	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА **Рабочая программа дисциплины**

УТВЕРЖДАЮ
Декан естественно-географического факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»

_________________ И.А. Трофимцова
«22» мая 2019 г.

Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИКА

Направление подготовки
04.03.01 ХИМИЯ

Профиль
«АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Принята на заседании кафедры
физического и математического образования
(протокол № 8 от «15» мая 2019 г.)

Благовещенск 2019

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1. (Б1.О.10)

Для освоения дисциплины «Математика» обучающиеся используют знания, умения, сформированные в ходе изучения предмета «Математика» в общеобразовательной школе.

Дисциплина «Математика» является основой высшего образования. Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины «Математика», будут использоваться в дальнейшем при освоении специализированных дисциплин по направлению подготовки 04.03.01. Химия, профиль «Аналитическая химия».

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ОПК-4:

-УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикаторами** достижения которой является:

- **УК-1.1**. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;
- **УК-1.2**. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;
- **УК-1.3**. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
- **УК-1.4**. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения, в том числе с применением философского понятийного аппарата.
- **УК-1.5**. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки

- ОПК-4. Способен планировать работы химической направленности, обрабатывать и интерпретировать полученные результаты с использованием теоретических знаний и практических навыков решения математических и физических задач**индикаторами** достижения которой является:

- **ОПК-4.1**. Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности
- **ОПК-4.2**. Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик
- **ОПК-4.3**. Интерпретирует результаты химических наблюдений с использованием физических законов и представлений

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- знать:

- основные понятия: матрица, элементы матрицы, равные матрицы, диагональная, единичная, треугольная, нулевая, транспонированная, ступенчатая матрицы, определители второго, третьего порядков, невырожденная, обратная матрицы, ранг матрицы, системы линейных уравнений, виды решений систем уравнений, вектор, координаты вектора, скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, система координат на плоскости, виды систем координат, преобразования систем координат, линии на плоскости: прямая, окружность, эллипс, гипербола, парабола, уравнение прямой в пространстве, цилиндрические, конические поверхности, канонические уравнения поверхностей второго порядка;

- действия над матрицами, свойства определителей, методы вычисления определителей, метод нахождения ранга матрицы, методы решений систем алгебраических уравнений, действия над векторами, метод разложения вектора по ортам, свойства и методы нахождения скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, связь между различными видами систем координат на плоскости, способы задания прямой на плоскости и в пространстве, основные приложения метода координат на плоскости и в пространстве,
условия перпендикулярности и параллельности прямых на плоскости и в пространстве и плоскостей в пространстве;
- понятия функции одной переменной, области определения и множества значений функции, последовательности, предела, функции непрерывной в точке, на множестве; свойства основных элементарных функций, свойства функций, имеющей предел, методы вычисления пределов; свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке, алгоритм исследования функции на непрерывность;
- понятие производной, правила нахождения производных, таблицу производных основных элементарных функций, геометрический смысл производной функции в точке, дифференциала функции в точке, уравнение касательной, нормали, свойства дифференцируемых функций в точке и на отрезке, алгоритмы исследования функций на экстремум и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, алгоритм полного исследования функции и построения графика;
- понятия неопределенный и определенный интеграл, их свойства, формулу Ньютона – Лейбница, методы интегрирования (с помощью таблицы, заменой переменной, по частям), простейшие дроби и методы их интегрирования;
- понятия: функции 2-х, 3-х переменной, области определения, множества значений, графика функции 2-х переменных, линии уровня, поверхности уровня, предела функции, непрерывности функции в точке, частной производной первого и высших порядков, дифференциала первого и высших порядков, экстремума функции 2-х переменных, производной по направлению, градиента, экстремума функции 2-х переменных двойного и тройного интегралов, криволинейных интегралов I и II рода,
свойства предела функции и функций, непрерывных в точке,
уравнение касательной плоскости и нормали, алгоритмы нахождения производных высших порядков,
- алгоритмы нахождения экстремума функций двух переменных, наибольшего и наименьшего значений функции на компакте,
- свойства двойного и тройного интегралов, криволинейных интегралов I и II рода, методы их вычисления, алгоритм восстановления функции с помощью полного дифференциала;
- понятия числового, функционального, степенного ряда, сходящегося и расходящегося рядов, абсолютно и условно сходящегося ряда, ряда Фурье, свойства сходящихся рядов,
- необходимый признак сходимости, достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, Коши, интегральный признак Коши,
- алгоритм разложения функции в степенной ряд, табличные степенные ряды, их применения,
- формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье, теорему Дирихле, алгоритмы разложения 2π, $2l$ – периодических, четных и нечетных;
- понятия: дифференциального уравнения n-го порядка, первого порядка, решения, общего, частного, особого решений, линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами, системы дифференциальных уравнений, нормальной системы дифференциальных уравнений, системы линейных дифференциальных уравнений,
- теорему существования и единственности решения задачи Коши;
- типы дифференциальных уравнений первого порядка, методы решений уравнений с разделяющимися переменными, с однородными функциями, в полных дифференциалах, линейных, Бернулли, Клеро, Лагранжа;

- типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка, методы их решения, методы решения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами,
- понятия теории вероятностей: эксперимент, испытание, исход, элементарное событие, событие, пространство элементарных событий, вероятность события (аксиоматическое, классическое, геометрическое определения), условная вероятность, дискретная случайная величина, непрерывная случайная величина, функция распределения вероятностей НСВ, её свойства, плотность распределения НСВ, нормальное распределение;
- виды событий, действия над событиями, теоремы сложения и умножения вероятностей, формула полной вероятности, формула Бейеса, формула Бернулли,
- законы распределения вероятностей дискретной случайной величины, числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание для ДСВ и НСВ, его свойства, дисперсия ДСВ и НСВ, его свойства, закон больших чисел,

- **уметь**:
- транспонировать матрицы, выполнять действия над матрицами, приводить матрицу к каноническому и ступенчатому видам, находить обратную матрицу и ранг матрицы, вычислять определители до пятого порядка, решать системы алгебраических уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, используя ранг матрицы,
- находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, решать основные типы задач с использованием скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, с помощью метода координат решать основные типы задач на плоскости: найти расстояние между точками, разделить отрезок в заданном отношении, найти площадь треугольника, угол между прямыми, между плоскостями, между прямой и плоскостью, расстояние от точки до прямой и до плоскости, записывать различными способами уравнения прямой на плоскости и в пространстве, плоскости в пространстве, строить линии второго порядка: окружности, эллипсы, гиперболы, параболы, строить поверхности второго порядка: цилиндры, конусы, сферы, эллипсоиды, гиперболоиды.
- находить область определения функции, строить графики функций с помощью графиков основных элементарных функций, находить пределы функций, используя основные правила и теоремы теории пределов, исследовать непрерывность функции;
- находить производную функции, дифференциал, составлять уравнение касательной и нормали к графику функции, приближенно вычислять значения функции, используя геометрический смысл дифференциала функции, проводить исследование монотонности функции, выпуклостей графика функции, находить асимптоты графика функции, проведя исследование функции, построить график, исследовать экстремальные свойства функции;
- находить неопределенные интегралы и вычислять определенные по таблице, заменяя переменную, по частям, от рациональной, тригонометрической, иррациональной функций;
- находить и строить на чертеже область определения функции 2-х, 3-х переменных, вычислять пределы функции 2-х переменных, исследовать непрерывность функции 2-х переменных в точке, находить частные производные, дифференциалы, составлять уравнение касательной плоскости, нормали, исследовать экстремум функции 2-х переменных, находить наибольшее и наименьшее значения функции 2-х переменных на компакте,
- вычислять двойные, тройные, криволинейные интегралы, восстанавливать функцию с помощью криволинейного интеграла II рода;
- исследовать положительный и знакочередующийся ряды на сходимость, находить область сходимости степенного ряда, раскладывать функцию в ряд, приближенно вычислять значения функций и определенных интегралов,
- раскладывать в ряд Фурье 2π, $2l$ – периодических, четных и нечетных функций;
- определять порядок дифференциального уравнения,
- определять тип дифференциального уравнения, в соответствии с типом, выбирать метод решения дифференциального уравнения первого порядка, решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, с однородными функциями и приводящиеся к ним,

в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, линейные, Бернулли, Клеро, Лагранжа, определять тип дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка, выбирать метод его решения и решать дифференциальное уравнений, решать линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального типа;
- находить вероятность событий, используя классическое, геометрическое определения, теоремы сложения и умножения вероятностей, формулу Бейеса, формулу Бернулли;
находить числовые характеристики дискретной и непрерывной случайных величин;
- находить выборочные точечные характеристики: среднюю, дисперсию, моду, медиану;
- находить точечные оценки математического ожидания и дисперсии, доверительные интервалы для математического ожидания, среднего квадратичного отклонения нормального распределения, погрешности оценок;

- владеть: умениями

- выполнять действия над матрицами, вычислять определители второго и третьего порядков, решать системы алгебраических уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса,
находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, решать основные типы задач с использованием скалярного, векторного и смешанного произведений векторов, с помощью метода координат решать основные типы задач на плоскости: найти расстояние между точками, разделить отрезок в заданном отношении, найти площадь треугольника, угол между прямыми, между плоскостями, между прямой и плоскостью, расстояние от точки до прямой и до плоскости, записывать уравнения прямой и плоскости хотя бы одним способом, строить линии второго порядка: окружности, эллипсы, гиперболы, параболы, строить поверхности второго порядка: цилиндры, конусы, сферы, эллипсоиды, гиперболоиды;
- находить область определения функции, раскрывать неопределенности $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, 1^{∞}, вычислять пределы, исследовать непрерывность в точке;
- вычислять производную функции в точке, используя правила дифференцирования находить производную функции, приближенно вычислять значение функции, составлять уравнения касательной и нормали, исследовать экстремальные свойства функции и находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке;
- находить неопределенные интегралы и вычислять определенные по таблице, заменяя переменную, по частям, интегрировать простейшие дроби I, II, III типа, вычислять площадь криволинейной трапеции;
- находить область определения функции 2-х переменных, находить пределы функции 2-х переменных, применяя полярные координаты, находить частные производные,
исследовать экстремум функции 2-х переменных, находить наибольшее и наименьшее значения на компакте, строить область интегрирования, вычислять повторные интегралы, двойные, криволинейные II рода;
- исследовать положительный и знакочередующийся ряды на сходимость, находить область сходимости степенного ряда, раскладывать функцию в ряд, приближенно вычислять значения функций и определенных интегралов, раскладывать в ряд Фурье 2π, $2l$ – периодические, четные и нечетные функции;
- отличать дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения, определять порядок дифференциального уравнения,
- решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, с однородными функциями, в полных дифференциалах, линейные, Бернулли, Клеро, Лагранжа, линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с правой частью квазимногочленом;
- находить вероятность событий, используя классическое определение вероятности,

находить числовые характеристики дискретной и непрерывной случайных величин по готовым формулам.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 16 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (576 часов).

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4
Общая трудоемкость	576	108	180	144	144
Аудиторные занятия	252	54	72	72	54
Лекции	116	22	32	36	22
Практические работы	140	32	40	36	32
Самостоятельная работа	252	54	72	72	54
Вид итогового контроля:	36*2	Зачет	Экзамен (36 ч)	Зачет	Экзамен (36 ч.)

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторныезанятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
	I семестр				
1	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	108	22	32	54
	Итого за I семестр	**108**	**22**	**32**	**54**
	Зачет				
	II семестр				
2	Математический анализ: теория пределов	46	10	12	24
3	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	48	10	14	24
4	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	50	12	14	24
	Итого за II семестр	**144**	**32**	**40**	**72**
	Экзамен	**36**			
	III семестр				
5	Математический анализ: ряды	60	12	12	36
6	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных	84	24	24	36

	Итого за III семестр	**144**	**36**	**36**	**72**
	Зачет				
IVсеместр					
7	Дифференциальные уравнения	52	10	16	26
8	Элементы теория вероятностей и случайных величин	56	12	16	28
	Итого за IVсеместр	**144**	**22**	**32**	**54**
	Экзамен	**36**			
	Итого	**648**	**138**	**150**	**288**

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	Практические занятия	Работа в парах, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	30
2.	Математический анализ: теория пределов	Практические занятия		10
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	Практические занятия	Работа в парах, работа в группах	6
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	Практические занятия		10
5.	Математический анализ: ряды	Практические занятия		8
6.	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных	Практические занятия	Работа в парах, работа в группах	6
7.	Дифференциальные уравнения	Практические занятия	Работа в парах, работа в группах	6
8.	Элементы теория вероятностей и случайных величин	Практические занятия	Работа в парах, работа в группах	20
	ИТОГО			**96**

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

I семестр

Тема 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Матрицы. Операции с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Основы теории определителей. Определители второго и третьего порядка, их основные свойства. Системы уравнений. Решение систем двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса, правило Крамера.

Система координат. Трехмерное пространство. Векторы, линейные операции над ними. Скалярное, векторное, смешенное произведение векторов и их основные свойства. Выражение произведений векторов через координаты сомножителей. Коллиниарность и компланарность векторов.

Метод координат на плоскости (декартовы и полярные координаты, связь между ними). Уравнение линии на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Взаиморасположение прямой и плоскости в пространстве.

Поверхности второго порядка.

II семестр

Тема 2. Математический анализ: теория пределов

Действительные числа. Модуль действительного числа, его свойства. Ограниченные и неограниченные множества. Точная верхняя грань, точная нижняя грань множества и их существование. Понятие функции, область определения функции. Свойства функции. Обратная функция. Числовая последовательность.

Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные свойства функций, имеющих предел, Бесконечно малые и их свойства. Операции над функциями, имеющими предел. Односторонние пределы. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Непрерывность сложной функции.

Тема 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного, сложной и обратной функций. Таблица производных. Производные и дифференциалы высших порядков. Свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум функции. Необходимое условия экстремума. Достаточное условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций.

Тема 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных, тригонометрических функций. Интегрирование простейших иррациональных функций.

Интегрируемость функции и определенный интеграл, его геометрический смысл. Некоторые классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Несобственные интегралы I и II рода, их свойства. Геометрический смысл несобственных интегралов.

III семестр

Тема 5. Математический анализ: ряды

Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши). Знакочередующиеся ряды; теорема Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Степенные ряды. Структура области сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд; ряд Тейлора. Некоторые применения степенных рядов.

Тригонометрический ряд Фурье. Разложение 2π-периодической функции в ряд Фурье (теорема Дирихле, разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций).

Тема 6. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости.Производная по направлению, градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Понятие неявных функций, их существование и дифференцируемость.

Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Двойной и тройной интегралы, их свойства, методы вычисления

Криволинейные интегралы I и II рода, их свойства, методы вычисления.

IV семестр

Тема 7. Дифференциальные уравнения

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений I порядка. Виды дифференциальных уравнений I порядка: уравнения с разделяющимися переменными, уравнения в полных дифференциалах, линейные дифференциальные уравнения I-го порядка, уравнения Бернулли, однородные дифференциальные уравнения, уравнения, не разрешенные относительно производной.

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков. Уравнения, допускающие понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные. Метод произвольной постоянной.

Тема 8. Элементы теория вероятностей и случайных величин

Основные понятия теории вероятностей: испытания и события. Виды случайных событий. Соотношения между событиями. Полная группа событий. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.Теорема сложения вероятностей. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Свойства независимых событий. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного события. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли: теорема Пуассона, локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема и формула Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.Понятие алгебры событий, сигма-алгебры событий. Аксиомы, определяющие вероятность события. Свойства, следующие из аксиом. Свойство непрерывности вероятности. Возможность замены аксиомы счетной аддитивности свойством непрерывности вероятности.

Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины: Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Законы распределения ДСВ. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. Функция распределения вероятностей СВ и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной СВ, свойства плотности вероятности. Вероятностный смысл плотности вероятности. Равномерное распределение.

Основные числовые характеристики случайных величин: Математическое ожидание дискретной и непрерывной СВ, его свойства. Вероятностный смысл математического ожидания. Дисперсия дискретной и непрерывной СВ, её свойства. Среднее квадратическое отклонение СВ. Математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющих распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное.

Нормальное распределение: Плотность вероятности нормально распределенной СВ. Числовые характеристики нормально распределенной СВ. График плотности вероятностей нормально распределенной СВ. Вероятность попадания СВ в заданный интервал. Вероятность отклонения нормальной СВ от математического ожидания. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.

Понятие о законе больших чисел. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее следствие. Теорема Бернулли и ее следствие (теорема Пуассона).

Список основной литературы

1. Андрухаев, Х. М. Сборник задач по теории вероятностей: учеб. пособие для студ. вузов / Х. М. Андрухаев; под ред. А. С. Солодовникова. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Высшая школа, 2005. – 173 с. (47 экз.)
2. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учебник для ст-тов вузов / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. – М.: Дрофа, 2003. – 638 с. (8 экз.)
3. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов / И.И. Баврин, В.Л. Матросов. – М.: Владос, 2004. – 398 с. (154 экз.)
4. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)
5. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 509 с. (32 экз.)
6. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 511 с. (31 экз.)
7. Вентцель, Е.С.Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб.пособие для студ.втузов / Е.С.Вентцель, Л.А.Овчаров. - 5-е изд.,испр. - М.: Академия, 2003. - 439с. (34 экз.)
8. Гмурман, В.Е.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб.пособие для студ.вузов / Гмурман В.Е. - 8-е изд., стер. - М.: Высш.шк., 2003. - 399 с. (24 экз.)
9. Григорьев, М.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие / М.П. Григорьев и др. – М.: Вузовская книга, 2006. – 245 с. (10 экз.)
10. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / В.В. Ильина [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2006. – 93 с. (34 экз.)
11. Избранные вопросы математического анализа. Предел функции и непрерывность: учебное пособие / Н.В. Ермак [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2005. – 115 с. (35 экз.)
12. Квасова, И.В. Ряды: учеб. пособие для ст-тов вузов / И.В. Квасова, С.Ю. Ланина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 96 с. (20 экз.)
13. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник для студентов вузов. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 399 с. (32 экз.)
14. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник для студентов вузов. В 2-х т. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. / Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 424 с. (36 экз.)
15. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 287с. (10 экз.)
16. Пушкина, О.Н. Практикум по математической статистике: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2006.–93с. (10 экз.)
17. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2009. – 107с. (7 экз.)

18. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2009. – 122с. (7 экз.)
19. Филиппов, А.П. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970. – 96 с. (8 экз.)
20. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: учеб. пособие / А.С. Якшина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014. – 171 с. (21 экз.)

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Данные рекомендации предназначены для студентов естественно-географического факультета направления подготовки бакалавра «04.03.01 Химия».

Процесс обучения указанной дисциплине преследует следующие **цели**:
- ознакомить студентов с основными понятиями математики, методами решения математических задач,
- научно обосновать теоремы и предложения курса,
- продолжить развитие математической культуры логических рассуждений и правильной устной и письменной математической речи.

В результате изучения дисциплины студент **должен иметь представление** о месте и роли математики в истории науки, в современной математике, об использовании методов математики в естественных науках; **должен знать** основные понятия, теоремы курса, виды моделей и способы их построения, предлагаемые этой дисциплиной, методы решения основных типов задач; **должен уметь** решать уравнения, строить на плоскости прямые, линии второго порядка, в пространстве поверхности второго порядка, дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных, исследовать сходимость числовых рядов, раскладывать в ряд функции одной действительной переменной, решать дифференциальные уравнения первого порядка, высших порядков, решать задачи, относящиеся к теории вероятностей и статистики.

Теоретический материал курса представлен планом лекционных занятий с указанием вопросов, рассматриваемых на каждой лекции.

Учебно-методические материалы по подготовке практических занятий содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для решения в группе и задания для самостоятельной работы.

В рабочей программе представлен примерный вариант контрольных и самостоятельных работ, которые позволяет проверить уровень усвоения изученного материала.

Рабочая программа содержит программы зачета и экзаменов, которые позволят наиболее эффективно организовать подготовку к этим мероприятиям. При подготовке к занятиям, зачету и экзаменам студенты могут использовать литературу, приведенную в рабочей программе.

Подготовку к зачету и экзаменам наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование ан примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Изучать материал рекомендуется по плану, представленному в плане лекций (см. выше). После изучения теоретических основ каждой темы рекомендуется выполнить задания из практического занятия.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математика»

Наименование раздела (темы) дисциплины	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
Тема 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра	1. Выполнение домашних заданий 2. Подготовкак контрольной работе и ее выполнение:«Системы уравнений», 3. Изучение темы «Операции над матрицами. Приведение матрицы к каноническому виду». 4. Изучение замечательных кривых: лемнискаты Бернулли, роз, улитки Паскаля, астроиды, полукубической параболы, кардиоиды, спирали Архимеда, циклоиды. 5. Изучение темы «Поверхности второго порядка» 6. Подготовка к зачету: повторение и систематизация знаний и умений по теме «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»	54
Тема 2. Математический анализ: теория пределов	1. Выполнение домашних работ. 2. Подготовка к контрольной работе «Предел функции. Непрерывность функции» 3. Изучение тем: - Основные элементарные функции, их свойства, графики (заполнить таблицу); - Доказательство свойств последовательностей, имеющих предел, свойств функций, имеющих предел, свойств бесконечно малых функций; - Свойства функций непрерывных в точке; - Непрерывность основных элементарных функций. 4. Подготовка к экзамену.	24
Тема 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	1. Выполнение домашних работ. 2. Подготовка в контрольной работе «Дифференциальное исчисление функций одной переменной». 3. Доказательство правил и табличных формул. 4. Подготовка к экзамену.	24
Тема 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	1. Выполнение домашних работ. 2. Подготовка в контрольной работе «Интегрирование функций одной переменной» 3. Подготовка к экзамену.	24
Тема 5. Математический анализ: ряды	1. Выполнение домашних работ. 3. Изучение доказательств теорем и табличных формул. 3. Подготовка к контрольным работам: «Достаточные признаки сходимости положительных рядов», «Абсолютная и условная сходимость ряда»,	36

	«Ряд Тейлора. Применения степенных рядов», «Разложение функции в ряд Фурье». 4. Подготовка к зачёту: систематизация знаний и умений по теме «Ряды».	
Тема 6. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных	1. Выполнение домашних работ. 2. Подготовка к индивидуальной домашней контрольной работе «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных». 3. Подготовка к контрольной работе «Криволинейные интегралы» 4. Подготовка к зачету: повторение и систематизация знаний и умений по теме «Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных»	36
Тема 7. Дифференциальные уравнения	1. Выполнение домашних работ. 2. Подготовка к контрольной работе «Дифференциальные уравнения». 4. Подготовка к экзамену.	26
Тема 8. Элементы теория вероятностей и случайных величин	1. Выполнение домашних работ. 2. Подготовка к контрольной работе «Теория вероятностей». 3. Подготовка к выполнению групповых домашних заданий по темам «Дискретные случайные величины», «Непрерывные случайные величины», «Нормальное распределение». 4. Подготовка к выполнению индивидуальной работы по теме «Случайные величины» 5. Подготовка к экзамену.	28
Итого		252

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

План практических занятий

I семестр

Тема	**Вид занятий**	**Количество часов**	**Литература**
Тема 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра	**Практические занятия**	**32**	**[1]**
1. Матрицы, действия над ними. Ранг матрицы. Обратная матрица. Матричные уравнения		2	
2. Определители, их свойства		2	
3. Системы линейных уравнений: метод Гаусса, формулы Крамера		2	
4. Векторы		2	
5. Скалярное произведение векторов		2	
6. Векторное произведение векторов		2	
7. Смешанное произведение векторов		2	

8, 9. Прямая на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой		4	
10, 11. Линии второго порядка на плоскости		2	
12. Прямая в пространстве		2	
13, 14. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между плоскостями. Расстояние от данной точки до заданной плоскости		4	
15, 16. Поверхности второго порядка		4	
Всего:		32	

ЛИТЕРАТУРА

1. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов / И.И. Баврин, В.Л. Матросов. – М.: Владос, 2002. – 398 с. (55 экз.)
2. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)
3. Избранные вопросы математического анализа. Предел функции и непрерывность: учебное пособие / Н.В. Ермак [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2005. – 115 с. (49 экз.)
4. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды./ Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 399 с. (32 экз.)

Практическое занятие 1. Матрицы, действия над ними. Ранг матрицы. Обратная матрица. Матричные уравнения

1. Найдите сумму матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найдите линейные комбинации заданных матриц:

1) $2A+3B$, если $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $4A-5B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.

3. Найдите произведение матриц AB и BA, если это возможно: $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$,

$B=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

4. Найдите значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x)=-2x^2+5x+9$, $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Проверить коммутируют ли матрицы: $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Транспонировать следующие матрицы: 1) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, 2) $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$.

7. Приведите к ступенчатому виду матрицу:

1) $A=\begin{pmatrix}1&0&-1&-1\\3&-2&-1&0\\-5&3&2&-1\end{pmatrix}$, 2) $A=\begin{pmatrix}0&-1&-1&-3\\1&2&4&7\\5&0&10&5\end{pmatrix}$, 3) $A=\begin{pmatrix}2&3&-2\\3&1&1\\1&5&-5\end{pmatrix}$.

Индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю: привести матрицу к ступенчатому виду.

8. Найти ранг матрицы: 1) $A=\begin{pmatrix}1&2&3&0\\0&1&1&1\\1&3&4&1\end{pmatrix}$, 2) $B=\begin{pmatrix}1&1&3&-7&1\\2&-1&1&6&-4\\-1&2&-1&-10&5\end{pmatrix}$.

9. Найти обратную матрицу методом присоединённой матрицы:

1) $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, 2) $A=\begin{pmatrix}1&2&-3\\3&2&-4\\2&-1&0\end{pmatrix}$.

10. Найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований:

1) $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$, 2) $B=\begin{pmatrix}1&1&1\\-2&-1&-2\\2&3&3\end{pmatrix}$.

11. Решить матричные уравнения:

1) $\begin{pmatrix}1&-1\\-2&2\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}2&-1\\0&3\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}-1&1\\0&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}-1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\-2&4\end{pmatrix}$.

Практическое занятие 2. Определители, их свойства

1. Вычислить определители 2-го порядка:

1) $\begin{vmatrix}1&2\\-3&-4\end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix}-3&5\\0&0\end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix}x&xy\\1&y\end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix}\operatorname{tg}\varphi&1\\-1&\operatorname{tg}\varphi\end{vmatrix}$.

2. Решить уравнения:

1) $\begin{vmatrix}2x+1&3\\x+5&2\end{vmatrix}=0$, 2) $\begin{vmatrix}2x-1&x+1\\x+2&x-1\end{vmatrix}=-6$, 3) $\begin{vmatrix}x-2&y+3\\-y-3&x-2\end{vmatrix}=0$, 4) $\begin{vmatrix}\sin 2x&\sin x\\\cos x&\cos 2x\end{vmatrix}=0$.

3. Используя правило треугольника, вычислить определитель 3-го порядка:

1) $\begin{vmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix}0&1&0\\2&3&4\\0&5&0\end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix}2&1&3\\5&3&2\\1&4&3\end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix}3&2&-1\\-2&2&3\\4&2&-3\end{vmatrix}$.

4. Вычислить определитель 3-го порядка разложением по какой-либо строке или столбцу:

1) $\begin{vmatrix}2&0&3\\7&1&6\\6&0&5\end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix}0&a&0\\b&c&d\\0&e&0\end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix}2&1&-3\\0&1&-1\\3&-2&1\end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix}\sin\alpha&\cos\alpha&1\\\sin\beta&\cos\beta&1\\\sin\gamma&\cos\gamma&1\end{vmatrix}$.

5. Решить уравнение и неравенство: 1) $\begin{vmatrix}-1&0&2x+3\\3-x&1&1\\2x+1&-1&2\end{vmatrix}=0$, 2) $\begin{vmatrix}-1&3&-2\\2-3x&0&5\\3&2&1\end{vmatrix}\ge 0$.

6. Доказать равенства, используя свойства определителей:

1) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1+a_1x+b_1y \\ a_2 & b_2 & c_2+a_2x+b_2y \\ a_3 & b_3 & c_3+a_3x+b_3y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} a_1-xb_1 & a_1+xb_1 & c_1 \\ a_2-xb_2 & a_2+xb_2 & c_2 \\ a_3-xb_3 & a_3+xb_3 & c_3 \end{vmatrix} = 2x\cdot\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$.

7. Вычислить определители, используя их свойства:

1) $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & 1 \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta & 1 \\ \sin^2\gamma & \cos^2\gamma & 1 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$.

8. Вычислить определители 4-го порядка:

1) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & a \\ 2 & 0 & b & 0 \\ 3 & c & 4 & 5 \\ d & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}$.

Работа в парах: вычисление определителей.

Практическое занятие 3. Системы линейных уравнений: метод Гаусса, формулы Крамера

1. Исследовать системы линейных уравнений. Для совместных систем найти общее и одно частное решение: 1) $\begin{cases} x_1+x_2=3, \\ x_1-x_2=-1, \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1-x_2=1, \\ 2x_1-2x_2=2, \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=3, \\ 2x_1-x_2+x_3=2, \\ x_1+4x_2+2x_3=5, \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=0, \\ 8x_1+3x_2-6x_3=0, \\ 4x_1-x_2+3x_3=0, \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x-3y=-2, \\ x+2y=2{,}5, \\ -2x-4y=-5, \\ 2\sqrt{3}\,x-3\sqrt{3}\,y=-2\sqrt{3}, \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3-5x_4=1, \\ x_1-x_2-5x_3=2, \\ 3x_1-2x_2-2x_3-5x_4=3, \\ 7x_1-5x_2-9x_3+10x_4=8. \end{cases}$

Работа в парах: решение систем уравнений методом Гаусса.

2. Найти решение с помощью формул Крамера. Указать те значения параметров a и b, при которых найти решение невозможно:

1) $\begin{cases} x_1-x_2=-4, \\ 2x_1+x_2=-5, \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2ax-3by=0, \\ 3ax-6by=ab, \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+2y+3z=5, \\ 4x+5y+6z=8, \\ 7x+8y=2, \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1-\sqrt{5}\,x_2=0, \\ 2\sqrt{5}\,x_1-5x_2=10, \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x_1+x_2+4x_3+8x_4=0, \\ x_1+3x_2-6x_3+2x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+2x_3-2x_4=0, \\ 2x_1-x_2+2x_3=0. \end{cases}$

Работа в парах: решение систем уравнений с помощью формул Крамера.

Практическое занятие 4. Векторы

1. В треугольнике ABC дано: $\overline{AB}=\overline{a}$, $\overline{AC}=\overline{b}$, точка M – середина BC. Выразить вектор $\overline{AM}$ через векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

2. По данным векторам $\overline{a}$ и $\overline{b}$ построить векторы: 1) $\frac{1}{3}\overline{a}-2\overline{b}$, 2) $\frac{3}{4}(\overline{a}+2\overline{b})-\frac{1}{4}(\overline{a}-2\overline{b})-\overline{a}-\overline{b}$.

3. Даны векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$. Коллинеарны ли векторы $\overline{c}=\overline{a}-2\sqrt{3}\cdot\overline{b}$ и $\overline{d}=-\sqrt{3}\cdot\overline{a}+6\cdot\overline{b}$?

4. При каких значениях λ векторы $2\lambda\cdot\bar{a}$ и $(\lambda^3-1)\cdot\bar{a}$, $\bar{a}\neq\bar{0}$, имеют одинаковое направление?

5. Дано: $|\bar{a}|=13$, $|\bar{b}|=19$, $|\bar{a}+\bar{b}|=24$. Найти $|\bar{a}-\bar{b}|$.

6. Дано: $\bar{a}\perp\bar{b}$, $|\bar{a}|=5$, $|\bar{b}|=12$. Найти $|\bar{a}+\bar{b}|$ и $|\bar{a}-\bar{b}|$.

7. В треугольнике ABC: M – точка пересечения медиан треугольника, $\overline{AM}=\bar{a}$, $\overline{AC}=\bar{b}$. Разложить векторы $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$ по векторам $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

8. Даны две точки $A_1(3;-4;1)$ и $A_2(4;6;-3)$. Найти координаты вектора $\bar{a}=\overline{A_1A_2}$.

9. Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A(1;-2;3)$, $B(3;2;1)$, $C(6;4;4)$. Найдите его четвёртую вершину D.

10. Найти координаты вектора $\bar{a}$, если известно, что он направлен в противоположную сторону к вектору $\bar{b}=5\cdot\bar{i}-4\cdot\bar{j}+2\sqrt{2}\cdot\bar{k}$ и его модуль равен 5.

11. Вектор $\bar{a}$ составляет с осями Ox и Oy углы $\alpha=60^\circ$ и $\beta=120^\circ$. Найти его координаты, если $|\bar{a}|=2$.

12. При каких значениях α и β векторы $\bar{a}=-2\bar{i}+3\bar{j}+\alpha\bar{k}$ и $\bar{b}=\beta\bar{i}-6\bar{j}+2\bar{k}$ коллинеарны?

13. Разложить вектор $\bar{c}=(9;4)$ по векторам $\bar{a}=(1;2)$ и $\bar{b}=(2;-3)$.

14. Дана сила $\bar{F}=(4;4;-4\sqrt{2})$. Найти величину и направление силы $\bar{F}$.

15. Найти координаты вектора $\bar{a}$, если $|\bar{a}|=3$ и углы между вектором и координатными осями равны: $\alpha=\beta=\gamma$.

16. Даны векторы $\bar{a}=(2;3)$, $\bar{b}=(1;-3)$, $\bar{c}=(-1;3)$. При каком значении коэффициента α векторы $\bar{p}=\bar{a}+\alpha\bar{b}$ и $\bar{q}=\bar{a}+2\bar{c}$ коллинеарны?

17. Даны точки $A(-1;5;-10)$, $B(5;-7;8)$, $C(2;2;-7)$, $D(5;-4;2)$. Проверить: коллинеарны ли векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$? Установить, какой из них длиннее и во сколько раз. Направлены они в одну сторону или в разные?

18. Представить вектор $\bar{d}=(4;12;-3)$ как линейную комбинацию векторов $\bar{a}=(2;3;1)$, $\bar{b}=(5;7;0)$ и $\bar{c}=(3;-2;4)$.

19. На оси Oy найти точку M, равноудалённую от точек $A(1;-4;7)$ и $B(5;6;-5)$.

Практическое занятие 5. Скалярное произведение векторов

1. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол $\varphi=\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\bar{a}|=10$, $|\bar{b}|=2$, вычислить $(\bar{a}+2\bar{b})\cdot(3\bar{a}-\bar{b})$.

2. Дано: $|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=1$, $\varphi=\frac{\pi}{4}$, где φ угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Найти модуль вектора $\bar{c}=2\bar{a}-3\bar{b}$.

3. Выразить длины медиан произвольного треугольника через длины его сторон.

4. Проверить, могут ли векторы $\bar{a}=7\bar{i}+6\bar{j}-6\bar{k}$, $\bar{b}=6\bar{i}+2\bar{j}+9\bar{k}$ быть рёбрами куба. Если да, то найти третье ребро куба.

5. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}=2\bar{i}+\bar{j}$, $\bar{b}=-\bar{j}+2\bar{k}$.

6. Найти вектор $\bar{x}$, зная, что $\bar{x}\perp\bar{a}$, $\bar{a}=(1;0;1)$, $\bar{x}\perp\bar{b}$, $\bar{b}=(0;2;-1)$, проекция вектора $\bar{x}$ на вектор $\bar{c}=(1;2;2)$ равна 1.

7. Даны векторы $\bar{a}=(3;-6;-1)$, $\bar{b}=(1;4;-5)$, $\bar{c}=(3;-4;12)$. Найти $\text{пр}_{\bar{c}}(\bar{a}+\bar{b})$.

8. Единичные векторы $\bar{e_1}$, $\bar{e_2}$, $\bar{e_3}$ удовлетворяют условию $\bar{e_1}+\bar{e_2}+\bar{e_3}=\bar{0}$. Найти $\bar{e_1}\cdot\bar{e_2}+\bar{e_2}\cdot\bar{e_3}+\bar{e_3}\cdot\bar{e_1}$.

9. Дано $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=2$, $|\bar{c}|=5$, $\bar{a}\perp\bar{b}$, угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ и угол между векторами $\bar{b}$ и $\bar{c}$ равны 60°, векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$ и $\bar{c}$ компланарны. Найти модуль вектора $\bar{d}=\bar{a}+\bar{b}-\bar{c}$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 6. Векторное произведение векторов

1. Даны два вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$, для которых $|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=6$, $\varphi=(\bar{a}\hat{;}\bar{b})=\dfrac{5\pi}{6}$.

Найдите а) $\bar{a}\times\bar{b}$, б) $\left|(2\bar{a}+3\bar{b})\times(\bar{a}-4\bar{b})\right|$.

2. Найдите координаты вектора $\bar{a}\times(2\bar{a}+\bar{b})$, если $\bar{a}=(3;-1;-2)$, $\bar{b}=(1;2;-1)$.

3. Найдите вектор $\bar{c}=(\bar{a}-\bar{b})\times(2\bar{b})$ и $|\bar{c}|$, если $\bar{a}=\bar{i}+2\bar{j}-3\bar{k}$, $\bar{b}=-2\bar{i}+\bar{j}+\bar{k}$.

4. Найдите площадь треугольника с вершинами $A(1;2;0)$, $B(3;2;1)$, $C(-2;1;2)$.

5. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}=(8;4;1)$, $\bar{b}=(2;-2;1)$.

6. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол 45°. Найдите площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}-2\bar{b}$ и $3\bar{a}+2\bar{b}$, если $|\bar{a}|=|\bar{b}|=5$.

7. Найдите момент силы $\bar{F}=(3;4;-2)$, приложенной к точке $A(2;-1;3)$, относительно точки $O(0;0;0)$ и направление момента силы.

8. Три силы $\bar{F_1}=(2;4;6)$, $\bar{F_2}=(1;-2;3)$ и $\bar{F_3}=(1;1;-7)$ приложены к точке $A(3;-4;8)$. Найдите величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки $B(4;-2;6)$.

9. Найдите скалярное произведение $\bar{a}\cdot\bar{b}$, если $|\bar{a}|=3$, $|\bar{b}|=26$, $|\bar{a}\times\bar{b}|=72$.

10. Найдите единичный вектор $\bar{e}$, перпендикулярный вектору $\bar{a}=(1;4;3)$ и оси абсцисс.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 7. Смешанное произведение векторов

1. Докажите, что четыре точки $A_1(3;5;1)$, $A_2(2;4;7)$, $A_3(1;5;3)$, $A_4(4;4;5)$ лежат в одной плоскости.

2. Проверьте компланарность векторов: $\bar{a}=\bar{j}+\bar{k}$, $\bar{b}=\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{c}=\bar{i}$.

3. Даны вершины пирамиды $A(5;1;-4)$, $B(1;2;-1)$, $C(3;3;-4)$, $S(2;2;2)$. Найдите длину высоты, опущенной из вершины S на грань ABC.

4. Найдите объём треугольной призмы, построенной на векторах $\bar{a}=(1;2;3)$, $\bar{b}=(2;4;1)$, $\bar{c}=(2;-1;0)$.

5. Используя свойства, вычислите смешанное произведение $(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}-\bar{b}-\bar{c})(\bar{a}-\bar{b}+\bar{c})$.

6. Какую тройку образуют векторы $\bar{a}=\bar{i}+\bar{j}$, $\bar{b}=\bar{i}-\bar{j}$, $\bar{c}=\bar{k}$.

7. Векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ взаимно перпендикулярны и образуют правую тройку. Найдите смешанное произведение $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$, зная, что $|\bar{a}|=4$, $|\bar{b}|=2$, $|\bar{c}|=3$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 8, 9. Прямая на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

1. Построить прямые 1) $y=2x-3$; 2) $2x-3y+6=0$; 3) $x+2{,}5=0$. Записать уравнения прямых в различных видах:

1) с угловым коэффициентом, 2) общее, 3) в отрезках, 4) проходящей через заданную точку в заданном направлении, 5) через две точки, 6) нормальное.
2. Определить при каком значении α прямая $(\alpha^2-\alpha)x+(2+\alpha)y-3\alpha+1=0$
а) параллельна оси *Ox*; б) проходит через начало координат.
3. Найти угловой коэффициент прямой k из условия, что прямая $y=kx+2$ удалена от начала координат на расстояние $\sqrt{3}$.
4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A\left(-2;\frac{2}{5}\right)$ и образующей с осью *Ox* угол, равный $\operatorname{arctg}3$.
5. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(0;2)$ и $B(-3;7)$. Построить эту прямую.
6. Составить уравнение прямой в полярных координатах, если известно, что она проходит через точку $M\left(2;\frac{\pi}{3}\right)$ и наклонена к полярной оси под углом $\frac{2\pi}{3}$.
7. Найти уравнение прямой
1) параллельной оси *Ox* и отсекающей на оси ординат отрезок, равный 2;
2) отсекающей на осях координат отрезки, равные 3 и 4.
Построить эти прямые.
8. Найдите угол между двумя прямыми:
1) $3x+2y-1=0$ и $5x-y+4=0$; 2) $y=3{,}5x-3$ и $7x-2y+2=0$;
3) $x+4y+10=0$ и $5y-3=0$; 4) $3x-2y+0{,}1=0$ и $2x+3y-5=0$;
5) $x-2=0$ и $x-y+1=0$; 6) $2x-3y=0$ и прямой, проходящей через точки $(5;0)$ и $(0;3)$.
9. Исследовать взаимное расположение следующих пар прямых:
1) $3x+5y-9=0$ и $10x-6y+4=0$; 2) $2y=x-1$ и $4y-2x+2=0$;
3) $\frac{x}{-4}+\frac{y}{2}=1$ и $y=\frac{1}{2}x+2$; 4) $y+3=0$ и $2x+y-1=0$; 5) $2x+3y=8$ и $x+y-3=0$.
Работа в парах: преобразование одного типа уравнения к другому.

Практическое занятие 10, 11. Линии второго порядка

I. Окружность

1. Найти координаты центра и радиус окружности:
1) $x^2+y^2-4x+6y-3=0$, 2) $3x^2+3y^2+6x-4y-2=0$.
2. Написать уравнение касательных к окружности $x^2+y^2-6x+4y-12=0$, проведённых из точки $M(0;3)$.
3. Написать уравнение окружности, проходящей через точки $(-1;3)$, $(0;2)$ и $(1;-1)$.
4. Написать уравнение окружности, если:
а) центр находится в точке $C(-2;0)$, а радиус $R=2$;
б) центр находится в точке $C(-4;5)$, окружность проходит через точку $M(-1;1)$;
в) концы одного из диаметров находятся в точках $(0;4)$ и $(6;0)$.
Работа в парах: решение задач.

II. Эллипс

1. Покажите, что уравнение $4x^2+3y^2-8x+12y-32=0$ определяет эллипс, найдите его оси, координаты центра, эксцентриситет.
2. Найдите полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса $16x^2+25y^2-400=0$.
3. Составьте уравнение эллипса, зная, что:

1) его большая полуось равна 10 и фокусами являются точки $F_1(-6;0)$, $F_2(10;0)$;
2) $a=5$, $F_1(-3;5)$, $F_2(3;5)$.
4. Составьте каноническое уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси *Ox*, симметрично относительно начала координат, если
1) точка $M_1(2\sqrt{3};1)$ принадлежит эллипсу, а его малая полуось равна 2;
2) заданы две точки эллипса $M_1(0;7)$ и $M_2(8;0)$;
3) расстояние между фокусами равно 24 и большая полуось равна 26;
4) эксцентриситет ε равен $\dfrac{7}{25}$ и фокусы расположены в точках $(\pm 7;0)$.
5. Эллипс касается оси *Oy* в точке $A(0;2)$ и пересекает ось *Ox* в точках $B(4;0)$ и $C(10;0)$. Составьте уравнение эллипса, если его оси параллельны осям координат.
Работа в парах: решение задач.

III. Гипербола

1. Составьте уравнение гиперболы, если её фокусы лежат на оси *Oy* и расстояние между ними равно 10, а длина действительной оси равна 8.
2. Напишите каноническое уравнение гиперболы, если
1) $c=10$ и асимптоты заданы уравнениями $y=\pm\dfrac{4}{3}x$; 2) $\varepsilon=\sqrt{2}$ и точка $M\left(\sqrt{3};\sqrt{2}\right)$ лежит на гиперболе.
3. Составьте уравнение гиперболы, фокусы которой находятся в точках $F_1(-2;4)$ и $F_2(12;4)$, а длина мнимой оси равна 6.
4. Найдите угол между асимптотами гиперболы, если её эксцентриситет равен 2.
Работа в парах: решение задач.

IV. Парабола

1. Найдите координаты вершины, фокуса, уравнение директрисы параболы $y=-2x^2+8x-5$. Постройте эскиз графика.
2. Парабола симметрична относительно оси *Ox*, её вершина находится в начале координат. Составьте уравнение параболы, зная, что она проходит через точку $A(-3;-3)$.
3. Найдите уравнение касательной к параболе $y^2=4x$, проведённой из точки $A(-2;-1)$.
4. При каких значениях *k* прямая $y=kx-1$ пересекает параболу $y^2=-5x$? Касается её?
5. Найдите координаты такой точки параболы $y^2=6x$, которая находится от директрисы на расстоянии 3,5.
Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 12. Прямая в пространстве

I. Виды уравнений прямой в пространстве

1. Найдите направляющий вектор прямой $\begin{cases} x=2, \\ z=4. \end{cases}$
2. Преобразуйте общее уравнение прямой $\begin{cases} x+2y+4z-8=0, \\ 6x+3y+2z-18=0 \end{cases}$ к каноническому виду и определите величины углов, образованных этой прямой с координатными осями.
3. Составьте параметрические уравнения прямых в каждом из следующих случаев:
1) прямая, проведена через точку $M_0(1;0;-1)$ параллельно вектору $\vec{a}=(2;3;0)$;
2) прямая проходит через точки $M(2;2;2)$ и $N(6;2;1)$.
4. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $(3;-2;5)$:
1) параллельно оси *Oz*; 2) параллельно прямой $\begin{cases} x-y+z-1=0, \\ 2x+y-4z+3=0. \end{cases}$

II. Угол между прямыми в пространстве. Условие компланарности двух прямых

1. Найдите величину острого угла между прямыми:

1) $\frac{x}{11}=\frac{y+1}{8}=\frac{z-1}{7}$ и $\frac{x-4}{7}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{8}$; 2) $\begin{cases} x-y+2=0, \\ 2x+y-z-6=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x+y+z-1=0, \\ x-y+3z+1=0. \end{cases}$

2. Установить взаимное расположение прямых:

1) $\begin{cases} 2x-3y-3z-9=0, \\ x-2y+z+3=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=18t, \\ y=10t, \\ z=-3+2t; \end{cases}$ 2) $\frac{x}{-1}=\frac{y+30}{5}=\frac{z-2{,}5}{4}$ и

$\frac{x+1}{6}=\frac{y-7}{2}=\frac{z+4}{-1}$.

III. Прямая и плоскость в пространстве

1. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0;1;2)$ и прямую $\begin{cases} x-3y+5=0, \\ 2x+y+z-2=0. \end{cases}$

2. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(4;-3;6)$ перпендикулярно прямую $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+5}{-2}$.

3. Установить взаимное расположение прямой и плоскости:

1) $\begin{cases} x-y+4z-6=0, \\ 2x+y-z+3=0 \end{cases}$ и $3x-y+6z-12=0$; 2) $\frac{x}{2}=\frac{y+13}{17}=\frac{z+7}{13}$ и $5x-z=4$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 13, 14. Уравнение плоскости в пространстве. Угол между плоскостями. Расстояние от данной точки до заданной плоскости

1. Построить плоскости, заданные уравнениями: 1) $2y-5=0$; 2) $3x+4y+6z-12=0$.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через:

1) точку $M(-2;3;1)$ параллельно плоскости *Oxy*; 2) точку *M* и ось *Oy*. Построить эти плоскости.

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2;3;-4)$ и параллельной векторам $\bar{a}=(-3;2;-1)$ и $\bar{b}=(0;3;1)$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-2;0;0)$, $M_2(0;4;0)$ и $M_3(0;0;5)$.

6. Найти величину острого угла между плоскостями:

1) $x+y-2z+5=0$ и $2x+3y+z-2=0$; 2) $2x-2y+z=0$ и $z=0$.

8. Найти расстояние между параллельными плоскостями $2x-3y+6z-14=0$ и $2x-3y+6z+42=0$.

Работа в парах: преобразование одного типа уравнения к другому.

Практическое занятие 15, 16. Поверхности второго порядка

1. Запишите уравнение сферы с центром в точке $M_0(-5;3;2)$ и радиусом 6. Постройте её.

2. Установите тип поверхности и постройте её:

1) $(x-4)^2+(y-7)^2+(z+1)^2=36$, 2) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}+\frac{z^2}{81}=1$, 3) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}+\frac{z^2}{9}=1$,

4) $x^2+y^2=1$, 5) $x^2+4z^2=1$, 6) $9y^2+z^2=1$, 7) $x^2+\frac{y^2}{2}=\frac{z^2}{4}$,

8) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{36}$, 9) $y^2=15z$, 10) $x^2=5y-1$, 11) $z=5-x^2-y^2$,

12) $3x^2+y^2=2(z-2)$, 13) $x^2-9y^2=4z^2$, 14) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=-1$,

15) $x^2+y^2-4z^2=-1$, 16) $2y=x^2-\frac{z^2}{4}$.

Работа в парах: решение задач.

План практических занятий
II семестр

Тема	Вид занятий	Количество часов	Литература
Тема 2. Математический анализ: теория пределов	**Практические занятия**	**12**	**[1], [2], [3].**
1. Последовательности, их свойства. Предел последовательности		2	
2. Предел функции. Раскрытие неопределённостей: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$.		2	
3. Первый замечательный предел.		2	
4. Второй замечательный предел		2	
5. Вычисление пределов с помощью сравнения бесконечно малых		2	
6. Непрерывность функции		2	
Тема 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	**Практические занятия**	**14**	**[1], [2], [4], [6].**
7, 8. Производная и дифференциал функции. Производная неявно и параметрически заданной функции.		4	
9. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Касательная и нормаль к кривой		2	
10. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем		2	
11. Правило Лопиталя		2	
12, 13. Исследование функций с помощью производных и построение графиков функций		4	
Тема 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	**Практические занятия**	**14**	**[2], [6], [7]**
14. Первообразная и неопределённый интеграл		2	
15. Интегрирование заменой переменной и по частям неопределённых интегралов		2	
16. Интегрирование рациональных функций		2	
17. Интегрирование тригонометрических функций		2	
18. Интегрирование иррациональных функций		2	
19. Определенный интеграл		2	
20. Несобственные интегралы		2	
Всего:		40	

ЛИТЕРАТУРА

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)
2. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 509 с. (31 экз.)
3. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 511 с. (32 экз.)
4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / В.В. Ильина [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2006. – 93 с. (34 экз.)
5. Квасова, И.В. Ряды: учеб. пособие для ст-тов вузов / И.В. Квасова, С.Ю. Ланина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 96 с. (20 экз.)
6. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник для студентов вызов. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 400 с. (32 экз.)
7. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: учеб. пособие / А.С. Якшина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014. – 172 с. (21 экз.)

Практическое занятие 1. Последовательности, их свойства. Предел последовательности.

1. Найдите первые четыре члена последовательности $\{x_n\}$:

1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; 2) $x_1=1,\ x_n=x_{n-1}+2$; 3) $x_n=2^{n+1}$; 4) $x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; 5) $x_1=-1,\ x_n=-n\cdot x_{n-1}$.

2. Найдите общий член последовательности x_n, если заданы первые несколько членов этой последовательности: 1) $\left\{1;\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{9};\dfrac{1}{16};\dfrac{1}{25};...\right\}$; 2) $\{-1;2;-3;4;-5;...\}$.

3. Какие из следующих последовательностей ограничены сверху? Ограничены снизу? Ограничены?

1) $\left\{\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3^2};\dfrac{1}{3^3};...\right\}$; 2) $\{-2;4;-8;16;...\}$; 3) $\{x_n\}=\{-\ln n\}$; 4) $\{x_n\}=\left\{\dfrac{n+1}{n}\right\}$; 5) $\{x_n\}=\{(-1)^n\cdot n\}$

4. Найдите последовательности $\{x_n\pm y_n\}$, $\{x_n\cdot y_n\}$, $\left\{\dfrac{x_n}{y_n}\right\}$, если $\{x_n\}=\{n\}$, $\{y_n\}=\left\{\dfrac{1}{n}\right\}$.

5. Найдите последовательность $\{\alpha x_n+\beta y_n\}$, если $\{x_n\}=\left\{\left(\sqrt{2}\right)^n\right\}$, $\{y_n\}=\{1\}$, $\alpha=\sqrt{2}$, $\beta=-5$

6. Вычислите пределы:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-5}{n}$, 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4-n^2}{3-n^2}$, 3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+5n^2-1}{10n^3-3n+2}$, 4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7n^2-1}{5n^3+4n^2-2n+1}$,

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n-1)^3}{n^2+1}$, 6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+3n}}{n+2}$, 7) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n+1}{\sqrt[3]{n^2+n+4}}$, 8) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)$,

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+5}{4n+1}-\dfrac{n^2+4}{2n+3}\right)$, 10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3-4n^2}-n\right)$, 11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n-1}{5^n+1}$, 12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+...+n}{n^2+1}$.

Работа в парах: вычисление пределов последовательностей.

Практическое занятие 2. Предел функции. Раскрытие неопределённостей: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$.

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to-1}(4x+3)$, 2) $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^2-4x+8\right)$, 3) $\lim\limits_{x\to 0,5}\sqrt{1-x^2}$, 4) $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\frac{x^2+5}{x^2-1}$,

5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{x^2-x}$, 6) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{5x+1}{x^3-2x+3}$, 7) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2^x-8}{2^x+8}$, 8) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$,

9) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^3+x+2}{x^3+1}$, 10) $\lim\limits_{x\to-0,5}\frac{2x^2-x-1}{-6x^2+5x+4}$, 11) $\lim\limits_{x\to-6}\frac{x^2+7x+6}{x^3+6x^2+3x+18}$, 12) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{\sqrt{x^2+6x}-4}$,

13) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{5-x}-2}$, 14) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8-x}-2}{x}$, 15) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-16}{\sqrt[3]{5-x}-\sqrt[3]{x-3}}$, 16) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+5x^2-x^3}{2x^3-x^2+7x}$,

17) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-3x^2}{x^2+7x-2}$, 18) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+x^3}{x^4-3x^2+1}$, 19) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^5-2x}{2x^3+x^2+1}$, 20) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)$,

21) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-3}-x\right)$, 22) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x^2-4}\right)$, 23) $\lim\limits_{y\to 1}\frac{y^3+4y-5}{y^3+2y^2-y-2}$, 24) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{9-x}-2}{3-\sqrt{x+4}}$,

25) $\lim\limits_{y\to 1}\frac{y-1}{\sqrt[4]{y}-1}$, 26) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\left(x^2-9\right)\cdot(2x+9)}{\left(x^2+x+1\right)\cdot\left(3x^2-4\right)}$, 27) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 3. Первыйзамечательный предел

Вычислить: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}$, 2) $\lim\limits_{\substack{x\to a,\\ a\neq 0}}\frac{\sin x}{x}$, 3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sin 0,4x}$, 4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg}3x}{x}$,

5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{\sin^2 2x}$, 6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$, 7) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}2x}{x}$, 8) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{2x-\pi}$, 9) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin 6\pi x}{\sin\pi x}$,

10) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 0,7x}{\operatorname{arctg}0,21x}$, 11) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}^{\frac{3}{2}}2x}{x\cdot\arcsin\sqrt{x}}$, 12) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$, 13) $\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\operatorname{ctg}x$,

14) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x+\cos 3x}{x^2}$, 15) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\cos x^2}}{1-\cos x}$, 16) $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\sin\left(\frac{2}{x}\right)$.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 4. Второй замечательный предел

Вычислить: 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x+4}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x+1}{3x-2}\right)^{2x}$, 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{3x-2}\right)^{2x}$,

4) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x^2\right)^{ctg^2 x}$, 5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^{x}$, 6) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1+5x}$, 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{8+x}{x+10}\right)^{2x+3}$,

8) $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t^2}\right)^{t}$, 9) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\operatorname{tg}x)^{\operatorname{ctg}x}$, 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$, 11) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x^2\right)^{\operatorname{ctg}2x}$,

12) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(2x+1)}{x}$, 13) $\lim\limits_{x\to e}\frac{\ln x^3-3}{x-e}$.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 5. Вычисление пределов с помощью сравнения бесконечно малых

Вычислите пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{\sin 5x}$, 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{\arcsin 3x}$, 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 4x}{\sin^2 x}$, 4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\operatorname{tg}(x+1)}{x^2-1}$,

5) $\lim\limits_{x\to 0}x^3\operatorname{ctg}^3 3x$, 6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}x-\sin x}{\sin^3 x}$, 7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\ln(1+4x)}$, 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\ln(1-6x)}$,

9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-1}{x\cdot\operatorname{tg}2x}$, 10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos x)}{\operatorname{tg}x^2}$, 11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x\sin x)}{\operatorname{tg}x^2}$, 12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$,

13) $\lim\limits_{x\to a}\arcsin\dfrac{x-a}{a}\cdot\operatorname{ctg}(x-a)$, 14) $\lim\limits_{x\to +\infty}x\left(\ln\left(1+\dfrac{x}{2}\right)-\ln\dfrac{x}{2}\right)$, 15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x}\cdot\sqrt[3]{1+2x}-1}{x}$,

16) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^x-1}{3^x-1}$, 17) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-\sqrt[5]{x}}{1-\sqrt[3]{x}}$.

Работа в парах: вычисление пределов.

Практическое занятие 6. Непрерывность функции

1. Постройте график функции, исследуйте непрерывность функции в точке x=1,5:

а) $f(x)=|x-1{,}5|$, б) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1{,}5}, & x<1{,}5,\\ 2x-3, & x\ge 1{,}5.\end{cases}$

2. Используя определение, докажите непрерывность функции $f(x)$ в точке x_0, принадлежащей области определения. а) $p(x)=x^3-7x+1$, б) $g(x)=\dfrac{5x+2}{4x+6}$.

3. Исследуйте непрерывность функции и постройте её график.

А) $f(x)=\begin{cases}-x-3, & x<-2,\\ x^2-4, & x\ge -2;\end{cases}$ б) $f(x)=\begin{cases}2, & x<-2,\\ \sqrt{4-x^2}, & -2\le x<2,\\ x-2, & x>2.\end{cases}$

4. Исследуйте непрерывность функции в указанной точке:

а) $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{2}{x-1}$, $x_0=1$; б) $w(x)=\dfrac{1}{2^{x-3}-1}$, $x_0=3$.

5. Используя свойства непрерывных функций, докажите непрерывность функций на множестве действительных чисел:

а) $p(x)=5x+\dfrac{4x-1}{x^2+7}$, б) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}+\cos^2 4x$.

6. Исследуйте функции на непрерывность на отрезках $[0;2]$, $[-3;1]$, $[4;5]$, если

а) $h(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$, б) $g(x)=\dfrac{1}{x^2+2x-3}$, в) $y=\ln\dfrac{x+4}{x-5}$, г) $z=\sqrt{x^2-x-20}$

Работа по группам: исследование непрерывности функции, поиск точек разрыва.

Практическое занятие 7, 8. Производная и дифференциал функции

I. Найдите производные и дифференциалы следующих функций:

1. $y=-56x^{17}+9x^{10}-x^3+45x-81$, 2. $y=2+x^{100}-x^2-73x^5+11x$, 3. $y=\sqrt[7]{x}$,

4. $y=x^{\frac{1}{4}}+8x^{\frac{1}{16}}-6x^{-\frac{1}{2}}-30x^{-\frac{1}{8}}+28x^{\frac{1}{2}}$, 5. $y=\sqrt[3]{x}-4\cdot\sqrt[5]{x}-6\cdot\sqrt[9]{x}+8\sqrt[13]{x}$,

6. $y=x\sqrt{x}+x^2\cdot\sqrt[3]{x}$, 7. $y=\sin 4x+\cos 2x+\operatorname{tg}x$, 8. $y=\operatorname{tg}7x+\operatorname{ctg}14x$,

9. $y=(\sin x+\cos x)^3$, 10. $y=\dfrac{1}{\cos^4 x}+\sin^{-4}x$, 11. $y=\dfrac{\sin 3x+\cos 3x}{\operatorname{tg}3x}$,

12. $y=-10\operatorname{arctg}x$, 13. $y=\sqrt[5]{x}\cdot\arccos x$, 14. $y=\arcsin\sqrt{x}$,

15. $y=\left(e^{x}+1\right)^{3}$, 16. $y=\left(x^{4}+2x^{2}+1\right)\cdot 7^{x}$, 17. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+2^{x}$, 18. $y=\frac{1}{e^{x}+1}$,

19. $y=\left(x^{2}-1\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{3x}$, 20. $y=\ln\left(x^{3}-4x^{2}+6x-8\right)$, 21. $y=5^{x^{4}}$, 22. $y=x^{x}$,

23. $y=x^{\sin x}$, 24. $y=(\operatorname{tg}x)^{\cos x}$.

II. Найдите значение производной в указанной точке:

1. $y=x\cdot\sqrt{x}\cdot(3\ln x-2)$, $x_0=1$, 2. $y=\frac{2^{3x}}{3^{2x}}$, $x_0=0$, 3. $y=\operatorname{arctg}^{2}\frac{1}{x}$, $x_0=\frac{4}{\pi}$.

III. Найдите производную параметрически заданной функции:

1. $\begin{cases} x=t^{3}+t, \\ y=t^{2}+t+1, \end{cases}$, 2. $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t, \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x=\frac{t+1}{t}, \\ y=\frac{t-1}{t}. \end{cases}$

IV. Найдите производные неявно заданных функций:

1) $x^{3}+y^{3}=\sin(x-2y)$, 2) $e^{xy}-\cos\left(x^{2}+y^{2}\right)=0$, 3) $x^{2}+y^{2}=\ln\frac{y}{x}+7$,

4) $x\sin y+y\sin x=0$, 5) $x^{4}-y^{4}=x^{2}\cdot y^{2}$.

V. Найдите производную неявно заданной функции: $e^{y}=e-xy$ в точке $A(0;1)$.

Работа в парах: нахождение производных функций.

Практическое занятие 9. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Касательная и нормаль к кривой

1. Напишите уравнение касательной и нормали к кривой в заданной точке:

1) $y^{2}=4x$, $M(1;2)$; 2) $x^{2}+y^{2}=4$, $K\left(1;\sqrt{3}\right)$; 3) $x=t^{2}$, $y=t^{3}$, $t_0=2$

4) $y=2x-x^{2}$ в точках пересечения с осью Ox.

2. Найдите точки, в которых касательная к гиперболе $y=\frac{1}{x}$ параллельна прямой $y=3-\frac{x}{4}$.

3. В какой точке касательная к кривой $y=\ln x$ параллельна прямой $y=2x+5$?

4. В какой точке касательная к параболе $y=-x^{2}+4x-6$ наклонена к оси абсцисс под углом 0°?

5. Найдите угол, под которым пересекаются кривые $y=\frac{8}{x}$ и $x^{2}-y^{2}=12$.

6. Найдите углы, под которыми пересекаются кривые $y^{2}=2x$ и $x^{2}+y^{2}=8$.

7. Вычислите приближённо значения:

1) $\ln 1{,}02$, 2) $\sqrt{24}$, 3) $\sin 29^{\circ}$, 4) $\operatorname{arctg}1{,}05$, 5) $(0{,}99)^{4}$.

Работа в парах: составление уравнений касательных и нормалей.

Практическое занятие 10. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем

1. Найдите производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $y=-x\cdot\cos x$, y'', $d^{2}y$; 2) $y=\ln^{2}x$, y''', $d^{3}y$; 3) $y=e^{2x}$, $y^{(5)}$, $d^{5}y$;

4) $y=\sin^{2}x$, y'', $d^{2}y$; 5) $y=\frac{1}{4x-1}$, y''', $d^{3}y$; 6) $y=e^{x}\cdot(x+1)$, $y^{(3)}$, $d^{3}y$.

2. Проверьте справедливость теоремы Ролля для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение c, если оно существует.

1) $f(x)=|x|-2$, $[-2;2]$;2) $f(x)=\cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$.

3. Проверьте справедливость теоремы Лагранжа для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение c, если оно существует. 1) $f(x)=\frac{1}{x}$, $\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right]$; 2) $f(x)=|x-1|$, $[0;3]$.

4. Найдите точку, в которой касательная к кривой $y=x^2-4x$ параллельна хорде, соединяющей точки $A(1;-3)$ и $B(5;5)$.

Практическое занятие. 11. Правило Лопиталя

Найдите пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^{10}-2x+1}{x^{20}-4x+3}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{\sqrt{x+1}-1}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin 2x}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg} x-x}{x^3}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^3}-1}{\sin^3 x}$; 6) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{2}}{\ln(x-2)}$; 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-x}{5x^3+x^2-7x+3}$; 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\log_2 x}{2^x}$;

9) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\sin\frac{1}{x}$; 10) $\lim\limits_{t\to\frac{\pi}{2}}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\operatorname{tg} t$; 11) $\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\ln(\operatorname{ctg} x)$; 12) $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$;

13) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\pi-2x}\right)$; 14) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)$; 15) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2}{\pi}\cdot\arccos x\right)^{\frac{1}{x}}$;

16) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+2^x\right)^{\frac{1}{x}}$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 12, 13 Исследование функций с помощью производных и построение графиков функций

1. Найдите интервалы возрастания и убывания функций. Исследуйте функцию на экстремум:

1) $f(x)=(x-2)^2\cdot(x+2)$; 2) $g(x)=\ln\left(x^2-2x+4\right)$; 3) $s(t)=t+\cos t$;

4) $h(x)=\frac{\ln x}{x}$; 5) $u(x)=\frac{x}{x^2+1}$; 6) $y=x-\operatorname{arctg} x$.

2. Найдите интервалы выпуклости и точки перегиба следующих графиков функций:

1) $f(x)=\frac{x^3}{4-x^2}$; 2) $p(x)=x^4-4x^3+48x^2+6x-9$; 3) $y=e^{-x^2}$; 4) $x=t\cdot\operatorname{arctg} x$

3. Найдите асимптоты графиков функций:

1) $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2-9}$; 2) $y=x\cdot e^x$; 3) $g(x)=\frac{1}{x^2+5x-6}$; 4) $y=x-\operatorname{arctg} x$.

4. Проведите полное исследование следующих функций и постройте их графики:

1) $y=2x^2+\frac{1}{x}$; 2) $f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$; 3) $f(x)=e^{\frac{1}{x+2}}$; 4) $f(x)=x^3-4x^2+3x$; 5) $y=\frac{3x-2}{5x^2}$.

5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке:

1) $y=\sin 4x+\cos 4x$, $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$; 2) $y=x+2\sqrt{x}$, $[0;4]$.

Работа в парах: исследование функций и построение графиков.

Практическое занятие 14. Первообразная и неопределённый интеграл.

Найдите интегралы, применяя таблицу неопределённых интегралов:

1) $\int\frac{dx}{x^3}$, 2) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^3}}$, 3) $\int 2^x dx$, 4) $\int\left(x^{10}+\sqrt[4]{x}\right)dx$,

5) $\int \frac{x^2-3x+5}{\sqrt{x}}dx$, 6) $\int \sqrt[5]{x}\left(x^3-x-1\right)dx$, 7) $\int \frac{x^2}{x^2+1}dx$, 8) $\int \left(7^x-\frac{8}{x}\right)dx$,

9) $\int \left(4\cos x+8\sin x-2\cos a-4\sin a\right)dx$, 10) $\int \left(\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x}-\frac{1}{\sqrt{3}\sin^2 x}\right)dx$,

11) $\int e^x\cdot\left(2^x+3^x\right)dx$; 12) $\int (x+1)^2\cdot(2x-1)dx$, 13) $\int \frac{\cos 2x}{\cos x-\sin x}dx$,

14) $\int \left(\sqrt[3]{4}-\sqrt{x}\right)^2 dx$, 15) $\int \frac{3^x+5^{2x}}{7^{\frac{x}{2}}}dx$.

Работа в парах: нахождение неопределенных интегралов.

Практическое занятие 15. Интегрирование заменой переменной и по частям неопределённых интегралов

I. Используя надлежащую замену, найдите интегралы:

1) $\int \cos 7x\, dx$, 2) $\int \sin(5x-2)dx$, 2) $\int \frac{dx}{\cos^2 6(x-1)}$, 3) $\int \frac{dx}{x^2+3}$,

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-5x^2}}$, 5) $\int (1-4x)^{2011}dx$, 6) $\int \frac{dx}{(6x+11)^4}$, 7) $\int \frac{dx}{9x+7}$,

8) $\int 3^{2-11x}dx$, 9) $\int \operatorname{ctg} x\, dx$, 10) $\int \frac{\ln^5 x}{x}dx$, 11) $\int \cos^3 x\sin x\, dx$,

12) $\int \frac{2xdx}{x^4+7}$, 13) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$, 14) $\int \frac{e^{tgx}}{\cos^2 x}dx$, 15) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x}dx$.

II. Используя метод интегрирования по частям, найдите интегралы:

1) $\int x\ln x\, dx$, 2) $\int x\sin x\, dx$, 3) $\int x^2 e^{\frac{x}{2}}dx$ 4) $\int e^{2x}\cos 3x\, dx$,

5) $\int \ln^2 x\, dx$, 6) $\int \operatorname{arcctg} x\, dx$, 7) $\int \left(x^2-4x+1\right)\cdot 2^x dx$, 8) $\int \cos(\ln x)dx$.

Работа в парах: нахождение неопределенных интегралов.

Практическое занятие 16. Интегрирование рациональных функций

1. Представить рациональную функцию в виде суммы простейших дробей:

1) $f(x)=\frac{7x+4}{x^2-x-6}$, 2) $f(x)=\frac{x^2+5x-2}{\left(x^2-1\right)\cdot(x+1)}$, 3) $f(x)=\frac{x^5-1}{x^3+x^2+x}$.

2. Найти неопределённые интегралы:

1) $\int \frac{5}{x+\sqrt{2}}dx$, 2) $\int \frac{4}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^3}dx$, 3) $\int \frac{7}{(x+3)^6}dx$, 4) $\int \frac{dx}{(3x+2)^4}$,

5) $\int \frac{x+1}{x-1}dx$, 6) $\int \frac{5x+1}{10x-20}dx$, 7) $\int \frac{2x-3}{(x-1)\cdot(x+2)}dx$, 8) $\int \frac{x\,dx}{x^2-4x-5}$,

9) $\int \frac{x-1}{(x+1)\cdot\left(x^2-4\right)}dx$, 10) $\int \frac{6x-7}{x^2+4x+13}dx$, 11) $\int \frac{dx}{x^2+10x+29}$,

12) $\int \frac{x+6}{x^2-2x+17}dx$, 13) $\int \frac{4x-1}{x^2+x+1}dx$, 14) $\int \frac{dx}{x^4+x^2}$.

Работа в парах: нахождение неопределенных интегралов.

Практическое занятие 17. Интегрирование тригонометрических функций

Найти интегралы:

1. $\int \frac{dx}{\sin x}$, 2. $\int \frac{dx}{5\cos x+3}$, 3. $\int \frac{dx}{3\sin^2 x+5\cos^2 x}$, 4. $\int \sin^3 x\cdot\sqrt{\cos x}\, dx$,

5. $\int \sin^3 x\,dx$, 6. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}\,dx$, 7. $\int \cos^4 x\,dx$, 8. $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x\,dx$,

9. $\int \cos 5x \cdot \cos 3x\,dx$, 10. $\int \sin\frac{x}{12} \cdot \cos\frac{x}{3}\,dx$, 11. $\int \sin x \cdot \sin 3x\,dx$.

Работа в парах: нахождение неопределенных интегралов.

Практическое занятие 18. Интегрирование иррациональных функций

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x}}$, 2. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}\,dx$, 3. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x}-\sqrt[4]{1-2x}}$, 4. $\int \sqrt{4-x^2}\,dx$

5. $\int \frac{1}{x^2}\sqrt{\frac{1+x}{x}}\,dx$, 6. $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$, 7. $\int \frac{5x+3}{\sqrt{-x^2+4x+5}}\,dx$,

8. $\int \frac{3x+2}{\sqrt{x^2+x+2}}\,dx$, 9. $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x^2+2x}}$, 10. $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x^2-2x-1}}$.

Работа в парах: нахождение неопределенных интегралов.

Практическое занятие 19. Определённый интеграл

1. Укажите функции, неинтегрируемые по Риману и интегрируемые по Риману на данном промежутке.

1) $f(x)=e^x$, $\Delta=\left[-101;-\frac{1}{e}\right]$, 2) $f(x)=\sqrt{x-3}$, $\Delta=[2;12]$,

3) $f(x)=\ln x$, $\Delta_1=\left[\frac{1}{e};e\right]$, $\Delta=\left[-\frac{1}{e};e\right]$,4) $f(x)=|\cos x|$, $\Delta=\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$,

5) $D(x)=\begin{cases}0, & x\in \mathbf{I},\\ 1, & x\in \mathbf{Q},\end{cases}$, $\Delta=[-7;0]$.

2. Вычислите определённый интеграл:

1) $\int_1^5 2x\,dx$, 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$, 3) $\int_e^{e^3} \frac{dx}{x}$, 4) $\int_9^{25} \sqrt{x}\,dx$, 5) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$,

6) $\int_{-1}^0 5^x\,dx$, 7) $\int_1^3 \frac{dx}{x^3+x}$, 8) $\int_1^2 \frac{x+2}{3-x}\,dx$, 9) $\int_0^1 \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}\,dx$.

3. Используя замену переменной, вычислите определённый интеграл:

1) $\int_2^5 \frac{dx}{2x-3}$, 2) $\int_2^5 \frac{x}{1-x^2}\,dx$, 3) $\int_1^5 \frac{x}{1+x^2}\,dx$, 4) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2}\,dx$,

5) $\int_0^2 x\cdot\sqrt{9-\frac{9x^2}{4}}\,dx$, 6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\left(\frac{\pi}{6}-x\right)dx$, 7) $\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}\,dx$, 8) $\int_1^{e^2} \frac{\ln^3 x}{3x}\,dx$,

9) $\int_\pi^{2\pi} \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}\,dx$, 10) $\int_0^4 \frac{4\,\mathrm{arctg}\,x-x}{1+x^2}\,dx$.

4. Интегрируя по частям, вычислите определённый интеграл:

1) $\int_0^\pi x\sin x\,dx$, 2) $\int_{-\pi}^\pi e^x\cos x\,dx$, 3) $\int_{-1}^0 xe^x\,dx$, 4) $\int_0^1 x^2 3^x\,dx$, 5) $\int_0^1 \mathrm{arctg}\,x\,dx$,

6) $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x^2}\,dx$.

Практическое занятие 20. Несобственные интегралы

1. Исследовать сходимость несобственных интегралов:

а) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$, б) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^7}$, в) $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^7}$, г) $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$, д) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$, е) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} x\, dx$.

2. Используя определение и свойства, исследовать сходимость несобственных интегралов:

а) $\int\limits_0^{+\infty} x \cdot \sin x\, dx$, б) $\int\limits_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$, в) $\int\limits_0^{+\infty} e^{-kx} dx$, г) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln x}$, д) $\int\limits_2^5 \frac{dx}{(5-x)^3}$, е) $\int\limits_3^9 \frac{dx}{x-3}$.

3. Вычислить несобственные интегралы: а) $\int\limits_{-1}^1 \frac{x^2-x}{x} dx$, б) $\int\limits_{-2}^0 \frac{x^3\, dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

Работа в парах: исследование сходимости несобственных интегралов.

План практических занятий
III семестр

Тема	Вид занятий	Количество часов	Литература
Тема 5. Математический анализ: ряды	**Практические занятия**	**12**	**[3], [5]**
1. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Сравнение положительных рядов		2	
2. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости		2	
3. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимости		2	
4. Промежуток сходимости степенного ряда.		2	
5. Разложение функции в ряд Тейлора. Применения степенных рядов		2	
6. Ряд Фурье для 2π-периодической функции		2	
Тема 6. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменоых	**Практические занятия**	**24**	**[1], [2], [4]**
7. Функции 2-х, 3-х переменных: область определения, график, линии уровня, поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных		2	
8. Частные производные функции. Полный дифференциал функции и его геометрический смысл		2	
9. Дифференцирование сложной и неявно заданной функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности		2	
10. Производная по направлению. Градиент.		2	
11. Частные производные и дифференциалы высших порядков		2	
12. Экстремум функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на компакте		2	
13, 14. Двойной интеграл		4	

15. Тройной интеграл		2	
16. Криволинейный интеграл I рода		2	
17. Криволинейный интеграл II рода		2	
18. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по её полному дифференциалу.		2	
Всего:		36	

ЛИТЕРАТУРА

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)

2. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 509 с. (31 экз.)

3. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 511 с. (32 экз.)

4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / В.В. Ильина [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2006. – 93 с. (34 экз.)

5. Квасова, И.В. Ряды: учеб. пособие для ст-тов вузов / И.В. Квасова, С.Ю. Ланина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 96 с. (20 экз.)

6. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник для студентов вызов. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 400 с. (32 экз.)

7. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: учеб. пособие / А.С. Якшина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014. – 172 с. (21 экз.)

Практическое занятие 1. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Сравнение положительных рядов.

1. Написать четыре первых члена ряда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{10^n+n}$.

2. Найти общий член ряда: а) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\frac{7}{2^4}+\cdots$, б) $\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{7}\right)^2+\left(\frac{4}{11}\right)^3+\left(\frac{5}{15}\right)^4+\cdots$.

3. Найти сумму ряда:

а) $\frac{1}{1\cdot3\cdot5}+\frac{1}{3\cdot5\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)\cdot(2n+3)}+\cdots$, б) $1+\frac{m-1}{m}+\left(\frac{m-1}{m}\right)^2+\cdots+\left(\frac{m-1}{m}\right)^n+\cdots$,

в) $1+3+5+\ldots+(2n-1)+\ldots$.

4. Исследовать ряды на сходимость с помощью необходимого признака:

а) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{8}+\cdots+\frac{n}{3n-1}+\cdots$, б) $0{,}6+0{,}51+0{,}501+\cdots+[0{,}5+(0{,}1)^n]+\cdots$, в) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{10^n}{2n+5}$,

г) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{2n-1}{2n}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n+1}{2n+1}$, е) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n+2}{\ln(n+1)}$, ж) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sin\frac{1}{n}$, з) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\operatorname{arctg}\frac{n^2+1}{n+3}$.

5. Исследовать сходимость рядов, применяя признак сравнения:

а) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{2^n+1}$, б) $\frac{1}{\ln 2}+\frac{1}{\ln 3}+\frac{1}{\ln 4}+\cdots+\frac{1}{\ln(n+1)}+\cdots$, в) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{2^n}{5^n+1}$, г) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^5+1}$, д) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\operatorname{arctg} n+1}{n^2}$, е) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{5^n+1}{2^n}$, ж) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2+2}{3n+1}$,

з) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n-1}{\sqrt{n^3+3n-1}}$, и) $\sum_{n=1}^{+\infty}\arcsin^2\frac{1}{\sqrt{n}}$.

Практическое занятие 2. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости

1. Пользуясь признаком Даламбера, исследовать сходимость рядов:

а) $\frac{10}{11}+\left(\frac{10}{11}\right)^2\cdot 2^5+\left(\frac{10}{11}\right)^3\cdot 3^5+\dots+\left(\frac{10}{11}\right)^n\cdot n^5+\dots$, б) $\frac{10}{7}+\frac{100}{9}+\frac{1000}{11}+\dots+\frac{10^n}{2n+5}+\dots$,

в) $\frac{1!}{5}+\frac{2!}{5^2}+\frac{3!}{5^3}+\dots+\frac{n!}{5^n}+\dots$, г) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1\cdot 4\cdot\ldots\cdot(3n-2)}{n!\cdot 2^n}$, д) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{2\cdot 7\cdot 12\cdot\ldots\cdot(5n-3)}$,

е) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$

2. Пользуясь признаком Коши, исследовать сходимость рядов:

а) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{2n^2+2n+1}{5n^2+2n+1}\right)^n$, б) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{2^n}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$, в) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\arcsin\frac{1}{n}\right)^n$, г) $\sum_{n=1}^{+\infty}n\cdot\left(\frac{3n+2}{2n+1}\right)^n$,

д) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n\cdot(n-1)}$.

3. Используя интегральный признак Коши, исследовать сходимость рядов:

а) $\frac{1}{2\ln 2}+\frac{1}{3\ln 3}+\frac{1}{4\ln 4}+\dots+\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}+\dots$, б) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$, в) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}+8}$,

в) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2}{\sqrt[n]{3}}$.

Практическое занятие 3. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимости.

1. Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряды:

1) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{3^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1\cdot 4\cdot 7\cdot\ldots\cdot(3n-2)}{3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot(2n+1)}$, 3) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{n^2+1}{5n^2+2}$,

4) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot\ln n}{n}$, 5) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n^7}+1}$, 6) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{1+\ln n}$, 7) $\sum_{n=3}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n\cdot\ln n\cdot\sqrt{\ln(\ln n)}}$,

8) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{2^n}\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$, 9) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{(3n-2)!}$.

2. Сколько первых членов ряда достаточно взять, чтобы получить приближенное значение его суммы с точностью до 10^{-2}: 1) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$, 2) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n!}$.

3. Оценить погрешность, допускаемую при замене суммы ряда $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ суммой его 1000 членов.

4. Сколько членов ряда $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot n}{(2n+1)\cdot 5^n}$ достаточно взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до $0{,}01$? до $0{,}001$?

Практическое занятие 4. Промежуток сходимости степенного ряда

Найдите интервал сходимости и промежуток сходимости степенного ряда:

1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} n!\cdot(x-5)^n$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n \cdot (x-2)^{2n}$; 4) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^{n\cdot(n+1)}}{n^n}$;

5) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n\cdot x^n}{n!}$; 6) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot (x-5)^n$.

Практическое занятие 5. Разложение функции в ряд Тейлора. Применения степенных рядов

1. Разложите функцию в ряд Тейлора в окрестности указанной точки:

1) $y=2^{x+1}$, $x_0=1$; 2) $y=e^{-x^2}$, $x_0=0$; 3) $y=\frac{1}{x}$, $x_0=2$;

4) $y=\sin^2 x$, $x_0=\pi$; 5) $y=\frac{1}{x-6}$, $x_0=3$; 6) $y=\frac{x^4+x^3-4x^2-3x-4}{x^2+x-2}$, $x_0=-1$

2. Вычислите с точностью $\varepsilon=0{,}001$:

1) $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$; 2) $\cos 18^\circ$; 3) $\sqrt[5]{1{,}1}$; 4) $\sqrt[3]{130}$; 5) $\ln 1{,}04$; 6) $\ln 5$.

3. Вычислите пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2e^x-2-2x-x^2}{x-\sin x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{e^x-1-x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x-\sin x^2}{x^3}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$.

4. Вычислите определённые интегралы с точностью $\varepsilon=0{,}0001$:

1) $\int\limits_0^{0,5} \frac{1-\cos x}{x^2}dx$; 2) $\int\limits_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x}dx$; 3) $\int\limits_0^{0,2} \frac{\sin x}{x}dx$; 4) $\int\limits_0^{0,5} x\cdot\ln(1+x^2)dx$.

Практическое занятие 6. Ряд Фурье для 2π-периодической функции

1. Разложить функцию $f(x)=\mathrm{sgn}(\sin x)$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi;\pi)$. Найдите сумму числового ряда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$.

2. Разложить функцию $f(x)=\begin{cases} x, & -\pi<x<0, \\ 3, & 0\le x<\pi \end{cases}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi;\pi)$.

3. Разложить функцию $f(x)=\begin{cases} e^x, & -\pi<x<0, \\ 1-x, & 0\le x<\pi \end{cases}$ в ряд Фурье на промежутке $(-\pi;\pi)$.

Практическое занятие 7. Функции 2-х, 3-х переменных: область определения, график, линии уровня, поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных

1. Дана функция $f(x;y)=\frac{x^2-y^2}{2xy}$. Найдите: $f(-4;2)$, $f\left(\frac{1}{2};\frac{1}{8}\right)$, $f\left(\frac{1}{x};\frac{1}{y}\right)$, $f(-x;-y)$, $f(y;x)$, $\frac{1}{f(x;y)}$.

2. Найдите и изобразите на плоскости области определения следующих функций:

1) $z=\sqrt{1+\sqrt{-(x+y)^2}}$, 2) $z=x+\arccos y$, 3) $z=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{4-y^2}$.

3. Изобразите на плоскости линии уровня функции $z=x^2-y^2$.

4. Изобразите в пространстве поверхности уровня функции $u=x^2+y^2+z^2$.

5. Найдите пределы следующих функций или покажите, что они не существуют.

1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left(x-y^2\right)\cdot\sin\frac{1}{x+y}\cdot\cos\frac{x}{x-y}$; 2) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 2}}\frac{2\cdot(x-1)\cdot(y-2)}{(x-1)^2+(y-2)^2}$; 3) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}}\frac{\mathrm{tg}(x+y)\cdot e^{x-y}}{x^2-y^2}$;

4) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}\frac{\sin x\left(y^2+2y-4\right)}{x\left(y^2+2\right)}$; 5) $\lim\limits_{\substack{x\to \infty\\ y\to \infty}}\frac{x^2+y^2}{x^4+y^4}$, 6) $\lim\limits_{\substack{x\to \infty\\ y\to \infty}}\left(\frac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}$;

7) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\left(x^2+y^2\right)\cdot\sin^3\frac{1}{xy}$, 8) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to -2}}\frac{(x-1)^5(y+2)}{(x-1)^2+(y+2)^2}$.

6. Исследовать на непрерывность функцию $f(x;y)=\begin{cases}(x+y)\cdot\arccos\frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x;y)\neq(0;0),\\ 0, & (x;y)=(0;0)\end{cases}$ в точке $O(0;0)$.

7. Функция $f(x;y)=\frac{(x-1)(y-1)^2}{(x-1)(y-1)^2+(x-1)^2+(y-1)^2}$ не определена в точке $M_0(1;1)$. Можно ли в этой точке функцию определить так, чтобы она стала непрерывной?

Работа в парах: нахождение области определения.

Практическое занятие 8. Частные производные функции. Полный дифференциал функции и его геометрический смысл

1. Найдите частные и полное приращения функции $z=3x^2+xy-y^2+1$ в точке $M_0(2;1)$ и при данных приращениях аргументов: $\Delta x=0{,}1$, $\Delta y=0{,}2$.

2. Найдите частные и полное приращения функции $z=\lg\left(x^2+y^2\right)$ в точке $M_0(2;1)$ при переходе от точки $M_0(2;1)$ к точке $M_1(2{,}1;\,0{,}9)$.

3. Найдите частные производные и полный дифференциал следующих функций:

1) $z=e^{x^2+y^2}$; 2) $u=t^5\sin^3 z$; 3) $f(x;y;z)=x^y+(xy)^z+z^{xy}$; 4) $v=\frac{x}{\sqrt{y^2+z^2}}$.

4. Вычислите приближенно значения:

1) $1{,}04^{2{,}03}$; 2) $\sqrt{(1{,}04)^2+(3{,}01)^2}$; 3) $\sin 28^\circ\cdot\cos 61^\circ$.

Работа в парах: нахождение частных производных.

Практическое занятие 9. Дифференцирование сложной и неявно заданной функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности

1. Найдите производную $\frac{dz}{dt}$, если 1) $z=x^2+y^2+xy$, $x=2\sin t$, $y=3\cos t$;

2) $z=\cos\left(2t+4x^2-y\right)$, $x=\frac{1}{t}$, $y=\frac{\sqrt{t}}{\ln t}$; 3) $z=x^2y^3u$, $x=t$, $y=t^2$, $u=\sin t$.

2. Найдите частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ и полный дифференциал dz, если

1) $z=x^3+y^3$, где $x=uv$, $y=\frac{u}{v}$; 2) $z=\sqrt{x^2-y^2}$, где $x=u^v$, $y=u\ln v$;

3) $z=\mathrm{arctg}\,xy$, где $x=\sqrt{u^2+v^2}$, $y=u-v$.

3. Найдите производную $y'(x)$ неявно заданной функции:

1) $xe^{2y}-y\ln x=8$; 2) $\ln\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}=\mathrm{arctg}\frac{y}{x}$.

4. Составьте уравнение касательной и нормали к кривой, заданной неявно уравнением $F(x;y)=0$ в точке $M_0(x_0;y_0)$:

1) $x^3y-y^3x=6$, $M_0(2;1)$; 2) $x^2y^2-x^4-y^4+13=0$, $M_0(2;1)$.

5. Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2+4y^2+9z^2=14$ в точке $P_0(1;1;-1)$.

6. К поверхности $x^2+2y^2+3z^2=21$ проведите касательные плоскости, параллельные плоскости $x+4y+6z=0$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 10. Производная по направлению. Градиент

1. Найдите производную функции $z=x^2-y^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении, составляющем с осью Ox угол 60°. Определить направление максимального роста функции в точке M.

2. Даны: функция $z=\dfrac{x}{y}$, точка $A(1;1)$ и вектор $\vec{a}=(4;-3)$. Найдите: 1) $\overline{grad} z(A)$, 2) $\dfrac{\partial z}{\partial \vec{a}}(A)$

3. Найдите производную функции $z=1-\left(\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{64}\right)$ в точке $B(-2;6)$ в направлении к точке $C(0;8)$

4. Найдите направление максимального роста функции $z=x^4+y^4-4x^2y^2$ в точке $A(2;1)$. Найдите наибольшее из значений производных по разным направлениям в точке A.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 11. Частные производные и дифференциалы высших порядков

1. Найдите дифференциалы dz и d^2z для следующих функций:

1) $z=\sin x\cdot\sin y$, 2) $z=4x^3+3x^2y+3xy^2-y^3$, 3) $z=\ln(\operatorname{tg}(x+y))$.

Практическое занятие 12. Экстремум функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на компакте

1. Найти экстремум функции $z=xy^2(1-x-y)$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

а) $z=x^2-xy+y^2-4x$ в замкнутой области, ограниченной прямыми $x=0$, $y=0$, $2x+3y-12=0$;

б) $z=xy+y+x$ в квадрате, ограниченном прямыми $x=1$, $x=2$, $y=2$, $y=3$.

3. Дана система, состоящая из 6 точек, координаты, которых указаны в таблице

X	-1	0	1	2	3	4
Y	0	2	3	3,5	3	4,5

Требуется построить прямую с уравнением $y=ax+b$ так, чтобы она отличалась как можно меньше от данной системы точек в смысле наименьших квадратов.

4. Из всех прямоугольников с заданной площадью найти такой, периметр, которого имеет наименьшее значение.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 13, 14. Двойной интеграл

1. Интегрируема ли функция $f(x;y)=1-\dfrac{y^2}{x^2}$ в замкнутом круге $B=\{(x;y): x^2+y^2\le\pi^2\}$.

2. Изменить порядок интегрирования: а) $\int\limits_{-6}^{2}dx\int\limits_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x}f(x;y)dy$, б) $\int\limits_{1}^{e}dx\int\limits_{0}^{\ln x}f(x;y)dy$.

3. Вычислить двойные интегралы, сводя их к повторному:

а) $I=\iint\limits_{\Phi} xydxdy$, где Φ – квадрируемый компакт, являющийся замкнутым квадратом с вершинами в точках $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$, $C(1,1)$.

б) $I=\iint\limits_{D}\left(x^2+y^2\right)dx\,dy$, если замкнутая область D ограничена линиями $y=x$, $x=0$, $y=1$, $y=2$.

в) $I=\iint\limits_{D} e^{x+\sin y}\cdot\cos y\,dx\,dy$, если D – прямоугольник $0\le x\le\pi$, $0\le y\le\frac{\pi}{2}$.

г) $I=\iint\limits_{D}\left(3x^2-2xy+y\right)dx\,dy$, если область D ограничена линиями $x=0$, $x=y^2$, $y=2$.

д) $I=\iint\limits_{\Phi}\left(x+y^2\right)dxdy$, где $\Phi=\left\{(x;y)\in\mathbf{R}^2: x^2\le y\le x\right\}$.

е) $\iint\limits_{\Phi}\sqrt{x+y}\,dxdy$, где Φ – замкнутый треугольник с вершинами в точках $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$.

4. Переходя к полярным координатам, вычислите двойные интегралы:

1) $\iint\limits_{\Phi}\frac{dxdy}{\left(x^2+y^2\right)^2}$, где $\Phi=\left\{(x;y): 4x\le x^2+y^2\le 8x,\quad x\le y\le 2x\right\}$;

2) $\iint\limits_{\Phi}\left(x^2-y^2\right)dxdy$, где $\Phi=\left\{(x;y): x^2+y^2-2x\le 0\right\}$.

5. Заменяя переменные, вычислите двойные интегралы:

1) $I=\iint\limits_{D}(x+y)^3(x-y)^2\,dx\,dy$, если D– квадрат, ограниченный прямыми $x+y=1$, $x-y=\pm1$, $x+y=3$;

2) $I=\iint\limits_{D}dx\,dy$, если область D ограничена линиями $xy=1$, $xy=2$, $y=x$, $y=3x$;

3) $I=\iint\limits_{\Phi}\left(x^2-y^2\right)^2(x+y)dxdy$, где $\Phi=\left\{(x;y): 1\le x+y\le 3,\quad |x-y|\le 1\right\}$;

4) $\iint\limits_{\Phi}\frac{dxdy}{y}$, где $\Phi=\left\{(x;y)\, x\le y\le 2x,\quad \frac{2-x}{2}\le y\le 2\cdot(2-x)\right\}$;

5) $\iint\limits_{\Phi}\left(\frac{y}{x}\right)^3 dxdy$, где $\Phi=\left\{(x;y): 1\le xy\le 2,\quad x\le y^2\le 2x\right\}$.

Работа по группам: вычисление двойных интегралов разными способами.

Практическое занятие 15. Тройной интеграл

1. Различными способами расставьте пределы интегрирования в тройном интеграле

$$\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{1-x}dy\int\limits_0^{x+y}f(x,y,z)dz.$$

2. Вычислите тройной интеграл $\iiint\limits_{T}\left(x^2+y^2+z^2\right)dx\,dy\,dz$, где T – прямоугольный параллелепипед, заданный неравенствами $0\le x\le 1$, $0\le y\le 2$, $0\le z\le 3$.

3. Вычислите тройной интеграл $\iiint\limits_{T}dx\,dy\,dz$, где T – шар $x^2+y^2+z^2\le 9$.

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

а) $x^2+y^2=8$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x+y+z=4$; б) $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=x^2+y^2$.

Работа по группам: вычисление двойных интегралов разными способами.

Практическое занятие 16. Криволинейный интеграл I

1. Вычислите криволинейные интегралы I рода:

1) $\int\limits_C \left(x^2+y^3\right)dl$, где C – контур треугольника с вершинами $A(1;0)$, $B(0;1)$, $O(0;0)$;

2) $\int\limits_C x\cdot y\,dl$, где C – контур квадрата $|x|+|y|=2$;

3) $\int\limits_L y\,dl$, где L – дуга циклоиды $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t, \end{cases}$ $0\le t\le 2\pi$;

4) $\int\limits_C \left(x^{\frac{4}{3}}+y^{\frac{4}{3}}\right)dl$, где C – дуга астроиды $\begin{cases} x=\cos^3 t, \\ y=\sin^3 t, \end{cases}$ $0\le t\le 2\pi$;

5) $\int\limits_\gamma \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где γ – окружность $x^2+y^2=16$.

2. Вычислите длину дуги кривой $x=3t$, $y=3t^2$ от точки $O(0;0)$ до точки $A(3;3)$.

Практическое занятие 17. Криволинейный интеграл II рода

1. Вычислите криволинейные интегралы II рода:

а) $\int\limits_{AB} \left(x^2-2xy\right)dx+\left(2xy+y^2\right)dy$, где AB – дуга параболы $y=x^2$ от точки $A(1;1)$ до точки $B(2;4)$;

б) $\int\limits_C (2-y)dx+x\,dy$, где C – дуга первой арки циклоиды $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t, \end{cases}$ $0\le t\le 2\pi$, пробегаемая в направлении возрастания параметра;

в) $\int\limits_\Gamma \frac{(x+y)dx-(x-y)dy}{x^2+y^2}$, где Γ – окружность $x^2+y^2=25$, пробегаемая против часовой стрелки.

2. Вычислите $I=\int\limits_{(0,0)}^{(\pi,\pi)} (x+y)dx+(x-y)dy$ по различным контурам, соединяющим точки $O(0,0)$ и $M(\pi,\pi)$

1) по прямой OM, 2) по кривой $y=x+\sin x$, 3) по ломанной OPM, $P(\pi,0)$, 4) по параболе $y=\frac{x^2}{\pi}$.

3. Вычислите $I=\int\limits_K ydx+2xdy$, где K пробегаемый против часовой стрелки контур ромба, стороны которого лежат на прямых $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\pm 1$, $\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=\pm 1$.

4. Вычислите $\oint\limits_K xdy+ydx$ по замкнутым контурам: 1) по окружности $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\sin t, \end{cases}$ $0\le t\le 2\pi$,

2) по контуру, ограниченному дугой параболы $y=x^2$ и отрезку прямой $y=1$.

5. Вычислите $I=\int\limits_K ydx-\left(y+x^2\right)dy$, если K – дуга параболы $y=2x-x^2$, расположенная над осью Ox и пробегаемая по ходу часовой стрелки.

6. С помощью формулы Грина преобразуйте криволинейный интеграл $\oint\limits_C \left(x+\ln\left(x^2+y^2\right)\right)dx+y\ln\left(x^2+y^2\right)dy$, C – контур, ограничивающий область D. Вычислите этот интеграл, если $D=\left\{(x,y): x^2+y^2\le 1\right\}$.

7. Применяя формулу Грина, вычислите криволинейный интеграл $I = \oint\limits_C \left(-x^2 y\right)dx + xy^2\,dy$, где C – окружность $x^2 + y^2 = 64$, пробегаемая против часовой стрелки.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 18. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по её полному дифференциалу

1. Найдите первообразную функцию $U(x, y)$, если

1) $dU = \left(x^2 - 2xy^2 + 3\right)dx + \left(y^2 - 2x^2 y + 3\right)dy$; 2) $du = e^{x-y}\left((1 + x + y)dx + (1 - x - y)dy\right)$.

2. Найдя первообразные функции, вычислите интеграл $\int\limits_{(1;1)}^{(3;1)} \frac{(x + 2y)dx + y\,dy}{(x + y)^2}$ (по путь, не пересекающему прямой $y = -x$).

3. Вычислите криволинейный интеграл $\int\limits_{(1;2)}^{(2;1)} \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2}$ от выражения, являющегося полным дифференциалом по пути, не пересекающему оси абсцисс.

План практических занятий
(IV семестр)

Тема	Вид занятий	Количество часов	Литература
Тема 7. Дифференциальные уравнения	**Практические занятия**	**16**	**[1], [2], [3], [5]**
1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений		2	
2. Уравнения с разделяющимися переменными.			
3. Однородные дифференциальные уравнения		2	
4. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения Бернулли		2	
5. Уравнения в полных дифференциалах		2	
6. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Уравнения, допускающие понижение порядка.		2	
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами		2	
8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида		2	
Тема 8. Элементы теории вероятностей и случайных величин	**Практические занятия**	**16**	**[6] - [10]**
9. События. Действия над событиями.		2	
10. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.		2	
11. Теоремы сложения и умножения вероятностей.		2	
12. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.		2	

13. Повторение опытов. Формула Бернулли.		2	
14, 16. Виды случайных величин. Функция распределения и плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайных величин.		2	
16. Нормальное распределение. Закон больших чисел.		2	
Всего:		32	

ЛИТЕРАТУРА

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)
2. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 511 с. (32 экз.)
3. Григорьев, М.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие / М.П. Григорьев и др. – М.: Вузовская книга, 2006. – 245 с. (10 экз.)
4. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2-х т. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. / Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 424 с. (36 экз.)
5. Филиппов, А.П. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970. – 96 с. (5 экз.)
6. Вентцель, Е.С.Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб.пособие для студ.втузов / Е.С.Вентцель, Л.А.Овчаров. - 5-е изд.,испр. - М.: Академия, 2003. - 439с. (34 экз.)
7. Гмурман, В.Е.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб.пособие для студ.вузов / Гмурман В.Е. - 8-е изд.,стер. - М. : Высш.шк., 2003. - 399 с. (24 экз.)
8. Пушкина, О.Н. Практикум по математической статистике: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2006.–93с. (10 экз.)
9. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2009. – 107с. (7 экз.)
10. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2009. – 123с. (7 экз.)

Практическое занятие 1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений

1. Проверьте, являются ли решениями данных дифференциальных уравнений указанные функции:

1) $y=\dfrac{1}{3(x+1)}$, $y'=3y^2$; 2) $v=\dfrac{c}{b}\left(1-e^{-\frac{bt}{a}}\right)$, $a\dfrac{dv}{dx}+bv-c=0$;

3) $y=3-e^{-x^2}$, $xy'+2y=e^{-x^2}$; 4) $x^2+t^2-2t=C$, $x\dfrac{dx}{dt}+t=1$.

2. Решите задачу Коши: 1) $y'=2x+1$, $y(2)=5$; 2) $y'=e^{-3x}$, $y(0)=\dfrac{2}{3}$.

3. Составьте дифференциальное уравнение по заданному семейству интегральных кривых:
1) $y=\dfrac{C}{x}$; 2) $x^3=C\left(x^2-y^2\right)$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 2. Уравнения с разделяющимися переменными

Решить дифференциальные уравнения:

а) $\ln\cos y\,dx+x\,tg\,y\,dy=0$, б) $\dfrac{y\,y'}{x}+e^y=0$, $y(1)=0$, в) $y'=2^{x-y}$, $y(-3)=-5$, г) $x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$, д) $y' + \sin(x+y) = \sin(x-y)$, е) $y' = \dfrac{\cos y - \sin y - 1}{\cos x - \sin x + 1}$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 3. Однородные дифференциальные уравнения

Решить дифференциальные уравнения:

1) $x y' \sin\dfrac{y}{x} + x = y\sin\dfrac{y}{x}$, 2) $xy + y^2 = \left(2x^2 + xy\right)y'$, 3) $xy' - y = \dfrac{x}{arctg\,\dfrac{y}{x}}$,

4) $3y\sin\left(3\dfrac{x}{y}\right)dx + \left(y - 3x\sin\left(3\dfrac{x}{y}\right)\right)dy = 0$, 5) $2(x+y)dy + (3x+3y-1)dx = 0$, если $y(0) = 2$,

6) $(x-y+4)dy + (x+y-2)dx = 0$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 4. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли

Найти решения дифференциальных уравнений:

1. $xy' - y = x^2\cos x$, 2. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, 3. $y'\sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x$, если $y(0) = 0$,

4. $y'\left(x + y^2\right) = y$, 5. $y' - \dfrac{y}{x-1} = \dfrac{y^2}{x-1}$, 6. $y' + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 5. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах

1. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\left(2xye^{x^2} + \ln y\right)dx + \left(e^{x^2} + \dfrac{x}{y}\right)dy = 0$, если $y(0) = 1$,

2) $(\sin y + (1-y)\cos x)dx + ((1+x)\cos y - \sin x)dy = 0$,

3) $(\arcsin x + 2xy)dx + \left(x^2 + 1 + arctg\,y\right)dy = 0$,

4) $\left(\dfrac{y}{x^2+y^2} - y\right)dx + \left(e^y - x - \dfrac{x}{x^2+y^2}\right)dy = 0$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 6. Уравнения, неразрешённые относительно производной. Уравнения, допускающие понижение порядка.

1. Решить уравнение $y = (y'-1)e^{y'}$. Изобразить эскиз интегральной кривой, проходящей через точку $M_0(e, 0)$.

2. Решить дифференциальное уравнение $y'(x - \ln y') = 1$. Решить задачу Коши с начальным условием $y(1) = 1$.

3. Решить дифференциальное уравнение $y - x = y' - \ln y'$. Построить интегральные кривые, отвечающие частному решению, проходящему через точку $M_0(2, e+1)$ и особому решению. Определить точку касания этих кривых.

4. С помощью понижения порядка, решить дифференциальное уравнение $x^2y'' = y'^2$. Решить задачу Коши с начальным условием $y(1) = 1 - \ln 2$, $y'(1) = \dfrac{1}{2}$ и краевую задачу с граничными условиями $y(0) = 0$, $y'(2) = 1$.

5. С помощью понижения порядка, решить дифференциальное уравнение $y^3y'' = 1$. Решить краевую задачу с граничными условиями $y(1) = \sqrt{5}$, $y'(-1) = 1$.

3. С помощью понижения порядка, решить дифференциальное уравнение $xyy'' - xy'^2 = yy'$. Решить задачу Коши с начальными условиями $y(1) = e$, $y'(1) = 2e$.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 7. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

1. Определить фундаментальную систему решений и общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Решить предложенную краевую задачу или задачу Коши.

а) $y'' - 3y' + 2y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$; б) $y'' - 2y' + y = 0$, $y(0) = 0$, $y(1) = e$;

в) $y'' - 2y' + 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

2. Решить однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

а) $y''' + y'' - 2y' = 0$, б) $y^{IV} + 2y'' + y = 0$, в) $y^{V} - 10y''' + 9y' = 0$, г) $y''' - y'' - y' + y = 0$.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

1. Решить дифференциальное уравнение $y''' + y'' = 12x^2$. Найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям (задача Коши) $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 23$.

2. Решить дифференциальное уравнение $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = e^{2x}$.

3. Решить дифференциальное уравнение $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}$. Найти частное решение, удовлетворяющее граничным условиям (краевая задача) $y(0) = 1$, $y'(1) = \frac{3}{2}e^3$.

4. Решить дифференциальное уравнение $y'' + 3y' + 2y = 4\sin 3x + 2\cos 3x$.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y^{IV} + y'' = 2\cos x$. Решить задачу Коши при начальных условиях: $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = y'''(0) = 0$.

6. Решить дифференциальное уравнение $y'' - 2y' + y = \sin x + e^{-x}$.

7. Решить дифференциальное уравнение $y'' - y' = \mathrm{ch}2x$. Найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям (задача Коши): $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{1}{3}$.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 9. События. Действия над событиями.

1. Событие A – «появление 6 очков при бросании игральной кости», событие B – «появление от 2 до 6 очков при бросании игральной кости». В чем состоит событие $A \cup B$, $A \cap B$?

2. Произвольно выбираем два числа. Событие A – «выбранные числа кратны двум», событие B – «выбранные числа кратны трем». В чем состоят события $A \cap B$, $A \cup B$?

3. Рассмотримсобытия: A – «появление нечетного числа очков при бросании кубика», B – «непоявление трех очков при бросании кубика», C – «непоявление пяти очков при бросании кубика», D – «появление четырех очков». В чем состоят события: $A \cap B \cap C$, $A \cap D$, $\overline{D}$, $\overline{C} \cap \overline{B}$, $\overline{C} \cup \overline{B}$?

4. Турист из пункта А в пункт В может попасть двумя дорогами. Обозначим события: A_1 – «турист пошел первой дорогой», A_2 – «турист пошел второй дорогой». Из пункта В в пункт С ведут три дороги. Обозначим события: B_1 – «турист пошел первой дорогой», B_2 – «турист пошел второй дорогой», B_3 – «турист пошел третьей дорогой». Применяя понятия объединения и пересечения, а так же противоположного события, постройте события, состоящие в том, что: 1) от А до В он выбрал дорогу наугад, а от В до С он пошел третьей дорогой; 2) от А до В он пошел первой дорогой, а от В до С – дорогой, выбранной наугад; 3) от А до В он пошел не первой дорогой, а от В до С – не третьей; 4) он дошел от А до С.

5. Наугад отобранная деталь может оказаться или первого сорта (событие A), или второго (событие B), или третьего (событие C). В чем состоят события: $A \bigcup B$, $\overline{A \bigcup C}$, $A \bigcap C$?

6. Справедливы ли равенства:

а) $\overline{A} \bigcup \overline{B} = \overline{A \bigcup B}$, б) $\overline{A \bigcup B \bigcup C} = \overline{A} \bigcap \overline{B} \bigcap \overline{C}$, в) $\overline{A \bigcup B \bigcup C} = \overline{A \bigcap B \bigcap C}$.

7. Пусть *A, B* и *C* – случайные события, выраженные элементарными событиями одного и того же пространства элементарных событий. Запишите такие события: а) произошло только *A*, б) произошло одно и только одно из данных событий, в) произошло два и только два из данных событий, г) произошли все три события, д) произошло хотя бы одно из данных событий, е) произошло не более двух событий.

8. Событие *A* означает, что хотя бы одна из имеющихся 15 электрических лампочек нестандартная. Что означает событие $\overline{A}$?

9. Какие из следующих пар событий противоположны: 1) экзамен студентом сдан на «отлично»; сдан на «неудовлетворительно», 2) появление шести очков при бросании игрального кубика; появление одного очка, 3) при двукратном бросании монеты дважды появился герб; хотя бы один раз появилась решка?

10. Какие из следующих событий несовместны, а какие совместны: 1) *A* – выпало четное число очков, *B* – выпало нечетное число очков; 2) *A* – выпало нечетное число очков, В – выпало число очков, кратное трем; 3) *A* - выпало простое число очков, *B* - выпало четное число очков?

Практическое занятие 10. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности

1. Монета искривлена, поэтому вероятность выпадения цифры втрое больше вероятности выпадения герба. Чему равны эти вероятности?

2. Игральная кость налита свинцом, в результате чего вероятность выпадения каждого числа очков обратно пропорциональна этому числу. Найдите вероятностное пространство для этого испытания.

3. Вероятность выигрыша партии в шахматы мастером А у перворазрядника В втрое больше вероятности того, что партия кончится вничью, а вероятность ничейного исхода вдвое больше, чем проигрыша мастера. Найдите вероятностное пространство для этого испытания.

4. Маша и Миша хотят определить, кто будет мыть сегодня посуду, следующим образом: каждый из них бросает кубик; если сумма очков, выпавших на двух кубиках, будет нечетной, то посуду будет мыть Маша, если – четной, то Миша. Но Миша решил, что тогда его шансы мыть посуду больше. Он рассуждал таким образом: «Ты, Маша, будешь мыть посуду, если общее число очков, выпавших на двух кубиках, будет нечетным. Таких случаев пять: 3, 5, 7, 9, 11. Я буду мыть посуду, если это число будет четное. Таких случаев шесть: 2, 4, 6, 8, 10, 12, то есть больше». Прав ли Миша?

5. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составил слово «книга»?

6. Из пяти отрезков длиной 1, 3, 5, 7 и 9 наудачу выбирают три. Какова вероятность того, что из них можно построить треугольник?

7. Наудачу выбираются два числа x и y так, что сумма их квадратов меньше 20. Какова вероятность того, что число x окажется по абсолютной величине меньше двух, а число y окажется положительным, но меньше, чем квадрат числа x?

8. На окружности радиуса R наудачу поставлены три точки A, B и C. Какова вероятность того, что треугольник ABC остроугольный?

9. На окружности радиуса R поставлена точка A. Какова вероятность того, что брошенная на окружность точка B окажется от точки A на расстоянии R?

10. На шахматную доску 100 раз бросили монету радиусом 1 см. В 64 случаях монета целиком оказывалась внутри какой-нибудь клетки. Оцените размер одной клетки шахматной доски.

Практическое занятие 11. Теоремы сложения и умножения вероятностей

1. Вероятность выигрыша по билету одной лотереи равна 0,08, а по билету другой – 0,09. Какова вероятность того, что лицо, купившее по одному билету каждой лотереи, выиграет по обоим билетам?
2. Вероятность улучшения спортсменом личного достижения по прыжку с шестом равна 0,2. Чему равна вероятность того, что он улучшит свой результат, если ему предоставлена возможность прыгать два раза?
3. Вероятность выполнения обязательств за первый квартал по реализации готовой продукции одним заводом – 0,9, другим – 0,95. Какова вероятность того, что хотя бы один из заводов выполнит свои обязательства, если они реализуют свою продукцию независимо друг от друга?
4. По шоссе в сторону бензоколонки движутся три машины. Вероятность того, что к бензоколонке подъедет для заправки первая машина, равна 0,7, вторая – 0,3 и третья – 0,5. Найдите вероятности того, что к бензоколонке для заправки а) подъедет только вторая машина, б) подъедет одна машина, в) подъедут все три машины, г) подъедут не более двух машин, д) подъедет хотя бы одна машина.
5. Какова вероятность того, что наудачу взятая дробь A/B, где A и B – n-значные целые числа (n=2,3,4,…), сократится на 2?
6. В экзаменационные билеты включено по два теоретических вопроса и одна задача. Всего составлено 28 билетов, содержащих разные вопросы и задачи. Студент подготовил только 50 теоретических вопросов и сможет решить задачи к 22-м билетам. Какова вероятность того что, вынув наудачу билет, студент ответит на все вопросы?
7. 10 участников собрания носят галоши одинакового размера. Уходя с собрания домой, они вынуждены одевать галоши в темном коридоре, поэтому не могут отличить своих галош от чужих. Чему равна вероятность того, что каждый из участников собрания вернется домой в своих галошах?
8. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что придется производить четвертый опыт.
9. Пусть $p(A)=\frac{1}{2}, \quad p(B)=\frac{2}{3}.$ Совместны ли события A и B?

Практическое занятие 12. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса

1. В цехе работают 20 станков. Из них 10 – марки A, 6- марки B, 4 – марки C. Вероятность того, что качество детали окажется отличным, для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?
2. На карточках написаны буквы, образующие слово «комбинаторика», но две карточки из этого набора утеряны. Наудачу извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что на ней окажется гласная буква?
3. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.
4. Имеются две урны: в первой 3 белых шара и 2 черных; во второй 4 белых и 4 черных. Из первой урны во вторую перекладывают, не глядя, два шара. После этого из второй урны берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.
5. На фабрике, изготовляющей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. 1) Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный? 2) Случайно выбранный из продукции болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он был произведен первой, второй, третьей машиной?
6. Предположим, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

Практические занятия 13. Повторение опытов

При подборе формулы для решения нижеследующих задач можно пользоваться схемами 1 и 2.

Схема 1

$$P_n(k)=\begin{cases} C_n^k p^k q^{n-k}, & \text{если } n \text{ мало.}\\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \quad x=\dfrac{k-np}{\sqrt{npq}}, & \text{если } n \text{ велико}\\[2ex] \dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad \lambda=np, & \text{если } n \text{ велико}\\ & \text{а } p \text{ мала } (p<0{,}1, \ npq<9)\end{cases}$$

Схема 2

$$P_n(k_1\le k\le k_2)=\begin{cases} \sum\limits_{k_1}^{k_2} C_n^{k_i} p^{k_i} q^{n-k_i}, & \text{если } n \text{ мало.}\\[2ex] \sum\limits_{k_1}^{k_2}\dfrac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \quad x=\dfrac{k_i-np}{\sqrt{npq}}, & \text{если } n \text{ велико,}\\ & \text{а число слагаемых мало.}\\[2ex] \sum\limits_{k_1}^{k_2}\dfrac{\lambda^{k_i}}{k_i!}e^{-\lambda}, & \text{если } n \text{ велико, } p \text{ – мала,}\\ & \text{число слагаемых мало.}\\[2ex] \Phi\left(\dfrac{k_2-np}{\sqrt{npq}}\right)-\Phi\left(\dfrac{k_1-np}{\sqrt{npq}}\right), & \text{если } n \text{ велико,}\\ & \text{число слагаемых велико.}\end{cases}$$

I. Формула Бернулли

1. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти наугад взятых изделий: а) нет ни одного испорченного, б) будут два испорченных.
2. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из случайно взятых в этом месяце 8 дней 3 дня окажутся дождливыми?
3. Найдите вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7?

II. Наивероятнейшее число появления события *A* в *n* испытаниях Бернулли

4. Батарея дала 14 выстрелов по объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность этого числа попаданий.
5. При проведении некоторого испытания вероятность появления ожидаемого результата 0,01. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью 0,5 можно было бы ожидать хотя бы одного появления этого результата?
6. Какова вероятность получения на экзамене не менее 70% правильных ответов при простом отгадывании на экзамене, состоящем в определении истинности или ложности 10 утверждений?

Практические занятия 14, 15. Виды случайных величин. Функция распределения и плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайных величин

1. Дискретная случайная величина X задана таблицей распределения:

X	0	2	4
p	0,3	0,5	0,2

Построить многоугольник распределения случайной величины. Найти числовые характеристики случайной величины. Найти функцию распределения случайной величины и построить ее график.

2. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины, заданной законом распределения

X	3	5	7	9
p	0,4	0,3	0,2	?

3. Дан ряд распределения случайной величины X:

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2	0,2	?	0,1

Требуется: 1) построить многоугольник распределения; 2) построить функцию распределения и начертить ее график; 3) найти вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее 1; 4) найти вероятность того, чтослучайная величина примет значение, не превосходящее по абсолютной величине 1.

4. Монета подбрасывается 4 раза. Для случайного числа выпадений герба составьте таблицу распределения вероятностей. Найдите числовые характеристики и функцию распределения.

5. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос дано по 5 ответов, среди которых имеется один правильный. Составьте таблицу распределения вероятностей случайного числа правильных ответов, полученных при простом угадывании. Каково среднее число правильных ответов?

6. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Составьте закон распределения вероятностей случайной величины, означающей число выстрелов, если вероятность попадания при одном выстреле 0,2. Сколько раз в среднем придется стрелять охотнику?

7. В коробке имеется 7 карандашей, из которых 4 карандаша красные. Наудачу извлекаются 3 карандаша. Составить ряд распределения случайной величины, означающей число извлеченных красных карандашей. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график.

8. Проверяемая книга насчитывает 800 страниц, а вероятность того, что на странице могут оказаться опечатки, равна 0,0025. Найдите $M(X)$, $D(X)$, если X означает число страниц с опечатками.

9. Найти $M(X)$ числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 40 билетов, причем вероятность выигрыша равна 0,05.

10. Производится 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,2. Найти дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях.

11. Вероятность обрыва нити в течение времени t на каждом веретене одинакова и равна 0,005. Среднее число обрывов нитей за время tравно 5. Сколько веретен обслуживает прядильщица?

12. У дежурного гостиницы в кармане 8 различных ключей от разных комнат. Вынув наугад ключ, он пробует открыть дверь одной из комнат. Сколько раз в среднем ему придется пробовать открывать эту комнату, если: 1) проверенный ключ не кладется обратно в карман; 2) проверенный ключ кладется обратно в карман?

13. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

X	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
p	0,2	0,7	0,1

Построить ряд распределения случайной величины $Y = \sin X$, найти $M(Y)$, $D(Y)$.

14. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Построить ряды распределения случайных величин $У = X^2 + 1$, $Z = |X|$, $N = X^3$. Найти $M(X+Y)$, $M(X \cdot Y)$.

15. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x < 2 \\ (x-2)^2, & \text{если} \quad 2 \le x \le 3 \\ 1, & \text{если} \quad x > 3 \end{cases}.$$

Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) вероятность попадания величины X в интервал (1;2,5); в) найти $M(X)$, $D(X)$, σ.

16. Дана интегральная функция случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 4^x & \text{при} \quad x \le 0 \\ 0 & \text{при} \quad x > 0 \end{cases}.$$

а) Найти плотность вероятности $f(x)$; б) вычислить вероятность того, что в результате испытания случайная величина попадет в интервал (-0,5;0) двумя способами: с помощью $f(x)$ и с помощью $F(x)$.

17. (Распределение Коши) Функция распределения случайной величины X задана формулой $F(x) = A + B\operatorname{arctg} x \quad (-\infty, +\infty)$. Найти: а) постоянные A и B; б) плотность вероятности $f(x)$; в) вероятность того, что X попадет в отрезок [-1;1].

18. Случайная величина X имеет плотность распределения вероятностей $f(x) = \dfrac{A}{1+x^2}$.

Найти: а) коэффициент A и функцию распределения, б) вероятность осуществления неравенства $-1 < X < 1$. в) Существует ли математическое ожидание величины X?

19. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X равна:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 1 \\ x - \frac{1}{2}, & \text{если} \quad 1 < x \le 2 \\ 0, & \text{если} \quad x > 2 \end{cases}.$$

а) Построить функцию распределения $F(x)$ и начертить ее график; б) найти числовые характеристики случайной величины.

20. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \le 0 \\ A\sin x, & \text{если} \quad 0 < x \le \pi \\ 0, & \text{если} \quad x > \pi \end{cases}.$$

Найти: а) параметр A; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

21. Случайная величина X распределена равномерно. $M(X)=4$, $D(X)=3$. Найдите плотность распределения случайной величины X.
22. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X выражается формулой: $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}$. Найти $M(X)$.

Работа по группам: решение задач.

Практическое занятие 16. Нормальное распределение. Закон больших чисел

1. Показать, что $U=\frac{X-a}{\sigma}$ - нормированная случайная величина если X – нормально распределенная случайная величина и $M(X)=a,\ D(X)=\sigma^2$.
2.Плотность вероятностей случайной величины X, подчиненной нормальному закону распределения, задана функцией $f(x)=Ae^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$. Найти коэффициент A и определить вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение в интервале (2; 5).
3. Используя свойства кривой плотности вероятности случайной величины X, подчиненной нормальному закону распределения, найти ее математическое ожидание, если известно, что $P(-\infty<X<-3)=P(7<X<+\infty)$. Сделайте чертеж.
4. Случайная величина X распределена нормально и имеет плотность вероятности $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$. Найти математическое ожидание случайной величины $Y=4X-2$.
5. Срок службы прибора представляет собой случайную величину, подчиненную нормальному закону распределения, с гарантией на 15 лет и средним квадратическим отклонением, равным трем годам. Определить вероятность того, что прибор прослужит от 10 до 20 лет.
6. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических (одного знака) погрешностей. Случайные погрешности взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma=20$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с погрешностью, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.
7. Номинальное значение толщины X установочного кольца, вытачиваемого на токарном автомате, равно $a=10$ мм. Среднее квадратическое отклонение равно 0,15 мм. Предполагается, что случайная величина X распределена нормально. Найти вероятность того, что изготовленное кольцо будет иметь толщину, отличающуюся от номинала более, чем на 3% номинала.
8. Измерительный прибор имеет систематическую ошибку 5 м и среднюю квадратическую ошибку 75 м. Какова вероятность того, что ошибка измерения не превзойдет по абсолютной величине 5 м?
9. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически: их средняя масса равна 1,06 кг. Найти стандартное отклонение, если 5% коробок имеют массу меньше 1 кг. Предполагается, что масса коробок распределена по нормальному закону.
10. Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шарика $d_0=5$ мм. Фактический диаметр – случайная величина с математическим ожиданием $d_1=5$ мм и среднеквадратическим отклонением 0,05 мм. При контроле бракуются все шарики, диаметр которых отличается от номинала более чем на 0,1 мм. Определить процент брака.
11. При измерении детали ее длина X является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $a=22$ см и $\sigma=0{,}2$ см. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,9544 попадает X.

12. Случайная величина X имеет плотность вероятностей $f(x)=\frac{1}{0{,}5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-5)^2}{0{,}5}}$. Найти вероятность того, что при двух независимых испытаниях случайная величина X хотя бы один раз примет значение вне интервала (4; 6).

13. Бомбардировщик, пролетевший вдоль моста длиною 30 м и шириною 8 м, сбросил бомбы. Случайные величины X и Y (расстояние от вертикальной и горизонтальной осей симметрии моста до места падения бомбы) независимы и распределены нормально со средним квадратическим отклонениями, соответственно равными 6 м и 4м, и математическими ожиданиями, равными 0. Найти: а) вероятность попадания в мост одной сброшенной бомбой; б) вероятность разрушения моста, если сброшены две бомбы, причем для разрушения моста достаточно одного попадания.

14. Средний срок службы прибора 10 лет. Используя неравенство Маркова, оценить вероятность того, что данный прибор не прослужит более 15 лет.

15. Парикмахерская обслуживает в среднем 120 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня в данной парикмахерской будет обслужено а) не менее 150 клиентов, б) менее 160 клиентов.

16. Средняя температура в квартире, подключенной к ТЭЦ, в период отопительного сезона составляет 20^0, а среднее квадратическое отклонение равно 2^0. Найти вероятность того, что температура в квартире отклонится от средней по абсолютной величине не более чем на 3^0.

17. Оценить вероятность того, что в результате подбрасывания игральной кости в течение 320 раз относительная частота появления на верхней грани 5 очков отклонится от вероятности этого события (по абсолютной величине) не более чем на 0,03.

18. Игральный кубик подбрасывается 180 раз. Используя неравенство Чебышева, оцените вероятность того, что 5 очков появится от 24 до 36 раз. Оцените вероятность этого же события с помощью интегральной теоремы Лапласа.

19. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,8. Проверяется 800 изделий. Случайная величина X – число изделий высшего качества. Укажите промежуток, в котором значения этой случайной величины можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,5.

20. Применима ли к последовательности независимых случайных величин $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ теорема Чебышева, если каждая случайная величина X_n задана таблицей распределения:

а)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{2n^2}$	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

б)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

21. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,6. Используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Лапласа, оцените вероятность наличия от 340 до 380 изделий высшего качества в партии из 600 изделий. Сравните результаты.

22. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 800 новорожденных детей мальчиков будет от 370 до 430 включительно. Считать вероятность рождения мальчика равной 0,5.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ(САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компе-тенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, ОПК-4	Домашнее за-дание	Низкий – неудо-влетворительно	Студент не выполнил домашнее задание или нет ни одной задачи, которую он решил правильно.
		Пороговый – удо-влетворительно	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 50 % задач, другие за-дачи не решены или решены с логиче-скими ошибками, ошибками, свидетель-ствующими о незнании теоретического материала по теме.
		Базовый – хорошо	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 80 % задач, другие за-дачи не решены или решены ошибками.
		Высокий – от-лично	Студент правильно решил и грамотно обосновал ответы в задачах, предложен-ных для домашнего рассмотрения.
	Контрольная работа	Низкий – неудо-влетворительно	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений менее 60 %
		Пороговый – удовлетвори-тельно	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 61-75 %
		Базовый – хорошо	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 76-84 %
		Высокий – от-лично	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 85-100 %

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений сту-дентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттеста-ции по дисциплине является зачёт/экзамен.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие крите-рии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

1. вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок;
2. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами;
3. продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформирован-ность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков.

Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;

3. допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов;

4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Оценка «5» (отлично) ставится, если студент:

1. полно раскрыто содержание материала билета;
2. материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;
3. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;
4. продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;
5. ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;
6. допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию.
7. правильно решена расчетная задача.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

ответ студента удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

1.в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;

2.допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию экзаменатора;

3.допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию экзаменатора.

4. в расчетной задаче допущена ошибка.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1.неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;

2.имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;

3.при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.

4. решение расчетной задачи вызывает затруднения.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1.не раскрыто основное содержание учебного материала;

2.обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;

3.допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

4.не сформированы компетенции, умения и навыки.

5. расчетная задача не решена.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

I семестр

Тема 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Программа зачета за I семестр

1. Матрицы. Операции с матрицами.
2. Обратная матрица.
3. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
4. Основы теории определителей.
5. Определители второго и третьего порядка, их основные свойства.
6. Системы уравнений.
7. Решение систем двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса, правило Крамера.
8. Система координат. Трехмерное пространство.
9. Векторы, линейные операции над ними.
10 .Выражение произведений векторов через координаты сомножителей. Коллиниарность и компланарность векторов.
11. Скалярное, векторное, смешенное произведение векторов и их основные свойства.
12. Метод координат на плоскости (декартовы и полярные координаты, связь между ними). Уравнение линии на плоскости.
13. Различные формы уравнений прямой на плоскости.
14. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).
15. Виды уравнения плоскости в пространстве.
16. Виды уравнения прямой в пространстве.
17. Взаиморасположение прямой и плоскости в пространстве.
18. Поверхности второго порядка.

II семестр

Программа экзамена II семестр

Тема 2. Математический анализ: теория пределов

1. Натуральные, целые, рациональные, иррациональные и действительные числа.
2. Модуль дейтсвительного числа и его свойства.
3. Понятия функции, области определения функции, множества значений. Свойства функций. Обратная функция.
4. Числовая последовательность, её свойства.
5. Предел числовой последовательности.
6. Предел функции.
7. Основные свойства функций, имеющих предел.
8. Бесконечно малые и их свойства.
9. Бесконечно большие и их свойства.
10. Операции над функциями, имеющими предел.
11. Односторонние пределы.
12. Предельный переход в неравенствах.
13. Первый замечательный предел.
14. Второй замечательный предел.
15. Непрерывность функции в точке и на множестве.
16. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва.
17. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
18. Непрерывность сложной функции.

Тема 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Производная функции, её геометрический смысл.
2. Дифференцируемость функции в точке. Критерий дифференцируемости функции в точке. Дифференциал, их геометрический.
3. Непрерывность дифференцируемой функции.

4. Правила дифференцирования функции: дифференцирование суммы, произведения, частного, сложной функции, производная обратной функции.
5. Таблица производных.
6. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.
7. Свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
8. Правило Лопиталя.
9. Применение производной к исследованию монотонности функции.
10. Исследование экстремума и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке с помощью производной.
11. Исследование выпуклостей графика функции и нахождение точек перегиба графика функции.
12. Асимптоты графика функции.

Тема 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Интегрирование по частям.
5. Интегрирование заменой переменной.
6. Интегрирование рациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Интегрирование простейших иррациональных функций.
9. Определенный интеграл. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функций. Некоторые классы интегрируемых функций.
10. Основные свойства определенного интеграла.
11. Формула Ньютона – Лейбница.
12. Интегрирование по частям под знаком определенного интеграла.
13. Интегрирование заменой переменной под знаком определенного интеграла.
14. Несобственные интегралы I и II рода, их свойства. Геометрический смысл несобственных интегралов.

III семестр

Программа зачета за III семестр

Тема 4. Математический анализ: ряды

1. Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд.
2. Необходимое и достаточное условие сходимости положительного ряда.
3. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши).
4. Знакочередующиеся ряды; теорема Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.
5. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости функционального ряда.
6. Степенные ряды. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда.
7. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
8. Некоторые применения степенных рядов.
9. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение 2π-периодической функции в ряд Фурье (теорема Дирихле, разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций).

Тема 6.Теория пределов и дифференциальное интегральное исчисление функций нескольких переменной

1. Понятие функции 2-х, 3-х переменных. График функции двух переменных. Линии уровня и поверхности уровня.

2. Предел функции 2-х переменных.
3. Непрерывность функции 2-х переменных.
4. Частные производные, их геометрический смысл. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
5. Дифференцируемость и дифференциал функции 2-х переменных. Геометрический смысл дифференциала функции 2-х переменных.
6. Дифференцирование сложной функции.
7. Неявно заданные функции, их дифференцирование.
8. Производная по направлению функции 2-х переменных. Градиент.
9. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
10. Понятие максимума и минимума функции двух переменных. Необходимое условие экстремума.
11. Понятие максимума и минимума функции двух переменных. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции на компакте.
13. Двойной интеграл, его свойства, методы вычисления (через повторные интегралы, замена переменных в двойном интеграле).
14. Тройной интеграл, его свойства, методы вычисления (через повторные интегралы, замена переменных в тройном интеграле).
15. Криволинейные интегралы I, их свойства, методы вычисления.
16. Криволинейные интегралы II рода, их свойства, методы вычисления (через параметризацию кривой, формула Грина).
17. Восстановление функции по её полному дифференциалу.

IV семестр

Программа экзамена IV семестр

Тема 7. Дифференциальные уравнения

1. Основные понятиям теории обыкновенных дифференциальных уравнений:
- обыкновенное дифференциальное уравнение n-го порядка,
- порядок дифференциального уравнения,
- решение дифференциального уравнения,
- интегральная кривая,
- общее решение дифференциального уравнения,
- частное решение дифференциального уравнения,
- особое решение дифференциального уравнения,
- интеграл обыкновенного дифференциального уравнения,
- задача Коши для дифференциального уравнения,
- геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения,
- изоклина дифференциального уравнения.

2. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
4. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Методы решения дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
6. Уравнение Бернулли. Методы решения уравнений Бернулли.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка:
- основные понятия,
- свойства решений,

- структура общего решения.
8. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами:
- определение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами,
- определение характеристического уравнения,
- варианты составления общего решения в зависимости от корней характеристического уравнения.
9. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка:
- основные понятия,
- структура общего решения,
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:
- определение линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида,
- варианты составления общего решения в зависимости от корней характеристического уравнения и правой части уравнения.

Тема 8. Элементы теории вероятностей и случайных величин

1. Элементы комбинаторики (основные законы и формулы)
2. Событие, виды событий, дествия над ними.
3. Классическое определение вероятности событий.
4. Теоремы сложения и умножения вероятности.
5. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.
6. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
7. Дискретные случайные величины и их законы распределения (понятие дискретной случайной величины, законы распределения вероятностей дискретной случайной величины, числовые характеристики дискретной случайной величины, биномиальное и пуассоновское распределения):
- что такое случайная величина?
- что называют значением случайной величины?
- какие случайные величины называются дискретными?
- что такое закон и что такое ряд распределения дискретной случайной величины?
- всегда ли закон распределения дискретной случайной величины имеет вид ряда?
- перечислите известные Вам законы распределения дискретных случайных величин и запишите формулы, по которым вычисляются p_iв каждом из распределений. Что является случайной величиной в каждом из законов распределения?
- почему распределение Бернулли называют биномиальным?
- как связаны между собой закон Пуассона и биномиальный закон?
- при каких условиях дискретная случайная величина имеет биномиальное распределение и при каких – распределение Пуассона?
- как запишется биномиальный закон (ряд) распределения случайной величины X – количества появившихся гербов на двух новеньких монетах, случайно оброненных на пол?
- почему закон Пуассона называют законом редких событий?
- что называется функцией распределения случайной величины?
- что такое многоугольник распределения дискретной случайной величины?
- почему геометрическое распределение имеет такое название?
8. Непрерывные случайные величины и их законы распределения (понятия непрерывной случайной величины, функции распределения, плотности вероятностей, числовые характеристики непрерывной случайной величины, нормальный закон распределения непрерывной случайной величины, закон больших чисел):
- какую случайную величину называют непрерывной?

- вероятностью какого случайного события является функция распределения случайной величины?
- перечислите свойства функции распределения.
- чему равна вероятность $P(a < X < b)$, если известна $F(x)$?
- как связаны между собой $F(x)$ и $f(x)$?
- перечислите свойства $f(x)$.
- чем отличается закон распределения непрерывной случайной величины от плотности распределения случайной величины?
- как выглядит $f(x)$ для непрерывной величины, равномерно распределенной на отрезке [*а;в*]?
- чему равна вероятность $P(a < X < b)$, если известна $f(x)$?
- в каких случаях можно говорить, что мы располагаем всеми сведениями о свойствах случайной величины?
- являются ли выражения вида $\sin X, \quad \ln X, \quad X^3$ случайными величинами, если X – случайная величина?
- как выглядит $f(x)$ для непрерывной случайной величины, распределенной нормально?
- как изменится максимальное значение ординаты нормальной кривой, если дисперсия случайной величины увеличится в 9 раз?
- чему равна $P(\alpha < X < \beta)$, если случайная величина X распределена нормально?
- получите формулу $P(|X - a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right)$, если случайная величина X распределена нормально.
- приведите примеры непрерывных случайных величин.
- что такое математическое ожидание $M(X)$ случайной величины? Что оно характеризует?
- в чем разница между средним значением случайной величины и ее $M(X)$?
- запишите формулы, по которым вычисляется математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин.
- каковы свойства $M(X)$?
- какой механический смысл можно придать величине $M(X)$?
- каков смысл параметра λ в формуле закона Пуассона?
- известно, что в распределении Пуассона $M(X) = \lambda, \quad D(X) = \lambda$. Известно, что если какая-либо случайная величина имеет физическую размерность, то ее $M(X)$ имеет ту же размерность, а дисперсия – квадрат этой размерности. Как же тогда объяснить равенство математического ожидания и дисперсии в распределении Пуассона?
- что такое дисперсия, что она характеризует? Каковы формулы для ее вычисления?
- каковы свойства дисперсии?
- что такое среднее квадратическое отклонение? Каково его назначение и какова его размерность?
- докажите, что для биномиального распределения $M(X) = np, \quad D(X) = npq$.
- докажите, что для распределения Пуассона $M(X) = \lambda, \quad D(X) = \lambda$.
- является ли случайной величиной $M(X)$?
- если $D(X)=0$, то $M(X)=0$?
- если к случайной величине X прибавить число π, то как изменится при этом дисперсия этой величины?
- что является медианой распределения? Каково ее свойство?
- дайте определения моды дискретной и непрерывной случайных величин.
- что понимается под законом больших чисел в широком смысле слова?
- что понимается под законом больших чисел в узком смысле слова?
- запишите неравенство Маркова.

- запишите неравенство Чебышева.
- докажите неравенство Чебышева для дискретной случайной величины.
- когда используют неравенства Маркова и Чебышева?
- какие требования предъявляются к случайным величинам в теореме Чебышева? Сформулируйте теорему.
- какова практическая значимость следствия теоремы Чебышева?
- запишите формулу для оценки вероятности отклонения среднего арифметического значений случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий.
- сформулируйте теорему Бернулли.
- сформулируйте теорему Пуассона.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

1. Мультимедийное сопровождение лекций.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в разделе «Особенности реализации образовательной программыдля инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т. п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации педагогического процесса и контроля знаний:

- для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкции о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости обучающимся предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации педагогического процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все обучающиеся учатся в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

Основная литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с. (16 экз.)
2. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. / Я.С.

Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 284 с. (32 экз.)
3. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 509 с. (31 экз.)
4. Бугров, Я.С. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов, обучающихся по инженерно-технич. спец. В 3 т. Т. 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. / Я.С. Бугров. – М.: Дрофа. – Высшее образование. – (Современный учебник), 2004. – 511 с. (32 экз.)
5. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2009. – 107с. (7 экз.)
6. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2009. – 122с. (7 экз.)

Дополнительная литература

7. Андрухаев, Х. М. Сборник задач по теории вероятностей: учеб. пособие для студ. вузов / Х. М. Андрухаев; под ред. А. С. Солодовникова. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Высшая школа, 2005. – 173 с. (47 экз.)
8. Архипов, Г.И. Лекции по математическому анализу: учебник для ст-тов вузов / Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. – М.: Дрофа, 2003. – 638 с. (8 экз.)
9. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов / И.И. Баврин, В.Л. Матросов. – М.: Владос, 2002. – 398 с. (55 экз.)
10. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Академия, 2004. – 611 с. (45 экз.)
11. Вентцель, Е.С.Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб.пособие для студ.втузов / Е.С.Вентцель, Л.А.Овчаров. - 5-е изд.,испр. - М.: Академия, 2003. – 448с. (34 экз.)
12. Гаврилов, В.Р. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля. / В.Р. Гаврилов, Е.Е. Иванова, В.Д. Морозова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. – 491 с. (10 экз.)
13. Гмурман, В.Е.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб.пособие для студ.вузов / Гмурман В.Е. - 8-е изд.,стер. - М. : Высш.шк., 2003. - 399 с. (24 экз.)
14. Григорьев, М.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие / М.П. Григорьев и др. – М.: Вузовская книга, 2006. – 245 с.(10 экз.)
15. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов. В 2 т. Т.1. / А.А. Гусак. – Минск: ТетраСистемс, 2004. – 542 с. (8 экз.)
16. Гусак, А.А. Высшая математика: учебник для ст-тов вузов. В 2 т. Т.2. / А.А. Гусак. – Минск: ТетраСистемс, 2004. – 447 с. (8 экз.)
17. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / В.В. Ильина [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2006. – 93 с. (34 экз.)
18. Дорофеева, А.В. Высшая математика. Гуманитарные специальности. / А.В. Дорофеева. – М.: Дрофа, 2003. – 384 с. (30 экз.)
19. Избранные вопросы математического анализа. Предел функции и непрерывность: учебное пособие / Н.В. Ермак [и др.]; М-во образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, БГПУ. – Благовещенск: [Изд-во БГПУ], 2005. – 115 с. (49 экз.)
20. Квасова, И.В. Ряды: учеб. пособие для ст-тов вузов / И.В. Квасова, С.Ю. Ланина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 96 с. (20 экз.)
21. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник для студентов вузов. В 2-х т. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды./ Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 399 с. (32 экз.)

22. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник для студентов вузов. В 2-х т. Т.2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. / Л.Д. Кудрявцев. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 424 с. (36 экз.)
23. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 287с. (10 экз.)
24. Пушкина, О.Н. Практикум по математической статистике: учебное пособие для студентов вузов / О.Н.Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ,2006.–93с. (10 экз.)
25. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – СПб.: «Лань», 2003. – 447 с. (12 экз.)
26. Филиппов, А.П. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970. – 94 с. (8 экз.)
27. Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: учеб. пособие / А.С. Якшина. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014. – 171 с. (21 экз.)

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

28. http://rucont.ru/efd/246490 Протасов Ю. М. Математический анализ. – М.: НАУКА. – 166 с.
29. http://www.rucont.ru/searchresults Климов В. С. Одномерный математический анализ. Ч. II. – ЯрГУ. 126 с.
30. http://www.rucont.ru/efd/236290 Введение в математический анализ. Производная и ее приложения. - Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т. 19 с.
31. http://rucont.ru/efd/204985 Незнамова М. А. Основные методы нахождения пределов. - ГОУ ОГУ. – 24 с.
32. http://rucont.ru/efd/245225 Каракулина Е. О. Элементы теории множеств. Теория пределов. Непрерывность и точки разрыва функций. – ОГУ. – 68 с.
33. http://rucont.ru/efd/202367 Рассоха Е. Н. Неопределенный интеграл. – ОГУ. – 43 с.
34. http://rucont.ru/rubric/39 Туганбаев А.А. Математический анализ: Интегралы: учеб. пособие – М.: ФЛИНТА, 2013. – 88 с.
35. http://rucont.ru/efd/225962 Ряды. – Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета. – 24 с.
36. http://rucont.ru/efd/193367 Ткачева О. Л. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье. – ГОУ ОГУ. – 27 с.
37. http://rucont.ru/efd/193090 Основы математического анализа (модуль "Функции нескольких переменных"). - ГОУ ОГУ. – 111 с.
38. http://www.rucont.ru/efd/237396 Климов В. С. Многомерный математический анализ. Ч. I. – ЯрГУ. 126 с.
39. http://www.rucont.ru/efd/237397 Климов В. С. Многомерный математический анализ. Ч. II. – ЯрГУ. 125 с.
40. http://rucont.ru/efd/178092 Пантелеев А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс. – М.: Логос. – 387 с.
41. http://rucont.ru/efd/246506 Туганбаев А. А. Дифференциальные уравнения. – -М.: ФЛИНТА, 2013. – 34 с.
42. http://rucont.ru/efd/245199 Болодурина И. П. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка в примерах и приложениях. – ОГУ. – 58 с.
43. http://rucont.ru/efd/193142 Крючкова И. В. Математический анализ. Третий семестр – дифференциальные уравнения. – ГОУ ОГУ. –76 с.
44. Электронные ресурсы ЭБС «Лань», «Руконт».
45. ЭБС «Юрайт» https://urait.ru/

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной большой доской, мелом и тряпкой, компьютером(рами) с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, коммутатором для выхода в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (таблицы, мультимедийные презентации). Для проведения практических занятий также используется:

Ауд. 101

- Стол ученический 2-мест. (25 шт.)
- Стул (50 шт.)
- Стол преподавателя (1 шт.)
- Стул преподавателя (1 шт.)
- Пюпитр (1 шт.)
- Аудиторная доска (1 шт.)
- Компьютер с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением (5 шт.)
- 8 - портовый коммутатор D-Link для выхода в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ (1 шт.)
- Мультимедийный проектор SHARP -10 X(1 шт.)
- Экспозиционный экран (навесной) (1 шт.)
- МФУ «CANON» (3 шт)
- МФУ «EPSON» (1 шт.)
- Учебно-наглядные пособия - слайды, таблицы, мультимедийные презентации по дисциплине «Математика»
- Комплект чертёжных инструментов, комплект математических моделей

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ, в лаборатории психолого-педагогических исследований и др.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus и т.д.

Разработчик: Якшина А.С., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физического и математического образования.

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2020/2021 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 10 от «16» июня 2020 г.). В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: титульный лист	
Исключить: МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ	Включить: МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Утверждение изменений в РПД для реализации в 2021/2022 уч. г.

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 8 от 21 апреля 2021 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 2 № страницы с изменением: 99	
Исключить:	Включить:
	В пункт 9.3: ЭБС «Юрайт» https://urait.ru/

Утверждение изменений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «25» мая 2022 г.).

Утверждение изменений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от 28 июня 2023 г..).