параметризуя путь, используя теорему Коши, интегральную формулу Коши.
7. Найти область сходимости степенного ряда.
8. Разложить функцию в ряд Лорана в заданной области или кольце.
9. Найти вычет функции.

10. Вычислить определенный интеграл, применяя теорию вычетов.
11. Вычислить несобственный интеграл, применяя теорию вычетов.

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ**

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

## **8. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## **9. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ**

### **9.1 Литература**

1. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС 21 век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (47 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 1. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 120 с. (19 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. пособие. – Ч. 2. / О.Н. Пушкина, Н.В. Слесаренко. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2010. – 102 с. (20 экз.)
4. Волковоский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / Л.И. Волковоский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович – М.: Наука, 1975. – 367 с. (1 экз.)
5. Краснов, М.Л. Вся высшая математика: Учебник. Т. 4. / М.Л. Краснов, А.И. Киселев и др. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 352 с. (6 экз.)
6. Лунц, Г.Л. Функции комплексного переменного: учеб. пособие. / Г.Л. Лунц, Л.Э. Эльсгольц. – СПб.: Изд-во «Лань», 2002. – 304 с. (1 экз.)
7. Лунц, Г.Л. Функции комплексного переменного с элементами операционного исчисления: учебник для вузов. / Г.Л. Лунц, Л.Э. Эльсгольц. – СПб.: Изд-во «Лань», 2002. – 296 с. (20 экз.)
8. Маркушевич, А.И. Введение в теорию аналитических функций. / А.И. Маркушевич, Л.А. Маркушевич. – М.: Просвещение, 1972. – 320 с. (54 экз.)

9. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 520 с.(12 экз.)
10. Пантелеев, А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах: учеб. пособие. / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. – М.: Высш. шк., 2001. – 160 с. (12 экз.)
11. Половинкин, Е.С. Курс лекций по теории функций комплексного переменного. – М.: ФИЗМАТКНИГА, 2003. – 199 с. (16 экз.)
12. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Высш. шк., 1999. – 432 с. (16 экз.)

## **9.2 Базы данных и информационно-справочные системы**

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
2. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. Интернет-Университет Информационных Технологий. - Режим доступа: <https://intuit.ru>
4. Глобальная сеть дистанционного образования. – Режим доступа: <http://www.cito.ru/gdenet> .
5. Сайт Российской академии наук. - Режим доступа: <http://www.ras.ru/>
6. Российский портал открытого образования. – Режим доступа: <http://www.openet.ru/University.nsf/>
7. Портал бесплатного дистанционного образования. – Режим доступа: [www.anriintern.com](http://www.anriintern.com)

## **9.3 Электронно-библиотечные ресурсы**

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа: <https://polpred.com/news>
3. <http://www.rucont.ru/efd/200082> Элементы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления. – ЯрГУ. 52 с.
4. <http://www.rucont.ru/efd/206554> Ряды и интегралы в комплексной плоскости. Ч. 2: Методические указания. – ЯрГУ. 20 с.

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами.

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus и т.п.

Разработчик: доцент кафедры физического и математического образования, к. ф.-м. н. А.С. Якшина

## 11. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

### Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2020/2021 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 10 от «16» июня 2020 г.).

В рабочую программу дисциплины внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: Титульный лист	
Исключить:	Включить:
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

### Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2021/2022 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 8 от «21» апреля 2021 г.).

### Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 10 от «21» июня 2023 г.).

### Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2024/2025 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024/2025 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 9 от «24» мая 2024 г.).