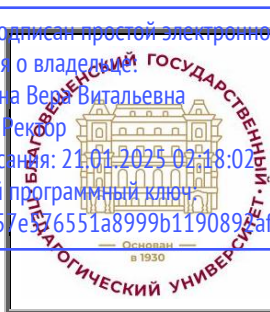



Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Вера Витальевна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 21.01.2025 02:18:02  
Уникальный программный ключ:  
a2232a55157e376551a8999b119089faf5898942642d556b0c375a454e5778

	<b>МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ</b>
	<b>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования</b>
	<b>«Благовещенский государственный педагогический университет»</b>
	<b>ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины</b>

**УТВЕРЖДАЮ**  
Декан  
индустриально-педагогического  
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»  
  
**Н.В. Слесаренко**  
«25» мая 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ**

**Направление подготовки  
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ  
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль  
ЭКОНОМИКА  
Профиль  
МАТЕМАТИКА**

**Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры  
Экономики, управления и технологии  
(протокол № 9 от «25» мая 2022 г.)**

**Благовещенск 2022**

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....</b>	<b>3</b>
<b>2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) .....</b>	<b>5</b>
<b>4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>6</b>
<b>5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>10</b>
<b>6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....</b>	<b>20</b>
<b>7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ .....</b>	<b>25</b>
<b>В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ .....</b>	<b>25</b>
<b>8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....</b>	<b>25</b>
<b>9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....</b>	<b>26</b>
<b>10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....</b>	<b>26</b>
<b>11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ .....</b>	<b>27</b>

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** ввести студентов в современную проблематику применения математических методов и моделей в экономике. Основной акцент делается на анализе и моделировании экономических процессов и объектов на микро и макроуровнях.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина Б1.О.08.10 «Методы оптимизации в экономике» относится к дисциплинам предметно-методического модуля по профилю «Экономика» (Б1.О.08).

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:** УК-1, УК-2:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Индикаторы

УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

УК-1.2 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.

УК-1.3 Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Индикаторы

УК-2.1 Определяет совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих достижение поставленной цели, исходя из действующих правовых норм.

УК-2.2 Определяет ресурсное обеспечение для достижения поставленной цели.

УК-2.3 Оценивает вероятные риски и ограничения, определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.** В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- основные понятия исследования операций и методов оптимизации;
- различные классы задач исследования операций;
- основные этапы операционного исследования;
- основные понятия и методы теории линейного, динамического, нелинейного программирования;
- методы решения задач теории игр и теории массового обслуживания.

**уметь:**

- использовать знания по исследованию операций и методам оптимизации в профессиональной деятельности;
- применять информационные технологии для решения управленческих задач

**владеть:**

- навыками решения основных задач математического планирования;
- математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-экономических задач.

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины** «Методы оптимизации в экономике» составляет 4 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (144 часа):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

**1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности**

**Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)**

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Всего часов</b>	<b>Семестр А</b>
Общая трудоемкость	144	144
Аудиторные занятия	72	72
Лекции	28	28
Практические занятия	44	44
Самостоятельная работа	72	72
Вид итогового контроля		зачет

**2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**2.1 Учебно-тематический план**

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Тема 1. Введение в дисциплину	8	2	2	4
2.	Тема 2. Модели линейного программирования	8	2	2	4
3.	Тема 3. Графический метод решения задач линейного программирования	20	4	6	10
4.	Тема 4. Решение задач линейного программирования симплекс-методом	26	5	8	13
5.	Тема 5. Транспортная задача	26	5	8	13
6.	Тема 6. Модели динамического программирования	12	2	4	6
7.	Тема 7. Целочисленное программирование	12	2	4	6
8.	Тема 8. Дробно-линейное программирование	12	2	4	6
9.	Тема 9. Теория игр	20	4	6	10
Зачет					
<b>ИТОГО</b>		144	28	44	72

**Интерактивное обучение по дисциплине**

№ п/п	Тема занятия	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1	Графический метод решения задач линейного программирования	ПР	Работа в малых группах	2
2	Решение задач линейного програм-	ПР	Работа в малых	2

	мирования симплекс-методом		группах	
3	Транспортная задача	ПР	Работа в малых группах	4
4	Модели динамического программирования	ПР	Работа в малых группах	4
5	Теория игр	ПР	Работа в малых группах	2
	Всего			14

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

#### **Тема 1. Введение в дисциплину**

История возникновения, основные разделы и направления дисциплины. Математические модели и методы. Задачи безусловной и условной оптимизации. Математическое программирование.

#### **Тема 2. Модели линейного программирования**

Линейное программирование (ЛП). Общая формулировка задачи ЛП. Свойства задач ЛП. Каноническая и стандартная формы задачи ЛП. Сведение канонической формы к стандартной. Минимизация и максимизация целевой функции. Основные элементы, этапы и правила составления математических моделей задач ЛП. Примеры задач ЛП: задача об использовании ресурсов, задача о диете, задача о загрузке оборудования, задача о раскрое материалов

#### **Тема 3. Графический метод решения задач линейного программирования**

Геометрический смысл задачи ЛП. Этапы графического решения задачи ЛП. Построение области допустимых решений, основные случаи. Нахождение оптимального решения в области допустимых решений, основные случаи. Пример графического решения.

#### **Тема 4. Решение задач линейного программирования симплекс-методом**

Основные идеи и алгоритм симплекс-метода. Допустимое базисное решение задачи ЛП. Критерий оптимальности решения. Правило перехода к следующему решению. Пример решения задачи ЛП симплекс-методом. Метод искусственного базиса: основные идеи, алгоритм, возможные исходы. Симплекс-таблица. Решение задачи ЛП табличным симплекс методом.

#### **Тема 5. Транспортная задача**

Общая постановка транспортной задачи (ТЗ). Открытая и закрытая модели. Граф перевозок. Связный граф, цикл, дерево. Допустимое базисное и оптимальное решения. Построение начального допустимого базисного решения методом северо-западного угла. Вычисление потенциалов для пунктов производства и пунктов потребления. Признак оптимальности. Алгоритм метода потенциалов. Вырожденное допустимое базисное решение и связность графа.

#### **Тема 6. Модели динамического программирования**

Динамическое программирование (ДП). Общая формулировка задачи ДП. Аддитивная и мультипликативная целевая функция. Требования к задаче ДП. Условно-оптимальные управления. Принцип Беллмана. Основное рекуррентное соотношение ДП. Схема решения задачи ДП. Этапы составления математической модели ДП. Примеры задач ДП: задача о замене оборудования, задача о распределении капиталовложений, задача о ранце, задача о наборе скорости и высоты летательным аппаратом.

#### **Тема 7. Целочисленное линейное программирование**

Графический метод решения задач целочисленного линейного программирования. Решение задач целочисленного линейного программирования методом отсечений Гомори и методом ветвей и границ.

#### **Тема 8. Дробно-линейное программирование**

Графический метод решения задач дробно-линейного программирования (в частности, когда целевая функция не является однородной). Решение задач дробно-линейного программирования симплекс-методом.

#### **Тема 9. Теория игр**

Основные понятия теории игр. Основные предложения для игр двух лиц с нулевой суммой. Верхнее и нижнее значение игры, условия седловой точки. Смешанные стратегии. Аналитическое решение игры 2 на 2. Диагональные игры. Доминирование стратегий. Игры двух лиц с ненулевой суммой, понятие о кооперативных играх. Выбор оптимальной стратегии в условиях неопределенности. Многошаговые игры.

### **4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **Рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

Для успешного проведения практических занятий необходима целенаправленная предварительная подготовка студента. Студенты получают от преподавателя конкретные задания на самостоятельную работу в форме вопросов, которые потребуют от них не только изучения литературы, но и выработки своего собственного мнения, которое они должны суметь аргументировать и защищать (отстаивать свои и аргументированно отвергать противоречащие ему мнения). Практическое занятие в сравнении с другими формами обучения требует от студентов высокого уровня самостоятельности в работе с литературой, инициативы, а именно:

- умение работать с несколькими источниками;
- осуществить сравнение того, как один и тот же вопрос излагается различными авторами;
- сделать собственные обобщения и выводы.

Все это создает благоприятные условия для организации дискуссий, повышает уровень осмысления и обобщения изученного материала. В процессе семинара идет активное обсуждение, дискуссии и выступления студентов, где они под руководством преподавателя делают обобщающие выводы и заключения. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, приводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции. На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами. В ходе семинара каждый студент опирается на свои конспекты, сделанные на лекции, собственные выписки из учебников, первоисточников, статей, периодической литературы, нормативного материала. Семинар стимулирует у студента стремление к совершенствованию своего конспекта, желание сделать его более информативным, качественным. При проведении практических занятий реализуется принцип совместной деятельности студентов. При этом процесс мышления и усвоения знаний более эффективен в том случае, если решение задачи осуществляется не индивидуально, а предполагает коллективные усилия.

Готовясь к практическому занятию, студенты должны:

1. Познакомиться с рекомендуемой преподавателем литературой.
2. Рассмотреть различные точки зрения по изучаемой теме, используя все доступные источники информации.

3. Выделить проблемные области и неоднозначные подходы к решению поставленных вопросов.

4. Сформулировать собственную точку зрения.

5. Предусмотреть возникновение спорных хозяйственных ситуаций при решении отдельных вопросов и быть готовыми сформулировать свой дискуссионный вопрос.

#### **Рекомендации по подготовке докладов и сообщений**

При подготовке докладов или сообщений студент должен правильно оценить выбранный для освещения вопрос. При этом необходимо правильно уметь пользоваться учебной и дополнительной литературой. Значение поисков необходимой литературы огромно, ибо от полноты изучения материала зависит качество работы. Подготовка доклада требует от студента большой самостоятельности и серьезной интеллектуальной работы. Она включает несколько этапов:

- составление плана доклада путем обобщения и логического построения материала доклада;
- подбор основных источников информации;
- систематизация полученных сведений;
- формулирование выводов и обобщений в результате анализа изученного материала, выделения наиболее значимых для раскрытия темы доклада фактов, мнений и требования нормативных документов.

К докладу по укрупненной теме могут привлекаться несколько студентов, между которыми распределяются вопросы выступления.

В качестве тем для докладов как правило предлагается тот материал учебного курса, который не освещается в лекциях, а выносится на самостоятельное изучение студентами. Поэтому доклады с одной стороны, позволяют дополнить лекционный материал, а с другой – дают преподавателю возможность оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом.

Построение доклада, как и любой другой научной работы, традиционно включает три части: вступление, основную часть и заключение. Во вступлении обозначается актуальность исследуемой в докладе темы, устанавливается логическая связь ее с другими темами. В заключении формулируются выводы, делаются предложения и подчеркивается значение рассмотренной проблемы.

#### **Рекомендации по организации самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- изучение и систематизацию официальных государственных документов - законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем "Консультант-плюс", "Гарант", глобальной сети "Интернет";
- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
- подготовку докладов;
- участие в работе студенческих конференций.

Самостоятельная работа бакалавров по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение заданий для самостоятельной работы;

- изучение теоретического и лекционного материала, а также основной и дополнительной литературы при подготовке к практическим занятиям, написании докладов;

- самостоятельное изучение материалов официальных сайтов налоговых органов.

Алгоритм самостоятельной работы студентов:

1 этап – поиск в литературе и изучение теоретического материала на предложенные преподавателем темы и вопросы;

2 этап – осмысление полученной информации из основной и дополнительной литературы, освоение терминов и понятий, механизма решения задач;

3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос или алгоритма решения задачи.

### **Рекомендации по работе с литературой**

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логи-



чески обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

**Рекомендации по подготовке к экзамену:**

При подготовке к экзамену по дисциплине «Методы оптимизации в экономике» особое внимание следует обратить на четкое знание понятийного аппарата дисциплины. Для того чтобы избежать трудностей при ответах по вышеназванным разделам, студентам рекомендуется регулярная подготовка к занятиям, изучение базового перечня учебной информации, в том числе периодических литературных источников.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Тема 1. Введение в дисциплину	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	4
2.	Тема 2. Модели линейного программирования	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	4
3.	Тема 3. Графический метод решения задач линейного программирования	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	10
4.	Тема 4. Решение задач линейного программирования симплекс-методом	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	13
5.	Тема 5. Транспортная задача	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	13
6.	Тема 6. Модели динамического программирования	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	6
7.	Тема 7. Целочисленные программирования	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	6

8.	Тема 8. Дробно-линейное программирование	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	6
9.	Тема 9. Теория игр	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ	10
<b>ИТОГО</b>			<b>54</b>

## 5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Тема 1. Введение в дисциплину

Небольшая семейная фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка — "Pink Fizz" и "MintPop". Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена, однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л "Pink Fizz" требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л "MintPop" — 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л "Pink Fizz" и "MintPop" соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Доход фирмы составляет 0,10 ф. ст. за 1 л "Pink Fizz" и 0,30 ф. ст. за 1 л "MintPop". Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневного дохода?

2. Завод-производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей: X и Y. Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч. в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y — 2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук. Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства одной детали типа X составляет 30 ф. ст., а от производства одной детали типа Y — 40 ф. ст.?

3. Для изготовления двух видов продукции  $P_1$  и  $P_2$  используют четыре вида ресурсов  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  и  $S_4$ . Запасы ресурсов, число единиц ресурсов, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, приведены в таблице.

Вид ресурса	Запас ресурса	Число единиц ресурсов, затрачиваемых на изготовление единицы продукции	
		$P_1$	$P_2$
$S_1$	18	1	3
$S_2$	16	2	1
$S_3$	5	-	1
$S_4$	21	3	-

Прибыль, получаемая от единицы продукции  $P_1$  и  $P_2$  - соответственно 2 и 3 руб. Необходимо составить такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

## Тема 2. Модели линейного программирования

1. Записать задачу в канонической форме.

$$F(x) = 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$1) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 50 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_4 \leq 70 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 10 \\ x_2 \geq 3 \\ x_1, x_2, x_4 \geq 0; \forall x_3 \end{cases}$$

$$F(x) = 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 50 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_4 + x_6 = 70 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_7 = 10 \end{cases}$$

$$x_2 = 3 + x_2'$$

$$3) \begin{cases} x_2' \geq 0 \\ x_3 = x_3' + x_3'' \\ x_3', x_3'' \geq 0 \end{cases}$$

$$F(x) = 5x_1 + 2x_2' + 6x_3' - 6x_3'' + x_4 + 6 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + x_2' + 2x_3' - 2x_3'' + x_4 + x_5 = 47$$

$$4) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2' + 5x_4 + x_6 = 58 \\ x_1 + x_2' + x_3' - x_3'' + x_4 - x_7 = 7 \\ x_1, x_2', x_3', x_3'', x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0 \end{cases}$$

2. Записать задачу в симметричной форме.

$$F(x) = 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + x_5 \rightarrow \min$$

$$1) \begin{cases} 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 38 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 24 \\ 3x_2 - x_4 + x_5 = 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

$$-6x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 20$$

$$x_1 - 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 12$$

$$2) \begin{cases} 3x_2 - x_4 + x_5 = 6 \\ -3x_2 + x_3 + 2x_4 = 10 \end{cases}$$

$$x_1 - 2x_2 + x_4 = 2$$

$$3) \begin{cases} 3x_2 - x_4 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$$x_3 = 10 + 3x_2 - 2x_4 \geq 0$$

$$x_1 = 2 + 2x_2 - x_4 \geq 0$$

$$x_3 = 6 - 3x_2 + x_4 \geq 0$$

4)

$$x_2, x_4 \geq 0$$

$$-3x_2 + 2x_4 \leq 10$$

$$-2x_2 + x_4 \leq 2$$

$$3x_2 - x_4 \leq 6$$

5)

$$x_2, x_4 \geq 0$$

$$F(x) = 5x_2 - 2(10 + 3x_2 - 2x_4) + 4x_4 + (6 - 3x_2 + x_4) \rightarrow \min$$

$$6) F = -4x_2 + 9x_4 - 14 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_2 + 2x_4 \leq 10 \\ -2x_2 + x_4 \leq 2 \\ 3x_2 - x_4 \leq 6 \\ x_2, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

### Тема 3. Графический метод решения задач линейного программирования

Решить задачу линейного программирования ( $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ )

1. $Z(X) = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \geq 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 6 \leq 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2 \geq 0, \\ x_2 \leq 3 \end{cases}$	2. $Z(X) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} -x_1 - x_2 \leq -2, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 0 \\ x_1 \leq 5. \end{cases}$	3. $Z(X) = 3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 5x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \geq 5, \\ x_2 \geq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0 \end{cases}$
7. $F = 2x_1 + 2x_2$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 \leq 4. \end{cases}$	8. $F = x_1 + x_2$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9. \end{cases}$	9. $F = x_1 + 4x_2$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 \leq 3.5. \end{cases}$
10. $L(X) = 4x_1 + 7x_2 + 6$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 \leq 6 \end{cases}$	11. $L(X) = 4x_1 + 7x_2 + 6$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 + 2x_2 \leq -1, \\ x_1 + 2x_2 \leq 2. \end{cases}$	

12. Для выпечки пирожных и сладких булочек в пекарне используются мука, масло, изюм и другие наполнители. Цена 1кг пирожных составляет 250 руб., а 1 кг булочек – 200 руб. Какое количество пирожных и булочек необходимо производить, чтобы доход от реализации был максимальным? Суточные расходы ресурсов на 1 кг каждого из продуктов приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход ресурса на 1 кг продукта		Запас, кг
	Пирожное	Булочка	
Мука	0,5	0,6	1000
Масло	0,2	0,12	300

Наполнители	0,5	0,85	1300
Изюм	0,2	0	280

$Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$ 1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$	$Z_{\max} = 6x_1 + x_2 + x_4 + 2x_5$ 2. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 18 \\ x_1 - 2x_2 + x_5 = 12 \end{cases}$	$Z_{\max} = -2x_2 + x_3 - x_4 + x_5$ 3. $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 14 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_4 = 10 \\ x_1 - x_2 + x_5 = 1 \end{cases}$
$Z_{\max} = 8x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5$ 4. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_5 = 6 \end{cases}$	$Z_{\max} = 3x_2 + x_3 - x_4 + x_5$ 5. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 6 \end{cases}$	6. $Z = 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 13x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 8 \\ -7x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -2 \\ x_j \geq 0, j = 1,4 \end{cases}$
7. $Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_4 = 21 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = -12 \\ x_j \geq 0, j = 1,4 \end{cases}$	8. $Z = 4x_1 + 13x_2 + 3x_3 + 6x_4 \rightarrow \min$ $\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ 9x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 6 \\ x_j \geq 0, j = 1,4 \end{cases}$	

#### Тема 4. Решение задач линейного программирования симплекс-методом

1. Коммерческое предприятие, располагающее производственными ресурсами, реализует три группы товара А, В и С. Плановые нормативы затрат ресурсов на 1 тыс. р. товарооборота, доход от продажи товаров на 1 тыс. р. товарооборота, а также объем ресурсов заданы в таблице.

Показатели	Норма затрат производственных ресурсов на 1 тыс. р. товарооборота			Объем ресурсов ( $v_i$ )
	группа А	группа В	группа С	
Ресурсы первого вида, усл. ед.	0,1	0,2	0,4	1 100
Ресурсы второго вида, усл. ед.	0,05	0,02	0,02	120
Ресурсы второго вида, усл. ед.	3	1	2	8 000
Доход, ден. ед. (С <sub>j</sub> )	3	5	4	max

Определить плановый объем продажи и структуру товарооборота так, чтобы доход торгового предприятия был максимальный.

2. Компания производит полки для ваннных комнат двух размеров - А и В. Агенты по продаже считают, что в неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа А требуется 2 м<sup>2</sup> материала, а для полки типа В - 3 м<sup>2</sup> материала. Компания может получить до 1200 м<sup>2</sup> материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин машинного времени, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин; машину можно использовать 160 час в неделю. Если прибыль от продажи полок типа А составляет 3 денежных единицы, а от полок типа В - 4 ден. ед., то сколько полок каждого типа следует выпускать в неделю?

3. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$f = 2X_1 + X_2 - 2X_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} X_1 + X_2 - X_3 \geq 8; \\ X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2; \\ -2X_1 - 8X_2 + 3X_3 \geq 1; \\ X_i \geq 0 (i=1, 2, 3). \end{cases}$$

4. Предприятие производит 3 вида продукции: A1, A2, A3, используя сырьё двух типов. Известны затраты сырья каждого типа на единицу продукции, запасы сырья на планируемый период, а также прибыль от единицы продукции каждого вида.

Сырьё	Затраты сырья на единицу продукции			Запас сырья
	A1	A2	A3	
I	3,5	7	4,2	1400
II	4	5	8	2000
Прибыль от ед. прод.	1	3	3	

1. Сколько изделий каждого вида необходимо произвести, чтобы получить максимум прибыли?

2. Определить статус каждого вида сырья и его удельную ценность.

3. Определить максимальный интервал изменения запасов каждого вида сырья, в пределах которого структура оптимального плана, т.е. номенклатура выпуска, не изменится.

4. Определить количество выпускаемой продукции и прибыль от выпуска при увеличении запаса одного из дефицитных видов сырья до максимально возможной (в пределах данной номенклатуры выпуска) величины.

5. Определить интервалы изменения прибыли от единицы продукции каждого вида, при которых полученный оптимальный план не изменится.

5. Решить задачу линейного программирования симплексным методом:

$$F = -3x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} -x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -8x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 3 \end{cases}$$

$$x_1 \dots x_5 \geq 0.$$

6. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$F = 2x_1 + 3x_2 - x_4 \rightarrow \max,$$

$$2x_1 - x_2 - 2x_4 + x_5 = 16,$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 18,$$

$$-x_1 + 3x_2 + 4x_4 + x_6 = 24,$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.$$

7. Решить задачу симплекс-методом, рассматривая в качестве начального опорного плана, план, приведенный в условии:

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4,$$

$$X = (0, 0, 1, 1)$$

8. Решить задачу модифицированным симплекс-методом. Для производства двух видов изделий А и Б используется три типа технологического оборудования. На производство единицы изделия А оборудование первого типа используется  $a_1=4$  часов, оборудование второго типа  $a_2=8$  часов, а оборудование третьего типа  $a_3=9$  часов. На производство единицы изделия Б оборудование первого типа используется  $b_1=7$  часов, оборудование второго типа  $b_2=3$  часов, а оборудование третьего типа  $b_3=5$  часов. На изготовление этих изделий оборудование первого типа может работать не более чем  $t_1=49$  часов, оборудование второго типа не более чем  $t_2=51$  часов, оборудование третьего типа не более чем  $t_3=45$  часов. Прибыль от реализации единицы готового изделия А составляет АЛЬФА=6 рублей, а изделия Б – БЕТТА=5 рублей. Составить план производства изделий А и Б, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

9. Найти оптимальное решение двойственным симплекс-методом

$$Z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_2 + x_3 \geq 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, 3.$$

### Тема 5. Транспортная задача

1. Используя метод минимального тарифа, представить первоначальный план для решения транспортной задачи. Проверить на оптимальность, используя метод потенциалов. Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	1	2	3	4	Запасы
1	1	2	4	3	6
2	4	3	8	5	8
3	2	7	6	3	10
Потребности	4	6	8	8	

2. Составить опорное решение, используя метод северо-западного угла.

Таблица 38.1

$b_j$	150	200	100	100
$a_i$				
100	1	3	4	2
250	4	5	8	3
200	2	3	6	7

3. Имеются три пункта поставки однородного груза  $A_1, A_2, A_3$  и пять пунктов  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  потребления этого груза. На пунктах  $A_1, A_2, A_3$  находится груз в количествах 90, 70, 110 тонн. В пункты  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  требуется доставить соответственно 50, 60, 50, 40, 70 тонн груза. Расстояния в сотнях километрах между пунктами поставки и потребления приведены в матрице-таблице D:

Пункты поставки	Пункты потребления				
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	9	1	1	5	6
$A_2$	6	4	6	8	5

$A_3$	2	9	3	5	3
4.					

Найти такой план перевозок, при котором общие затраты будут минимальными.

4. В четырех хранилищах  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  и  $A_4$  имеется соответственно 70, 80, 90 и 100 т топлива. Требуется спланировать перевозку топлива четырьмя потребителям  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$ , спрос которых равен соответственно  $M_0$  ( $M$ - предпоследняя цифра в шифре студента), 60, 80 и 120 т, так, чтобы затраты на транспортировку были минимальны. Стоимость перевозки 1 т топлива указана в таблице 4. Решение задачи следует выполнить по следующему плану:

- сформулировать закрытую математическую модель транспортной задачи, методом минимального элемента построить начальный опорный план и вычислить по этому плану затраты на перевозки;
- решить задачу методом потенциалов;
- проанализировать изменения в решении задачи, если стоимость перевозки 1 т топлива из первого хранилища второму потребителю изменяется в пределах от 0 руб. до 10 руб

Хранилища	Потребители				Запас топлива, т
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
	Стоимость перевозки 1 т топлива в руб				
$A_1$	9	N	11	3	70
$A_2$	8	8	5	12	80
$A_3$	2	4	9	6	90
$A_4$	7	6	1	4	100
Потребность в топливе,	$M_0$	60	80	120	

5. Решить транспортную задачу на минимум.

$b_j$	22	45	20	18	30
$a_i$					
60	4	1	3	4	4
35	2	3	2	2	3
40	3	5	2	4	4

### Тема 6. Модели динамического программирования

1. Для двух предприятий выделено  $a$  единиц средств. Как распределить все средства в течение 4 лет, чтобы доход был наибольшим, если известно, что доход от  $x$  единиц средств, вложенных в первое предприятие, равен  $f_1(x)$ , а доход от  $y$  единиц средств, вложенных во второе предприятие, равен  $f_2(y)$ . Остаток средств к концу года составляет  $g_1(x)$  для первого предприятия и  $g_2(y)$  для второго предприятия. Задачу решить методом динамического программирования.

$a$	$f_1$	$g_1$	$f_2$	$g_2$
1000	$3x$	$0,1x$	$2y$	$0,5y$

3. Планируется распределение начальной суммы  $X_0$  млн. р. Между четырьмя предприятиями некоторого объединения. Средства выделяются только в размерах кратных  $a = 80$  млн. р. Функции прироста продукции от вложенных средств на каждом предприятии заданы таблично. Требуется так распределить вложения между предприятиями, чтобы общий прирост продукции (в млн. р.) был максимальным. Решить задачу на основе функционального уравнения Беллмана.



$X_0$	Вкладываемые средства $X$	Функции прироста продукции на предприятии			
		$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
400	0	10	15	13	14
	80	13	20	17	16
	160	16	22	21	23
	240	21	25	26	25
	320	25	30	28	27
	400	25	32	30	32

4. Инвестор выделяет средства в размере 5 тыс. ден. ед., которые должны быть распределены между тремя предприятиями. Требуется, используя принцип оптимальности Беллмана, построить план распределения инвестиций между предприятиями, обеспечивающий наибольшую общую прибыль, если каждое предприятие при инвестировании в него средств  $x$  тыс. ден. ед. приносит прибыль  $p_i(x)$  тыс. ден. ед. ( $i=1, 2$  и  $3$ ) по следующим данным: Инвестирование средств (тыс. ден. ед.) Прибыль (тыс. ден. ед.)  $x$   $p_1(x)$   $p_2(x)$   $p_3(x)$   
 1 3,22 3,33 4,27 2 3,57 4,87 7,64 3 4,12 5,26 10,25 4 4 7,34 15,93 5 4,85 9,49 16,12

### Тема 7. Целочисленное линейное программирование.

1. Найдите графическим методом и методом Гомори оптимальное целочисленное решение задачи линейного программирования, если она задана следующей математической моделью

$$L(x) = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_{1,2} \in Z^+. \end{cases}$$

2. Решите задачу методом Гомори

$$\max Z = x_1 + 2x_2,$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 \leq 21, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0, \text{ целые.} \end{cases}$$

3. Найти оптимальное решение задачи целочисленного линейного программирования

$$Z = 11x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 11, \\ 2x_1 + x_3 \leq 5, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 13, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$x_1, x_2, x_3$  – целые числа.

4. Найти целочисленное решение задачи линейного программирования.  
 2. Составить двойственную задачу и решить её без условия целочисленности.  
 3. По теоремам двойственности проверить связь нецелочисленных решений прямой и двойственной задачи.

$$Z(x) = 3x_1 - x_2 - 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_3 \leq 4 \\ x_1 - 3x_3 \leq 3 \\ x_i \geq 0, x_i - \text{целые} \end{cases}$$

### Тема 8. Дробно-линейное программирование.

Решить задачу дробно-линейного программирования:

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + 4x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} z = \frac{2x_1 + x_2}{1,5x_1 + x_2 + 4} \rightarrow \max$$

### Тема 9. Теория игр

**Задача 1.** Некоторая компания решает вопрос о представлении нового продукта на общенациональный рынок. Неопределенность заключается в том, как отреагирует рынок на этот новый продукт. Рассматривается вопрос об апробации нового продукта первоначально на некотором региональном рынке. Таким образом, первоначальное решение, которое необходимо принять компании - это проводить ли маркетинг продукта на региональном уровне. Компания предполагает, что выход на региональный рынок потребует затрат в 3 млн. руб., а выход на общенациональный рынок потребует вложений в размере 90 млн. руб. Если не проводить первоначальных пробных продаж на региональном уровне, то решение о выходе на общенациональный рынок можно принять незамедлительно.

Компания рассматривает результаты продаж как успешные, средние или отрицательные в зависимости от объемов продаж. Для регионального уровня этим градациям соответствуют объемы в 200, 100 и 30 тыс. ед. товара, для общерегионального - 6000, 3000 и 900 тыс. ед. товара соответственно. Исходя из данных по результатам региональных тестирований аналогичных видов продукции, компания оценивает вероятности указанных трех исходов как 0,3, 0,6 и 0,1. Кроме того, исследуя данные о соответствии результатов региональных продаж с последующими продажами на общенациональном рынке, компания сумела оценить следующие условные вероятности:

		Результаты продаж на национальном рынке		
		успешные	средние	отрицательные
Результаты продаж на региональном рынке	успешные	0,8	0,15	0,05
	средние	0,3	0,5	0,2
	отрицательные	0,05	0,25	0,7

Кроме того, известно, что каждая продажа приносит прибыль в 18 руб./ед. товара как на региональном, так и на общенациональном рынке.

Необходимо:

- 1). Разработать позиционную и нормальную форму игры;
- 2). Классифицировать игру.

**Задача 2.** Владелец газетного киоска покупает газету по цене 5 руб./шт. у типографии и продает ее по цене 8 руб./шт., при этом газеты покупаются не поштучно, а пачками по 5 шт. В момент закупки газет он, естественно, не знает, сколько газет удастся продать. Если он закупит газет больше, чем удастся продать, то понесет убытки в виде стоимости

непроданных газет. С другой стороны, если он закупит мало газет, то он опять же упускает выгоду в связи с тем, что во-первых, мог бы продать больше, и во-вторых, в связи с тем, что покупатель, которому не досталось газеты, может перестать покупать их в этом киоске. Будем считать, что эти потери оцениваются владельцем киоска как равные 10 руб. за каждую газету. Для изучения спроса на газету владелец киоска в течение 100 дней отслеживал, сколько покупателей в день спрашивали эту газету. В итоге получилось следующее распределение:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	$\Sigma$
$N_j$	2	1	5	7	7	12	14	16	14	10	4	1	1	4	0	2	100

Требуется:

1. Классифицировать игру.
2. Обосновать критерий выбора оптимальной стратегии.
3. Выбрать оптимальную стратегию, т.е. решить, сколько пачек газет покупать владельцу киоска у типографии.

**Задача 4.** Семья каждую пятницу в теплое время года ездит в сад, при этом есть возможность ехать по одной из двух дорог. Первая дорога несколько длиннее чем вторая, но на ней практически не бывает пробок, и время в пути всегда приблизительно одинаково-40мин. Вторая дорога короче, но на ней иногда бывают пробки. Опыт показывает, что в 20% случаев пробки большие и время в пути в этом случае составляет примерно 90 минут. В 60% случаев пробки небольшие и можно добраться за 50 минут. В 20% случаев пробок нет совсем и можно доехать за 20 минут.

Требуется:

1. Классифицировать игру.
2. Обосновать критерий выбора оптимальной стратегии.
3. Выбрать оптимальную стратегию, т.е. решить, по какой дороге ехать.

**Задача 5:** Рассмотрим игру «Орел или решка»: в игре участвуют два игрока. Каждый игрок, независимо от другого игрока, кладет монету вверх либо орлом, либо решкой. Если выбор обоих игроков совпадает, то первый платит второму 1 руб., если не совпадает, то второй платит первому тоже 1 руб.

Требуется:

1. Классифицировать игру.
2. Построить ее матрицу выигрышей.
3. Определить, имеет ли место игра с нулевой суммой.
4. Определить, есть ли в игре ситуация равновесия.
5. Определить, имеются ли доминируемые стратегии.
6. Определить, есть ли в игре седловая точка, и, соответственно, решение игры в чистых стратегиях.
7. В случае, если седловой точки нет, найти решение игры в смешанных стратегиях.

**Задача 6.** Двое подозреваемых в совершении тяжкого преступления арестованы и помещены в одиночные камеры, причем они не имеют возможности передавать друг другу сообщения. Допрашивают их поодиночке. Если они оба признаются в совершении тяжкого преступления, то им грозит, с учетом чистосердечного признания по 6 лет тюремного заключения каждому. Если они оба будут молчать, то доказать факт совершения ими тяжкого преступления не удастся, но удастся осудить их за гораздо менее тяжкое преступление (типа незаконного хранения оружия) и они оба получают по 1 году тюремного заключения. Если же один из них признается, а второй- нет, то первый за содействие следствию будет освобожден, а второй получит 10 лет.

Требуется:

1. Формализовать задачу.
2. Определить, какую стратегию выбрали бы Вы на месте преступников.

3. Классифицировать игру.
  4. Определить, имеются ли в этой игре у игроков строго и слабо доминируемые стратегии.
  5. Найти равновесную ситуацию и определить, совпадает ли она с выбранной Вами.
- Задача 7. Имеются две нефтедобывающие страны, скажем, А и В. Прибыли стран в зависимости от объемов добычи приведены в таблицах.

		В	
		2 млн.	4 млн.
А	2 млн.	(46, 42)	(26, 44)
	4 млн.	(52, 22)	(32, 24)

Страны конкурируют друг с другом и не имеют возможности договариваться.

Требуется:

1. Обосновать, какую стратегию выбрали бы Вы на месте стран.
2. Определить, имеются ли в этой игре у игроков строго и слабо доминируемые стратегии.
3. Найти равновесную ситуацию и определить, совпадает ли она с выбранной Вами.
4. Имеются две фирмы, первая может производить 2 вида товара  $A_1$  и  $A_2$ , вторая три вида товара  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ . Прибыль, которую получит каждая из фирм (в зависимости от того, являются ли товары взаимодополняющими или конкурирующими) определяется следующей таблицей:

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	(3 3)	(0 0)	(4 4)
$A_2$	(2 0)	(1 5)	(2 2)

5. Найти оптимальное решение, предполагая, что фирмы могут договариваться о том, какие товары им следует производить.

## 6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМО-КОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

### 6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, УК-2	Тест	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильных ответов на вопросы теста от 85-100 %
УК-1, УК-2	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	студент: 1) правильно выполнил менее половины работы, 2) или допустил число ошибок и недо-

			четов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3».
		Пороговый (удовлетворительно)	студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил при выполнении работы: 1) не более двух грубых ошибок, 2) или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, 3) или не более двух – трех негрубых ошибок, 4) или одной негрубой ошибки и двух недочетов, 5) или при отсутствии ошибок, но при наличии 4 – 5 недочетов.
		Базовый (хорошо)	студент выполнил работу полностью (т.е. решил задачи), но допустил в ней 1) не более одной ошибки, 2) или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	студент 1) выполнил работу без ошибок и недочетов, 2) или допустил не более одного недочета.
УК-1, УК-2	Ответ на практическом занятии	Низкий (неудовлетворительно)	студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.
		Пороговый (удовлетворительно)	студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем, 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения, 3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого

		Высокий (отлично)	1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи, 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи, 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение, 4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
--	--	-------------------	--

## 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет.

### Критерии оценивания устного ответа на зачете

**Оценка «зачтено»** выставляется студенту, если:

1. Вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок.
2. Показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами.
3. Продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков.

Допускаются незначительные ошибки.

**Оценка «не зачтено»** выставляется, если:

1. Не раскрыто основное содержание учебного материала.
2. Обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала.
3. Допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
4. Не сформированы компетенции, умения и навыки.

## 6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

### Примеры вопросов для ответа на практическом занятии

1. Геометрический смысл задачи ЛП.
2. Этапы графического решения задачи ЛП.
3. Построение области допустимых решений, основные случаи.
4. Нахождение оптимального решения в области допустимых решений, основные случаи.

### Пример контрольной работы

1. Составить оптимальный план производства изделий двух видов А и В, обеспечивающий максимальную стоимость их реализации, если на изготовление единицы изделия А требуется затратить  $a_1=2$  кг сырья первого типа,  $a_2=3$  кг сырья второго типа и  $a_3=1$  кг сырья третьего типа. Для единицы изделия В требуется  $b_1=1$  кг сырья первого типа,  $b_2=4$  кг сырья второго типа и  $b_3=3$  кг сырья третьего типа. Производство обеспечено сырьем

каждого типа в количестве 400 кг, 900 кг, 600 кг соответственно. Стоимость единицы изделия А составляет 60 руб., а единицы изделия В – 40 руб.

2. При подкормке посевов необходимо внести на 1 га почвы не менее 8 единиц химического вещества А, не менее 21 единиц химического вещества В и не менее 16 единиц химического вещества С. Фермер закупает комбинированные удобрения двух видов I и II. В таблице указано содержание количества единиц химического вещества в 1 кг каждого вида удобрений и цена 1 кг удобрений. Определите потребность фермера в удобрениях I и II вида на 1 га посевной площади при минимальных затратах на их приобретение.

Химические вещества	Содержание химических веществ в № кг удобрения	
	I	II
А	1	5
В	12	3
С	4	4
Цена 1 кг удобрения, руб	5	2

### Пример теста

- Двойственный симплекс-метод удобно применять для решения
  - транспортной задачи
  - задачи о диете (о рациональном питании)
  - производственной задачи
  - любой задачи линейного программирования
- На очередной итерации симплекс-метода сначала выбирается
  - разрешающая строка
  - разрешающий элемент
  - разрешающий столбец
  - разрешающая строка и разрешающий столбец
- Линейное программирование применяется для:
  - построения «стратегической линии» развития
  - организации горизонтальных взаимодействий при управлении проектами
  - анализа программ в матричных структурах
  - оптимального распределения ограниченных ресурсов
- На очередной итерации симплекс-метода разрешающим элементом будет
  - отрицательно число
  - положительное число
  - любое число
  - наибольшее положительно число
- Задача линейного программирования решается графическим способом, если в задаче
  - одна переменная
  - две переменные
  - три переменные
  - четыре переменные
- Областью допустимых решений задачи линейного программирования является
  - вся плоскость
  - круг
  - выпуклый многоугольник
  - координатные оси

7. Максимум или минимум целевой функции находится
- в начале координат
  - на сторонах выпуклого многоугольника решений
  - внутри выпуклого многоугольника решений
  - в вершинах выпуклого многоугольника решений
8. В задаче об оптимальном распределении ресурсов дополнительная переменная  $X_{n+i}$  имеет экономический смысл:
- прибыль от реализации продукции  $i$  –го вида
  - прибыль от реализации 1 единицы продукции  $i$  – го вида
  - использованные ресурсы  $i$  – го вида
  - неиспользованные ресурсы  $i$  –го вида
9. В производственной задаче число переменных равно
- числу видов выпускаемой продукции
  - размеру прибыли
  - количеству денежных средств, затраченных на производство продукции
  - числу видов ресурсов
10. В задаче нелинейного программирования с ограничениями условно-стационарной точкой является точка
- удовлетворяющая всем ограничениям задачи
  - стационарная точка
  - стационарная точка, удовлетворяющая всем ограничениям задачи
  - удовлетворяющая ограничениям-равенствам

### Вопросы на зачете

- История возникновения, основные разделы и направления дисциплины.
- Математические модели и методы.
- Задачи безусловной и условной оптимизации. Математическое программирование.
- Линейное программирование (ЛП). Общая формулировка задачи ЛП.
- Свойства задач ЛП. Каноническая и стандартная формы задачи ЛП. Сведение канонической формы к стандартной.
- Минимизация и максимизация целевой функции. Основные элементы, этапы и правила составления математических моделей задач ЛП.
- Примеры задач ЛП: задача об использовании ресурсов, задача о диете, задача о загрузке оборудования, задача о раскрое материалов
- Геометрический смысл задачи ЛП. Этапы графического решения задачи ЛП.
- Построение области допустимых решений, основные случаи.
- Нахождение оптимального решения в области допустимых решений, основные случаи.
- Основные идеи и алгоритм симплекс-метода. Допустимое базисное решение задачи ЛП.
- Критерий оптимальности решения.
- Правило перехода к следующему решению.
- Метод искусственного базиса: основные идеи, алгоритм, возможные исходы.
- Симплекс-таблица. Решение задачи ЛП табличным симплекс методом.
- Общая постановка транспортной задачи (ТЗ). Открытая и закрытая модели.
- Допустимое базисное и оптимальное решения.
- Построение начального допустимого базисного решения методом северо-западного угла.
- Вычисление потенциалов для пунктов производства и пунктов потребления.



20. Признак оптимальности. Алгоритм метода потенциалов.
21. Вырожденное допустимое базисное решение и связность графа.
22. Динамическое программирование (ДП). Общая формулировка задачи ДП.
23. Аддитивная и мультипликативная целевая функция. Требования к задаче ДП.
24. Условно-оптимальные управления. Принцип Беллмана.
25. Основное рекуррентное соотношение ДП.
26. Схема решения задачи ДП.
27. Этапы составления математической модели ДП.
28. Графический метод решения задач целочисленного линейного программирования.
29. Решение задач целочисленного линейного программирования методом отсечений Гомори и методом ветвей и границ.
30. Графический метод решения задач дробно-линейного программирования (в частности, когда целевая функция не является однородной).
31. Решение задач дробно-линейного программирования симплекс-методом.
32. Основные понятия теории игр.
33. Основные предложения для игр двух лиц с нулевой суммой.
34. Верхнее и нижнее значение игры, условия седловой точки.
35. Смешанные стратегии.
36. Аналитическое решение игры 2 на 2.
37. Диагональные игры.
38. Доминирование стратегий.
39. Игры двух лиц с ненулевой суммой, понятие о кооперативных играх.
40. Выбор оптимальной стратегии в условиях неопределенности.
41. Многошаговые игры.

## **7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ**

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Корпоративная сеть и корпоративная электронная почта БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

## **8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ ИЛИ ЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образователь-

ной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## 9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

### 9.1 Литература

1. Горлач, Б.А. Исследование операций: учеб.пособие / Б.А. Горлач. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2013. – 441 с.(20)
2. Есипов Б.А. Методы исследования операций: учебное пособие / Б.А. Есипов. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2013. - 304 с (10)

### 9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Портал Электронная библиотека: диссертации - <http://diss.rsl.ru/?menu=disscatalog>.
2. Официальный интернет-портал правовой информации - <http://www.pravo.gov.ru/>
3. Сайт Президента РФ. - Режим доступа: <http://www.president.kremlin.ru>.
4. Сайт Правительства РФ. - Режим доступа: [www.government.ru](http://www.government.ru).
5. Сайт Министерства финансов РФ. - Режим доступа: [www.minfin.ru](http://www.minfin.ru).
6. Сайт Минэкономразвития РФ. - Режим доступа: <http://www.economy.gov.ru>.
7. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>.
8. Сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. - Режим доступа: <http://www.obrnadzor.gov.ru/ru>.
9. Сайт Министерства просвещения РФ. - Режим доступа: <https://edu.gov.ru>.
10. Сайт Министерства труда и социальной защиты РФ. – Режим доступа: <https://rosmintrud.ru>.
11. Сайт Федеральной службы государственной статистики РФ. - Режим доступа: [www.gks.ru](http://www.gks.ru).

### 9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа: <https://polpred.com/news>

## 10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office.

Разработчик: Ланина С.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент.

## 11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

**Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/20\_\_ уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2024 уч. г. на заседании кафедры экономики, управления и технологии (протокол № 9 от « 25 » мая 2022г.).

**Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.**

Рабочая программа дисциплины обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 уч. г. на заседании кафедры экономика, управления и технологии (протокол № 9 от «30» мая 2024 г.)

В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1	
№ страницы с изменением:	
Исключить:	Включить:
№ изменения: 2	
№ страницы с изменением:	
Исключить:	Включить: