

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Щёкина Вера Витальевна

Должность: директор

Дата подписания: 27.01.2025 07:25:34

Уникальный программный ключ:

a2232a55157eb76551a8999b1890892af53989420420336ffbf573a434e57789

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Благовещенский государственный педагогический университет»**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
Рабочая программа дисциплины**

УТВЕРЖДАЮ

**декан индустриально-педагогического
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»**



Н.В. Слесаренко

«30» мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИКА**

**Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль
ДИЗАЙН
Профиль
ТЕХНОЛОГИЯ**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры
Экономики, управления и технологии
(протокол № 9 от «30» мая 2024 г.)**

Благовещенск 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2	УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	4
3	СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)	5
4	МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	7
5	ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	11
6	ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	32
7	ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ	38
	В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	38
8	ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	38
9	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	38
10	МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	39
11	ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ	40

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 (Б1.О.07.06).

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

ОПК-8.1 Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний

ОПК-8.2 Проектирует и осуществляет учебно-воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия курса математики,
- основные свойства, теоремы курса математики,
- основные методы и модели алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики

уметь:

- решать типовые задачи по дисциплине «Математика»,
- применять методы алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики при проведении исследований при решении классических математических задач;
- находить численные значения различных математических величин;

владеть:

- навыками решения практических задач курса математика;
- навыками использования математического аппарата в современных методов и технологиях диагностики.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 4 зачетных единицы (далее – ЗЕ) (144 часа):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 2
Общая трудоемкость	144	144
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	22	22
Практические занятия	32	32
Самостоятельная работа	54	54
Вид итогового контроля	36	36-экзамен

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	28	6	8	14
2.	Математический анализ: теория пределов	24	4	8	12
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	28	6	8	14
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	28	6	8	14
Экзамен		36			
ИТОГО		144	22	32	54

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Линейная алгебра	ПЗ	Работа в парах: вычислить определители	3
2.	Математический анализ: теория пределов	ПЗ	Работа в парах: вычисление пределов	4

3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	ПЗ	Работа в парах: Нахождение приближенных значений функции	3
4.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	ПЗ	Работа в парах: исследование функции и построение графика функции	3
ИТОГО				13

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

Раздел I. Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Определители и матрицы: Матрицы. Операции с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Основы теории определителей. Определители второго и третьего порядка, их основные свойства. Системы уравнений. Решение систем двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса, правило Крамера.

Система координат. Векторы, линейные операции над ними. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов и их основные свойства.

Линии на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

Поверхности второго порядка: Изучение поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям

Раздел II. Математический анализ: теория пределов.

Действительные числа. Модуль. Функция: Множество \mathbf{R} . Модуль, свойства модуля. Понятие функция, область определения функции. Свойства функции. Обратная функция.

Теория пределов функции одной переменной: Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные свойства функций, имеющих предел, Бесконечно малые и их свойства. Операции над функциями, имеющими предел. Односторонние пределы. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

Непрерывность функции: Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Раздел III. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная и дифференциал: Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциалы высших порядков.

Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций.

Раздел IV. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной

Неопределенный интеграл: Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных функций.

Определенный интеграл: Интегрируемость функции и определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Некоторые приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, вычисление объема тела, вычисление длины гладкой дуги).

Несобственные интегралы I и II рода, их свойства.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Для успешного проведения практических занятий необходима целенаправленная предварительная подготовка студента. Студенты получают от преподавателя конкретные задания на самостоятельную работу в форме вопросов, которые потребуют от них не только изучения литературы, но и выработки своего собственного мнения, которое они должны суметь аргументировать и защищать (отстаивать свои и аргументированно отвергать противоречащие ему мнения). Практическое занятие в сравнении с другими формами обучения требует от студентов высокого уровня самостоятельности в работе с литературой, инициативы, а именно:

- умение работать с несколькими источниками;
- осуществить сравнение того, как один и тот же вопрос излагается различными авторами;
- сделать собственные обобщения и выводы.

Все это создает благоприятные условия для организации дискуссий, повышает уровень осмысления и обобщения изученного материала. В процессе семинара идет активное обсуждение, дискуссии и выступления студентов, где они под руководством преподавателя делают обобщающие выводы и заключения. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, приводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции. На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами. В ходе семинара каждый студент опирается на свои конспекты, сделанные на лекции, собственные выписки из учебников, первоисточников, статей, периодической литературы, нормативного материала. Семинар стимулирует у студента стремление к совершенствованию своего конспекта, желание сделать его более информативным, качественным. При проведении практических занятий реализуется принцип совместной деятельности студентов. При этом процесс мышления и усвоения знаний более эффективен в том случае, если решение задачи осуществляется не индивидуально, а предполагает коллективные усилия.

Готовясь к практическому занятию, студенты должны:

1. Познакомиться с рекомендуемой преподавателем литературой.
2. Рассмотреть различные точки зрения по изучаемой теме, используя все доступные источники информации.
3. Выделить проблемные области и неоднозначные подходы к решению поставленных вопросов.
4. Сформулировать собственную точку зрения.
5. Предусмотреть возникновение спорных хозяйственных ситуаций при решении отдельных вопросов и быть готовыми сформулировать свой дискуссионный вопрос.

Рекомендации по подготовке докладов и сообщений

При подготовке докладов или сообщений студент должен правильно оценить выбранный для освещения вопрос. При этом необходимо правильно уметь пользоваться учебной и дополнительной литературой. Значение поисков необходимой литературы огромно, ибо от полноты изучения материала зависит качество работы. Подготовка доклада требует от студента большой самостоятельности и серьезной интеллектуальной работы. Она включает несколько этапов:

- составление плана доклада путем обобщения и логического построения материала доклада;
- подбор основных источников информации;
- систематизация полученных сведений;
- формулирование выводов и обобщений в результате анализа изученного материала, выделения наиболее значимых для раскрытия темы доклада фактов, мнений и требований нормативных документов.

К докладу по укрупненной теме могут привлекаться несколько студентов, между которыми

распределяются вопросы выступления.

В качестве тем для докладов как правило предлагается тот материал учебного курса, который не освещается в лекциях, а выносится на самостоятельное изучение студентами. Поэтому доклады с одной стороны, позволяют дополнить лекционный материал, а с другой – дают преподавателю возможность оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом.

Построение доклада, как и любой другой научной работы, традиционно включает три части: вступление, основную часть и заключение. Во вступлении обозначается актуальность исследуемой в докладе темы, устанавливается логическая связь ее с другими темами. В заключении формулируются выводы, делаются предложения и подчеркивается значение рассмотренной проблемы.

Рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- изучение и систематизацию официальных государственных документов - законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем "Консультант-плюс", "Гарант", глобальной сети "Интернет";

- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;

- подготовку докладов;

- участие в работе студенческих конференций.

Самостоятельная работа бакалавров по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение заданий для самостоятельной работы;
- изучение теоретического и лекционного материала, а также основной и дополнительной литературы при подготовке к практическим занятиям, написании докладов;
- самостоятельное изучение материалов официальных сайтов налоговых органов. Алгоритм самостоятельной работы студентов:

1 этап – поиск в литературе и изучение теоретического материала на предложенные преподавателем темы и вопросы;

2 этап – осмысление полученной информации из основной и дополнительной литературы, освоение терминов и понятий, механизма решения задач;

3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос или алгоритма решения задачи

Рекомендации по работе с литературой

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь

строить аналогичные примеры самостоятельно. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они

при перечитывании записей лучше запоминались.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;
2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Рекомендации по подготовке к экзамену:

При подготовке к зачету и экзамену по дисциплине «Математика» особое внимание следует обратить на четкое знание понятийного аппарата дисциплины. Для того чтобы избежать трудностей при ответах по вышеназванным разделам, студентам рекомендуется регулярная подготовка к занятиям, изучение базового перечня учебной информации, в том числе периодических литературных источников.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в	14

		СЭО БГПУ	
2.	Математический анализ: теория пределов	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	12
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	14
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	14
	ИТОГО		54

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Раздел 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.

Практическое занятие Матрицы их виды.

$$1. \text{ Вычислить: } 1) 3A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 3 \\ 1 & 4 & \end{pmatrix}, \quad 2) 2A + \lambda E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $3) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$. 4) $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(
)
(
)

(
3
|
|

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, 3) A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}. 4) A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Найти произведение матриц: $A \cdot A^T$ и $A^T \cdot A$ если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

4. Проверить коммутируют ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & - \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если, $f(x) = 4x^2 - 2x + 3x - 2$, $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

$$f(x) = x^2 - 5x + 1, A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Практическое занятие
Определители и их свойства**

1. Вычислить определители: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} -\sqrt{5} \\ 2 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} n+1 & n \\ n & n-1 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$, 5)

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix}.$$

2. Решить уравнения: 1) $\begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0$, 2) $\begin{vmatrix} x^2 & x+1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = -\frac{1}{1}$.

3. Вычислить определители: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} \cos \alpha & 1 & 1 \\ \cos \beta & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

4. Решить: 1) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, 2) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ x+2 & 0 & 1 \\ -2 & 3-x & 1 \end{vmatrix} < 0$

5. Вычислить определитель, используя свойства: 1) $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & 1 & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & 1 & \cos^2 \beta \\ \sin^2 \gamma & 1 & \cos^2 \gamma \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} a & a^2+1 & (a+1)^2 \\ b & b^2+1 & (b+1)^2 \\ c & c^2+1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$.

6. Вычислить определитель: 1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$, 3)

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} n & n & n & \dots & n & n & n \\ n & n-1 & n & \dots & n & n & n \\ n & n & n-2 & \dots & n & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & 3 & n & n \\ n & n & n & \dots & n & 2 & n \\ n & n & n & \dots & n & n & 1 \end{vmatrix}$$

Практическое занятие

Ранг матрицы, обратная матрица

1. Найти ранг матрицы и указать какой-либо ее базисный минор: 1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$,

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, 5)

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix},$$

6) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}$, 7) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 8) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 4 \\ 2 & -6 & 4 & 3 \\ 3 & -9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ a & b \end{pmatrix}$$

2. Найти обратные матрицы для следующих матриц: 1) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 5 & 7 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} c & d \end{vmatrix}$,

4) $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, 6) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$, 7) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, 8)

$$\begin{pmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Практическое занятие
Решение матричных уравнений

1. Решить матричные уравнения: 1) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, 2) $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$,

3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$, 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \end{pmatrix}$, 5) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$

6) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 5 & -7 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}$

2. Для данного определителя Δ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{i2} , a_{3j} . Вычислить определитель: а) разложением его по элементам i -ой строки; б) разложением его по элементам j -го столбца; в) получив предварительно нули в i -ой строке

ке: 1) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$

$$i=4, j=1.$$

$$i=4, j=1.$$

Практическое занятие

Системы линейных уравнений.

1. Решить системы линейных уравнений методов Крамера, Гаусса или матричным методом

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5, & 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, & x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, & x_1 + 2x_2 + x_3 = 9, \end{cases}$$

дом: 1) $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 5x + 3 = -1, \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + x - x = -6, \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + x + 2x = 8, \end{cases}$ 5)

$$\begin{cases} \begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases} & \begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases} & \begin{cases} 1 & 2 & 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 7. \end{cases} \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, & -3x + 4x - 5x + 3x = -2, \\ 2x + 4x - 5x = 11, & \begin{cases} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -5x_1 + 7x_2 - 7x_3 + 5x_4 = -2, \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \\ 8x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 6x_4 = -5. \end{cases}$$

2. Найти неизвестные коэффициенты многочлена $f(x) = ax^2 + bx + c$, удовлетворяющего условиям: $f(-2) = -8$, $f(1) = 4$, $f(2) = -4$.

Раздел 2. Математический анализ: теория пределов

Практическое занятие

Функция, область определения, свойства функции.

1. Определить область существования функции: а) $f(x) = 2^{\frac{1}{x}} + \arcsin \frac{x+2}{x}$;

$$\text{б) } f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{|x^2 - 2|}} + \sqrt{x-7} + \sqrt{10-x}; \text{ в) } f(x) = \cos \frac{1}{x} + \ln(x+1) + \sqrt[9]{\pi - x}.$$

2. Найти множества значений функции: а) $f(x) = x^2 + 4x + 1$; б) $f(x) = 3 - 5\cos x$; в)

г) $y = \sqrt{16 - x^2}$; д) $y = 4^{-x^2}$; е) $y = 5/x$; ж) $y = \left| \left| x \right| + 1 \right|$.

3. Для функции $f(x)$ найти соответствующие значения:

а) $f(x) = x^3 \cdot 2^x; f(1), f(-\sqrt[5]{5}), f(3x), f(-3), f(b-2);$ б)

$$\left\{ \begin{array}{l} -1, \text{ при } x < 2 \\ 0, \text{ при } x = 2; g(0), g(2), g(-20), g(t^2). \\ 1, \text{ при } x > 2 \end{array} \right.$$

4. Решить уравнение: $f(x) = f(1)$, если $f(x) = 4x^3 - 4x + 1$.

5. Найти сложные функции $f \circ f, f \circ q, q \circ f$: а) $f(x) = x^2, q(x) = x + 2;$ б)

$$f(x) = \frac{1}{x-3}, q(x) = \frac{x-1}{x}.$$

6. Какие из следующих функций четные, нечетные, а какие общего вида: а) $f(x) = \frac{\sin x}{x};$ б)

$f(x) = x^5 - 3x^3 - x;$ в) $f(x) = \sqrt{x};$ г) $f(x) = \arcsin x;$ д) $f(x) = \frac{3}{x^2 - 1};$ е) $f(x) = |x| - 2;$ ж)

$f(x) = \sin x + \cos x;$ з) $f(x) = x \cdot e^x$

7. Определить является ли функция периодической, найти ее наименьший период если он существует: а) $f(x) = \sin 4x;$ б) $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{3};$ в) $f(x) = \cos^2 5x;$ г) $f(x) = x^2;$ д)

$f(x) = \sin \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x;$ е) $f(x) = 3;$ ж) $f(x) = \operatorname{tg} 3x + \cos 4x.$

8. Выяснить какие из следующих функций являются монотонными, какие ограниченными: а) $f(x) = c;$ б) $f(x) = -x^2 + 2x;$ в) $f(x) = \frac{x+2}{x+5}.$

9. Дана функция $f(x) = x, x \in [0, +\infty)$. Доопределить ее на интервале $(-\infty, 0)$, так чтобы новая функция $g(x)$ определена на интервале $(-\infty, +\infty)$ была: а) четной; б) нечетной; в) общего вида.

10. Найти $y(0), y(2), y(\frac{x}{2}), y(h^2), 3y(5x)$, если: а) $y(x) = \sqrt{2x+7};$ б) $y(x) = \begin{cases} 5, & x < 2 \\ 0, & x = 2. \end{cases}$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1, \quad -4 \leq x < 0 \\ 2+x, \quad x < 0 \\ \ln(-x), \quad x < 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -5, \quad x > 2 \\ 1, \quad x \geq 1 \\ x-3 \end{array} \right.$$

11. Построить график функции: а) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ e^x, & x \geq 1 \end{cases}$ б) $y = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ в)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{|x|}{x}, \quad \text{г) } y = \cos x - |\cos x|; \quad \text{д) } y = \sin x - 2|\sin x|; \quad \text{е) } f(x) = \log_2 |x|; \quad \text{ж) } f(x) = \arcsin |x|. \end{array} \right.$$

Практическое занятие
Предел функции в точке, его вычисление.

1. Доказать, что : 1) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 1}{x + 1} = \frac{1}{2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$.

2. Вычислить пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x - x - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x - 1}{-6x + 5x + 4}$; 3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2x - x - 2}$; 4)

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{\sqrt[3]{x} - 27}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 5x)}{x^2 + x^5}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{\sqrt{x + 3} - 2}$; 8)

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$; 9) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{2x^3 - 2x^2 + x - 1}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 + 6x} - 4}$; 11) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt[3]{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$.

Практическое занятие

Предел функции на бесконечности.

1. Доказать, что : 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 2}{n + 5} = 1$; 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1} = 2$.
2. Вычислить: 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3x^2}{x^2 + 7x - 2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^2}{x^2 - 2x - 2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 7x - 2x^4 - 1}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x^2}{x^2 + 7x^3 - 2}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 - 5}{x^2 + 5x + 2}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x - 1}{x^2 + x - 2}$; 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4} - x \right)$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \right)$; 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2} - x^2 \right)$; 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$; 11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - 1)^{30} (2x - 3)^{10}}{(5x + 1)(5x - 3)}$; 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$.

Практическое занятие

Первый замечательный предел

- Вычислить: 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{5x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + mx)}{mx}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{ctg} 3x}{3x}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x}$; 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x}$; 9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x^3}{1 - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x}$; 10) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}$; 11) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$; 12) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tga}}{x - a}$; 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + 2x}{\arcsin x - 2x}$.

Практическое занятие

Второй замечательный предел

- Вычислить: 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + \frac{1}{x-1} \right)^{x-1}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x-1} \right)^{2x-1}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+1} \right)^{x+1}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+a} \right)^x$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2 + 5x + 4} \right)^x$; 7) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2]{1 + 3x}$; 8) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right)^{x-2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+3) - \ln x)$; 10) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x-5) - \ln(x+1))$; 11) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$; 12) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2]{\cos x}$; 13) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{5}{x}}$; 14) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$; 15) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

1. Пользуясь определением, доказать непрерывность функции: 1) $y = x^3$; 2) $y = \sin x$.

2. Исследовать на непрерывность функции и построить их графики: 1) $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$; 2)

$$y = \frac{2x+1}{x-2}; 3) f(x) = \begin{cases} 2, & x < 2 \\ \sqrt{4-x}, & -2 < x < 2 \\ x-2, & x > 2 \end{cases}; 4) y = \frac{2^{x-2} - 1}{2^{x-2} + 1}; 5) f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0; 1] \\ -2, & x = 1 \\ x+3, & x \in (1; 3) \\ x-2, & x > 3 \end{cases}; 6) y = \frac{1}{1 - e^{1-x}}$$

7) $y = 4^{\sqrt{1-2x}}$; 8) $y = \frac{1}{(x-1)(x-6)}$; 9) $y = \frac{1+x}{1+x^3}$; 10) $y = \frac{1}{e^x + 1}$.

Раздел 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной

Практическое занятие. Правила дифференцирования

1. Найти производные следующих функций: 1) $y = 11x^3 + 3x^2 - x - 0.7$, 2) $y = x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}}$

, 3) $y = \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{7x^4}$, 4) $y = 5\sqrt{x} + 3x^3\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}$, 5) $y = (3x-2)(7x+4)$, 6)

$y = (\sqrt{x}+1)(\frac{3}{x} + 5x^3)$, 7) $y = (1+x)(x^2+4)^3\sqrt{x}$, 8) $y = \frac{2x}{1-x^2}$, 9) $y = \frac{x^2+x+2}{1-x^3}$.

2. Найти производные следующих функций: 1) $y = (3x^2 - 4x + 1)^2$, 2) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$, 3)

$y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$, 4) $y = |x| |x-1| |x-2|$, 5) $y = \sin(\cos x) \cdot \cos(\sin x)$, 6) $y = \sin(\cos(\operatorname{tg} x))$, 7)

$f(x) = \sqrt{x^2+1} \ln \frac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}$; 8) $y = \frac{1}{10} e^{-x} (3\sin 3x - \cos 3x)$; 9) $y = \ln \frac{\sqrt{x^2+a^2}+x}{\sqrt{x^2+a^2}-x}$; 10)

$y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{6} \ln \frac{x-1}{x+1}$; 11) $y = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}$; 12) $y = \operatorname{arctg} \frac{x \sin a}{1 - x \cos a}$; 13)

$y = x^4(a - 2x^3)^2$.

2. Пусть $\varphi(x), \psi(x)$ - дифференцируемые функции от x . Найти производную от функции y :

1) $y = \sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}$, 2) $y = e^{\varphi^2(x)} \cdot \ln \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$.

3. Докажите, что функция $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$xy' - 2x^2 = 3y$.

4. Найти производную функции: 1) $y = \operatorname{sh}^3 4x + \operatorname{ch}^3 \sqrt{x}$, 2) $y = \operatorname{sh}(\ln(x + \sqrt{x^2+1}))$, 3)

$$F(x) = \begin{vmatrix} x-1 & 1 & 2 \\ -3 & x & 3 \\ -2 & -3 & x+1 \end{vmatrix}.$$

5. Найти производную показательно-степенной функции:

$$1) y = x^x, 2) y = (x+1)^{\sin x}, 3) y = x^{\ln^2 x}, 4) y = x + x^x + x^{x^x}, 5) y = \left(\begin{matrix} \arcsin(\sin^2 x) \\ \arccos(\cos^2 x) \end{matrix} \right)^{\operatorname{arctg}^2 x}.$$

6. Найти производную и построить график функции и ее производной

$$y = \begin{cases} 1-x & \text{при } -\infty < x < 1; \\ (1-x)(2-x) & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ -(2-x) & \text{при } 2 < x < +\infty. \end{cases}$$

7. Найти логарифмическую производную от функций: 1) $y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}$, 2)

$$y = (x + \sqrt{1+x^2})^n.$$

Практическое занятие

Геометрический и механический смысл производной. Правило Лопиталья

1. Написать уравнение нормали и касательной к графику функции $y = \frac{1}{x}$ в точке $x=2$.

2. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = (x+1)^3 \sqrt{3-x}$ в точках с абсциссами $x=-1$, $x=2$.

3. Написать уравнение касательной и нормали к параболе $y = x^2 + 2x - 1$ в точке пересечения с параболой $y = 2x^2$.

4. На параболе $y = x^2$ взяты 2 точки с абсциссами $x_1=1$; $x_2=3$. Через эти точки проведена секущая. В какой точке параболы касательная к ней будет параллельна проведенной секущей.

5. Точка движется прямолинейно по закону $S = t^3$. Найти мгновенную скорость в момент времени $t = k$.

6. Колесо вращается так, что величина угла поворота пропорциональна кубу времени. Первые два оборота были сделаны колесом за 4 с. Найти угловую скорость через 16 с. После начала движения.

7. Найти следующие пределы: 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\sin x - \cos x}$; 3)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[4]{x^3}}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1+2 \ln \sin x}; 6) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1-\operatorname{tg} x}{\cos 2x}; 5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x); 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x - \sin x}; 8)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 6x + 8}; 9) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x + 2x - 15}; 10) \lim_{x \rightarrow 2} (2-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}.$$

Практическое занятие

Производные и дифференциалы высших порядков, исследование функции на монотонность

1. Найти производную указанного порядка:

1) $y = x\sqrt{1+x^2}$, y' , 2) $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, y' , 3) $y = x^2 \ln x$, y'' , 4) $y = \sin x$, $y^{(n)}$, 5)

$$y = \sqrt{x}, y^{(10)}.$$

2. Вычислить дифференциал второго порядка для следующих функций: 1) $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 2)

$$y = \ln \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

3. Найти производную указанного порядка:

1) $y = x^2 \sin 2x$, $y^{(50)}$, 2) $y = (4x^3 + 3x - 1)^{11}(x^4 + 4)^{12}(x^7 - 5)^6$, $y^{(123)}$, $y^{(124)}$.

4. Определить промежутки монотонности функций: 1) $y = 3x - x^3$; 2) $y = \frac{\sqrt{x}}{x+100}$; 3) $y = \frac{x^2}{2^x}$;

4) $y = x^2 - \ln x^2$; 5) $y = x \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sin \ln x \right)$, $f(0) = 0$.

5. Найти экстремумы следующих функций: 1) $y = \frac{x}{1+x^2}$; 2) $y = x^2 e^{-x}$; $y = \sqrt{x} \ln x$; 4)

$y = \ln x + \frac{1}{x}$; 5) $y = \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$.

Практическое занятие

Исследование функции и построение графиков функции

1. Исследовать и построить графики функций: 1) $y = 2x^4 - x^2 + 1$; 2) $y = x \ln x$; 3) $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$;

4) $y = x + \sin x$; 5) $y = \ln \sin x$; 6) $y = \frac{x^3}{4-x^2}$.

Раздел 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной

Практическое занятие

Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование заменой переменной и по частям.

1. Вычислить интегралы, используя метод непосредственного интегрирования:

1) $\int (x^2 + 1)^3 dx$; 2) $\int \left(\frac{2+x}{x} \right)^2 dx$; 3) $\int \frac{\sqrt{x} - 3\sqrt[5]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx$; 4) $\int (5\operatorname{sh}x - 7\operatorname{ch}x + 1) dx$; 5) $\int \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 1} dx$.

2. Применяя метод подстановки, найти интегралы:

1) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}x}}{\cos^2 x} dx$; 2) $\int \cos^{11} 2x \cdot \sin 2x dx$; 3) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$; 4) $\int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$; 5) $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{1+x}$.

3. Применяя метод интегрирования по частям, найти интегралы:

1) $\int x \ln x dx$; 2) $\int (x^2 - 4x + 1)e^{-x} dx$; 3) $\int \cos \ln x dx$; 4) $\int x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx$; 5) $\int (e^x - \sin x)^2 dx$.

Практическое занятие

Интегрирование рациональных функций.

Найти интегралы:

1) $\int \frac{dx}{(2x+3)^3}$, 2) $\int \frac{dx}{2x^2+1}$, 3) $\int \frac{x^4}{x-1} dx$, 4) $\int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx$, 5) $\int \frac{x^5}{x^2+x-2} dx$, 6)

$\int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)} dx$, 7) $\int \left(\frac{x}{x^2-3x+2} \right)^2 dx$, 8) $\int \frac{dx}{x^5+x^4-2x^3-2x^2+x+1}$, 9) $\int \frac{xdx}{x^3-1}$, 10)

$\int \frac{(x^2+5x+4)dx}{x^4+5x^2+4}$, 11) $\int \frac{dx}{x^6+1}$.

Практическое занятие

Вычислить интегралы:

- 1) $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$; 2) $\int \operatorname{ctg} x \cdot dx$; 3) $\int \cos^5 x dx$; 4) $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$; 5) $\int \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 5x dx$; 6) $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}$; 7) $\int \frac{dx}{\sin x}$; 8) $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$; 9) $\int \operatorname{tg}^5 x dx$;
 10) $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$; 11) $\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x}$.

Практическое занятие **Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница**

1. Вычислить определенный интеграл:

- 1) $\int_0^2 3x^2 dx$; 2) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9}$; 3) $\int_2^3 \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1} dx$; 4) $\int_1^2 x \ln x dx$; 5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 x dx$; 6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}$.

2. Не вычисляя интегралов, установить, какой из интегралов больше:

- 1) $\int_0^1 x dx$ или $\int_0^1 x^2 dx$; 2) $\int_{-2}^1 \left(\frac{1}{3}\right)^x dx$ или $\int_{-2}^1 3^x dx$.
 $\left[x^2 \text{ при } 0 \leq x \leq 1, \right.$

3. Найти: $\int_0^2 f(x) dx$, если $f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{при } 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

4. Вычислить определенный интеграл:

- 1) $\int_0^1 \arccos x dx$; 2) $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$; 3) $\int_0^1 x(2 - x^2)^{12} dx$; 4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$.

Практическое занятие **Приложение определенного интеграла.**

1. Найти площадь фигур, ограниченных кривыми: 1) $y = x^2$; $x = a$; $x = b$; $y = 0$; 2) $\begin{cases} x = 2 + 3 \cos t, \\ y = 3 + 2 \sin t. \end{cases}$

3) $y = \arccos x$; $x = -1$; $x = 0$; $y = 0$; 4) $r = 1$; $r = 3$; $\varphi = \frac{\pi}{4}$; $\varphi = \frac{\pi}{3}$; 5) $r = 2 \cos \varphi$; $r = 1$ (вне круга);

2. Вычислить длину дуги плоской кривой: 1) $y = \frac{x^2}{2}$; $x = 0$; $x = 1$; 2) $y = \ln \sin x$; $x = \frac{\pi}{3}$; $x = \frac{\pi}{2}$;

3) $y = \operatorname{ch} x$; $x = 0$; $x = 1$; 4) $r = 1 - \cos \varphi$; 5) $\begin{cases} x = t^3 \\ y = 3^{-t} \end{cases}$; $t = 0$; $t = 3$.

$$y = t^2 + 2$$

3. Вычислить объемы тел: 1) найти объем шара радиуса R .
- 2) Вычислить объем усеченного конуса с радиусами основания R и r и высотой h .
- 3) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью образованной вращением вокруг оси OX синусоиды от $x = 0$ до $x = \pi$.

4) $y = 2x - x^2$; $y = 0$ вокруг оси OY .

Практическое занятие **Несобственные интегралы**

1. Вычислить несобственные интегралы: 1) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$; 2) $\int_0^{+\infty} e^{-4x} dx$; 3) $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$; 4) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 12}$;

5) $\int_{-\infty}^0 xe^x dx$; 6) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$. 2. Вычислить несобственные интегралы от неограниченных

функций: 1) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 2) $\int_0^1 x \ln x dx$; 3) $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$; 4) $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$, $\alpha > 0$.

**6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ)
УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА**

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс	Оценочное	Показатели	Критерии оценивания
--------	-----------	------------	---------------------

компетенции	средство	оценивания	сформированности компетенций
ОПК-8	Тест	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 85-100 %
ОПК-8	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	студент: 1) правильно выполнил менее половины работы, 2) или допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3».
		Пороговый (удовлетворительно)	студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил при выполнении работы: 1) не более двух грубых ошибок, 2) или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, 3) или не более двух – трех негрубых ошибок, 4) или одной негрубой ошибки и двух недочетов, 5) или при отсутствии ошибок, но при наличии 4 – 5 недочетов.
		Базовый (хорошо)	студент выполнил работу полностью (т.е. решил задачи), но допустил в ней 1) не более одной ошибки, 2) или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	студент 1) выполнил работу без ошибок и недочетов, 2) или допустил не более одного недочета.

		<p>кает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем,</p> <p>2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения,</p> <p>3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.</p>
--	--	--

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является экзамен.

Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Критерии оценивания:

- 1) полнота и правильность решения задачи,
- 2) полнота и правильность ответа при решении задачи,
- 3) степень осознанности, понимания изученного,
- 4) языковое оформление ответа,
- 5) грамотное оформление решения.

Оценка «отлично» ставится, если

- 1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи,
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи,
- 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение,
- 4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем,
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения,
- 3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Пример контрольной работы

1. Исследовать совместность системы линейных уравнений. Если система совместна,

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \end{cases}$$

то решить её с помощью формул Крамера:
$$\begin{cases} x + x + 3x = 6, \\ 2x + x^2 + 2x^3 = 5. \end{cases}$$

2. Решить однородную систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$ и

$\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, угол между векторами \vec{p} и \vec{q} равен $\frac{\pi}{4}$.

4. Дана пирамида с вершинами $A_1(7; 2; 4)$, $A_2(7; -1; -2)$, $A_3(3; 3; 1)$, $A_4(-4; 2; 1)$.
Найдите:

1) угол между рёбрами A_1A_2 и A_1A_4 ;

2) объём пирамиды;

3) длину высоты, опущенной на грань $A_1A_2A_3$.

Пример теста

ЧАСТЬ А

К каждому заданию части А даны несколько ответов, из которых только один верный. Выполнив задание, выберите правильный ответ и укажите в бланке ответов.

A1. Величина определителя $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ равна:

1) 1	2) 2	3) 3	4) 0	5) 4.
------	------	------	------	-------

A2. Матрица $C = A + 2B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, имеет вид:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	3) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$	5) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
---	---	---	---	---

A3. Укажите решение системы линейных уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2y - z = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$
:

1) (1,1,1)	2) (1,2,3)	3) (2,1,3)	4) (3,2,1)	5) (0,0,1).
------------	------------	------------	------------	-------------

A4. Уравнение прямой проходящей через точки $A(-1;0)$, $B(0;1)$ имеет вид:

1) $y = 1 + x$	2) $y - x + 1 = 0$	3) $-y - x = 1$	4) $-1 + x = y$	5) $y = x$.
----------------	--------------------	-----------------	-----------------	--------------

A5. Какую кривую 2-го порядка задает уравнение $x^2 + 9y^2 = 25$:

1) эллипс	2) парабола	3) гипербола.	4) пара параллельных прямых	5) пара пересекающихся прямых
-----------	-------------	---------------	-----------------------------	-------------------------------

А6. Какую поверхность задает уравнение $x^2 + y^2 = z^2$:

1) эллипсоид	2) однополостный	3) двуполостный	4) конус	5) эллиптические
--------------	------------------	-----------------	----------	------------------

	гиперболоид	гиперболоид		ский параболоид
--	-------------	-------------	--	-----------------

А7. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2}{3x + 9x + 6}$ равен:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2}{3x + 9x + 6}$$

1) 0	2) 2/3	3) ∞	4) 3	5) 1.
------	--------	-------------	------	-------

А8. Значение производной функции $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5$ в точке $x=1$ равно:

1) 0	2) 1	3) 7	4) 3	5) 4.
------	------	------	------	-------

А9. Интеграл $\int_0^1 (3x^2 + 2x - 5)dx$ равен:

1) 3	2) 2	3) 0	4) 2	5) -3.
------	------	------	------	--------

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система «Антиплагиат.ВУЗ»;
- Электронные библиотечные системы.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (45 экз.)
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–303 с.(16 экз.)
3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–415 с. (16 экз.)
4. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры: учебник для студ.вузов / А.Г. Курош. – СПб.: Лань, 2007. – 431 с. (13 экз.)

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru/>
2. Российский портал открытого образования - <https://openedu.ru/>
3. Портал Электронная библиотека: диссертации - <http://diss.rsl.ru/?menu=disscatalog>.
4. Портал научной электронной библиотеки - <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
5. Сайт Института научной информации по общественным наукам РАН. - Режим доступа: <http://www.inion.ru>.
6. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>.
7. Сайт Министерства просвещения РФ <https://edu.gov.ru>.

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office.

Разработчик: Ланина С.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент.

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ