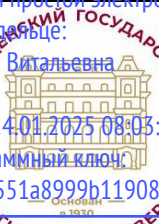


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Вера Витальевна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.01.2025 08:03:49  
Уникальный программный ключ:  
a2232a55157e576551a8999b119089af58989420420336ffb577a434a57789

	<b>МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ</b>
	<b>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»</b>
<b>ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА</b>	
<b>Рабочая программа дисциплины</b>	

**УТВЕРЖДАЮ**  
Декан  
физико-математического факультета  
ФГБОУ ВО «БГПУ»  
  
Т.А. Мерделина  
«23» июня 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины  
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ**

**Направление подготовки  
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ  
(с двумя профилями подготовки)**

**Профиль  
«ИНФОРМАТИКА»**

**Профиль  
«МАТЕМАТИКА»**

**Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята  
на заседании кафедры физического и  
математического образования  
(протокол № 10 от «22» июня 2022 г.)**

**Благовещенск 2022**

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....	3
2. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....	4
3. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) .....	5
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
5. ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....	7
6. ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	12
7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	16
8. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....	16
9. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....	17
10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....	17
11. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ.....	19

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** обучение студентов, специализирующихся в области математики, основам современной геометрии и ее приложениям. Дисциплина «Дополнительные главы геометрии» должна обеспечивать развитие у будущего математика достаточно широкого взгляда на геометрию и дать ему конкретные знания, которые необходимы для квалифицированного выполнения профессиональной деятельности.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Дополнительные главы геометрии» относится к дисциплинам предметного модуля по Математике части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1 (Б1.В.01.05).

Преподавание дисциплины связано с другими курсами государственного образовательного стандарта: «Геометрия», «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ».

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ПК-2:**

- **УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикаторами** достижения которой является:

- УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; индикаторами достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.** В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- понятие вектор-функции
- теорию кривых в евклидовом пространстве;
- теорию поверхностей в евклидовом пространстве;

**уметь:**

- уметь устанавливать основные теоретические и практические взаимосвязи.
- использовать математический аппарат геометрии, алгебры и математического анализа для решения конкретных задач;
- решать классические (« типовые») задачи по теории кривых и поверхностей в  $E^3$ ;

**владеть:**

- понятиями дифференциальной геометрии;
- алгоритмами поиска компонентов подвижного репера кривой, характеристик кривой и поверхности

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины** «Дополнительные главы геометрии» составляет 3 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (108 часов).

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

## 1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

### Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		<b>8</b>
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	22	22
Практические занятия	32	32
Лабораторные занятия		
Самостоятельная работа	54	54
Вид итогового контроля		<b>Зачет с оценкой</b>
Интерактив	12	12

## 2. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 2.1 Очная форма обучения

#### Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Линии в евклидовом пространстве	60	12	18	30
2.	Поверхности в евклидовом пространстве.	48	10	14	24
Экзамен					
<b>ИТОГО</b>		<b>108</b>	<b>22</b>	<b>32</b>	<b>54</b>

#### Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Поверхности в евклидовом пространстве (Первая квадратичная форма поверхности, ее приложения)	л	Чтение фрагментов лекции	2
2.	Линии в евклидовом пространстве. (Кривизна кривой)	п	Круглый стол: презентация	2
3.	Линии в евклидовом пространстве. (Кривизна и кручение пространственной кривой)	п	Работа в парах (решение задач).	2
4.	Линии в евклидовом пространстве. (Трехгранник Френе. Формулы Френе).	п	Работа в малых группах (защита проектов).	4
5.	Поверхности в евклидовом пространстве. (Полная и средняя кривизны поверхности)	п	Работа в группах	2
<b>ИТОГО</b>				<b>12</b>

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

#### Тема 1. Линии в евклидовом пространстве

Векторные функции скалярного аргумента. Понятие линии и гладкой линии в евклидовом пространстве. Касательная. Длина дуги. Кривизна и кручение кривой. Формулы Френе. Трехгранник Френе.

#### Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве

Векторные функции двух скалярных аргументов. Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна кривой на поверхности. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности. Поверхности постоянной кривизны. Классификация точек поверхности. Индикатриса Дюпена. Формула Эйлера. Предмет внутренней геометрии поверхности. Теорема Гаусса. Геодезические линии. Дефект геодезического треугольника. Асимптотические линии.

### 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 4.1 Общие методические рекомендации

Согласно учебного плана организация учебной деятельности по дисциплине «Дополнительные главы геометрии» предусматривает следующие формы: лекция, практическое занятие, самостоятельная работа, индивидуальная работа. Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на семинарах, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

#### 4.2 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

Курс лекций строится на основе четких понятий и формулировок, так, как только при таком походе студенты приобретают культуру абстрактного мышления, необходимую для высококвалифицированного специалиста в любой отрасли знаний, а также на разборе типовых задач и алгоритмов их решения. Необходимо избегать механического записывания текста лекции без осмысливания его содержания.

#### 4.3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к решению задач по формулам определенной темы.

#### 4.4. Методические указания к самостоятельной работе студентов

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

- регулярную проработку теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованной литературе;
- регулярную подготовку к практическим занятиям, в том числе выполнение домашних заданий;
- подготовка к решению индивидуальной работы.

В качестве образца решения задач следует брать те решения, которые приводились преподавателем на лекциях или выполнялись на практических занятиях. При появлении каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций. Критерием качества усвоения знаний могут служить аттестационные оценки по дисциплине и текущие оценки, выставяемые преподавателем в течение семестра. При подготовке к решению индивидуальных работ по определенному разделу дисциплины полезно выписать отдельно все формулы, относящиеся к данному разделу, и все используемые в них обозначения. Также при подготовке к решению индивидуальных работ следует просмотреть

конспект практических занятий и выделить все практические задания, относящиеся к данному разделу. Если задания на какие-то темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались не понятными), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений. Полезно при подготовке к индивидуальной работе самостоятельно решить несколько типовых заданий по соответствующему разделу.

#### 4.5. Методические указания к зачету с оценкой

Подготовку к экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса «Дополнительные главы геометрии» с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса «Дополнительные главы геометрии», содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

#### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Тема 1. Линии в евклидовом пространстве (Векторные функции скалярного аргумента).	Проработка теоретического материала по конспектам лекций Подготовка к практическим занятиям.	2
2.	Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Касательная к гладкой кривой)	Проработка теоретического материала по конспектам лекций Подготовка к практическим занятиям.	2
3.	Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Длина дуги кривой. Естественная параметризация.)	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Выполнение практического домашнего задания	4
4.	Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Кривизна и кручение кривой, геометрический и физический смыслы)	Подготовка к практическим занятиям. Подготовка сообщений	4
5.	Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Трехгранник Френе. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой)	Проработка теоретического материала по конспектам лекций. Выполнение практического домашнего задания	2
6.	Тема 1. Линии в евклидовом пространстве	Разноуровневые задачи и задания по теме «Кривая в $E^3$ »	16
7.	Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве (Понятие поверхно-	Проработка теоретического материала по конспектам	2

	сти. Касательная плоскость и нормаль к поверхности)	лекций. Выполнение практического домашнего задания	
8.	Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве (Первая квадратичная форма поверхности, ее приложения)	Подготовка сообщений (чтение фрагментов лекции)	6
9.	Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве (Внутренняя геометрия поверхностей)	Подготовка сообщений (Геометрии на поверхностях постоянной кривизны (исторический обзор))	4
10.	Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве.	Разноуровневые задачи и задания по теме «Поверхность в $E^3$ »	12
	<b>ИТОГО</b>		<b>54</b>

## 5. ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Практическое занятие № 1 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Векторные функции скалярного аргумента)»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти предел вектор-функции.
2. Исследовать вектор-функцию на непрерывность.
3. Найти производную вектор-функции.
4. Определить класс регулярности вектор-функций.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

### Практическое занятие № 2 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Понятие линии гладкой линии в евклидовом пространстве)»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти точки на кривой
2. Определить принадлежность точки кривой
3. Записать параметрические уравнения кривой
4. Построить кривую по ее заданию.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

### Практическое занятие № 3 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Касательная к гладкой кривой)»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти уравнение касательной к кривой при:
  - 1.1. векторном задании;
  - 1.2. параметрическом задании;
  - 1.3. явном задании;
  - 1.4. неявном задании
2. Найти угол поворота касательной.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 4 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Длина дуги кривой)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти длину дуги плоской кривой.
2. Найти длину дуги пространственной кривой
3. Составление функции длины дуги
4. Исследование свойств функции  $S = S(t)$

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 5 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Естественная параметризация)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Поиск направляющего вектора касательной
2. Исследовать параметризацию кривой.
3. Составить функцию длины дуги
4. Перейти к естественной параметризации кривой.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 6 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Кривизна кривой)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти вектор кривизны.
2. Найти радиус кривизны кривой.
3. Найти кривизну кривой при:
  - 3.1 векторном задании;



- 3.2 параметрическом задании;
- 3.3 явном задании.
- 4. Сравнить кривые по кривизне.
- 5. Составить функцию кривизны при естественной параметризации.
- 6. Найти центр кривизны кривой для данной точки кривой.
- 7. Составить уравнение соприкасающейся плоскости.
- 8. Найти угол поворота соприкасающейся плоскости при перемещении вдоль кривой.
- 9. Работа в парах (решение задач).

#### **Литература:**

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 7 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Кручение кривой)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Составить уравнения бинормали
2. Найти кручение кривой при:
  - 2.1 векторном задании;
  - 2.2 параметрическом задании;
  - 2.3 явном задании.
3. Составить вектор кручения
4. Выяснить является ли кривая плоской и найти ее плоскость.

#### **Литература:**

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 8 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Кривизна и кручение пространственной кривой)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти отношение кривизны и кручения кривой.
2. Исследовать при каком условии кривизна и кручение кривой равны.
3. Кривизна и кручение кривой, геометрический и физический смыслы (презентации)

#### **Литература:**

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 9 «Тема 1. Линии в евклидовом пространстве. (Трехгранник Френе. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой)»**

Основные типы задач, обрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти уравнение соприкасающейся плоскости при неявном задании кривой.
2. Найти уравнение нормальной плоскости.
3. Найти уравнение спрямляющей плоскости.
4. Найти уравнения главной нормали.
5. Составить формулы Френе.
6. Найти векторы базиса Френе.
7. Работа в малых группа
8. Составить функцию длины дуги, составить функцию  $T = t(s)$
9. Составить функцию кривизны при естественной параметризации.
10. Составить функцию кручения при естественной параметризации.
11. Составить натуральные уравнения кривой.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 10 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности)»**

Основные типы задач, обрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти частные производные вектор-функции двух переменных
2. Определить класс регулярности поверхности.
3. Найти уравнение касательной плоскости при:
  - 3.1 векторном задании поверхности;
  - 3.2 параметрическом задании;
  - 3.3 явном задании;
  - 3.4 неявном задании поверхности.
4. Составить уравнения нормали к поверхности.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

#### **Практическое занятие № 11 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Первая квадратичная форма поверхности, ее приложения)»**

Основные типы задач, обрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти коэффициенты I квадратичной формы поверхности.
2. Найти длину дуги кривой на поверхности.
3. Найти угол между кривыми на поверхности.
4. Найти площадь области на поверхности.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.

- Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

**Практическое занятие № 12 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Вторая квадратичная форма поверхности)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

- Найти коэффициенты II квадратичной формы поверхности при векторном задании поверхности.
- Найти коэффициенты II квадратичной формы поверхности при явном задании поверхности.

**Литература:**

- Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
- Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

**Практическое занятие № 13 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Кривизна кривой на поверхности)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

- Вычисление отношения первой квадратичной формы ко второй.
- Теорема Менье.
- Вычисление кривизны кривой на поверхности.
- Поиск угла между вектором нормали поверхности и вектором кривизны кривой.

**Литература:**

- Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
- Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

**Практическое занятие №14 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Главные направления. Главные кривизны)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии

- Найти главные кривизны поверхности.
- Найти нормальную кривизну поверхности.
- Найти главные направления на поверхности.
- Работа в парах (решение задач).

**Литература:**

- Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. – 352с.
- Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

**Практическое занятие № 15 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Полная и средняя кривизны поверхности)»**

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти полную кривизну поверхности при различных заданиях поверхности.
2. Найти среднюю кривизну поверхности при различных заданиях поверхности.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

### Практическое занятие № 16 «Тема 2. Поверхности в евклидовом пространстве. (Внутренняя геометрия поверхностей)»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Составить уравнение геодезической линии.
2. Составить уравнение асимптотической линии.
3. Составить уравнение индикатрисы Дюпена. Классификация точек поверхности
4. Формула Эйлера.

#### Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 2008. – Ч.2. –352с.
2. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с.

Всего: 32 часа

## 6. ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

### 6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1	Собеседование	Низкий (неудовлетворительно)	Студент отвечает неправильно, нечетко и неубедительно, дает неверные формулировки, в ответе отсутствует какое-либо представление о вопросе
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент отвечает неконкретно, слабо аргументировано и не убедительно, хотя и имеется какое-то представление о вопросе
		Базовый (хорошо)	Студент отвечает в целом правильно, но недостаточно полно, четко и убедительно
		Высокий (отлично)	Ставится, если продемонстрированы знание вопроса и самостоятельность мышления, ответ соответствует требованиям правильности, полноты и аргументированности.
УК-1,	Индивиду-	Низкий (неудовле-	Индивидуальная работа студенту не

ПК-2	альная работа	творительно)	засчитывается если студент: <ul style="list-style-type: none"> <li>• допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель;</li> <li>• или если правильно выполнил менее половины работы.</li> </ul>
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: <ul style="list-style-type: none"> <li>• не более двух грубых ошибок;</li> <li>• или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета;</li> <li>• или не более двух-трех негрубых ошибок;</li> <li>• или одной негрубой ошибки и трех недочетов;</li> <li>• или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.</li> </ul>
		Базовый (хорошо)	Если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: <ul style="list-style-type: none"> <li>• не более одной негрубой ошибки и одного недочета;</li> <li>• или не более двух недочетов.</li> </ul>
		Высокий (отлично)	Задание выполнено в максимальном объеме. Ответы полные и правильные. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;</li> <li>• Обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры;</li> <li>• Излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.</li> </ul>
УК-1, ПК-2	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Контрольная работа не засчитывается если студент: <ul style="list-style-type: none"> <li>• допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель;</li> <li>• или если правильно выполнил менее половины работы.</li> </ul>
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: <ul style="list-style-type: none"> <li>• не более двух грубых ошибок;</li> <li>• или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недоче-</li> </ul>

			та; <ul style="list-style-type: none"> <li>• или не более двух-трех негрубых ошибок;</li> <li>• или одной негрубой ошибки и трех недочетов;</li> <li>• или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.</li> </ul>
		Базовый (хорошо)	Если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: <ul style="list-style-type: none"> <li>• не более одной негрубой ошибки и одного недочета;</li> <li>• . или не более двух недочетов.</li> </ul>
		Высокий (отлично)	Если студент: <ul style="list-style-type: none"> <li>• выполнил работу без ошибок и недочетов;</li> <li>• допустил не более одного недочета.</li> </ul>

## 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет с оценкой.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

### Критерии оценивания ответа на зачете с оценкой

Оценка «5» (отлично) ставится, если:

1. полно раскрыто содержание материала билета;
2. материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;
3. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;
4. продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;
5. ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;
6. допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

1. в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;
2. допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию экзаменатора;
3. допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию экзаменатора.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1. неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;
2. имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;

3. при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей, или наиболее важной части учебного материала;
3. допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

### **6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины**

#### **6.3.1 Контрольные работы, индивидуальные работы**

**Индивидуальная работа по теме «Кривая в  $E^3$ »**

**Вариант № 0**

Дана кривая  $\gamma: \vec{r} = \{\sin t, \cos t, t\}$  и точка  $t_0 = \frac{\pi}{4}$ .

1. Установить параметризацию кривой.
2. Найти уравнения: касательной прямой; прямой главной нормали; прямой бинормали в точке  $t_0$ .
3. Найти уравнения: соприкасающейся плоскости, нормальной плоскости, спрямляющей плоскости в точке  $t_0$ .
4. Найти тройку базисных векторов в точке  $t_0$ .
5. Найти кривизну кривой в точке  $t_0$ .
6. Найти при каком значении параметра  $t$  кривизна равна 0.
7. Найти кручение кривой в точке  $t_0$ .

**Индивидуальная работа по теме «Поверхности в  $E^3$ »**

**Вариант № 0**

1. Дана поверхность  $\Phi: \begin{cases} x = v \cos u - \sin u \\ y = v \sin u + \cos u \\ z = u \end{cases}$  составить уравнение касательной плоскости в точке  $(u = \frac{\pi}{4}, v = 1)$ , найти вектор нормали к поверхности в этой точке.

сти в точке  $(u = \frac{\pi}{4}, v = 1)$ , найти вектор нормали к поверхности в этой точке.

2. Найти коэффициенты второй квадратичной формы поверхности  $z = \sin \frac{x}{y}$
3. Найти среднюю кривизну поверхности  $\Phi: z = \ln \cos x - \ln \cos y$ .

#### **6.3.2 Программа зачета**

1. Векторная функция скалярного аргумента.
2. Понятие линии. Гладкие кривые в  $E^3$
3. Уравнения кривой.
4. Касательная к регулярной кривой.
5. Длина дуги кривой.
6. Естественная параметризация.
7. Кривизна кривой.

8. Вычисление кривизны кривой в произвольной параметризации. Первая формула Френе.
9. Соприкасающаяся плоскость кривой.
10. Кручение кривой. Третья формула Френе.
11. Вывод формул для вычисления кручения в естественной параметризации. Вторая формула Френе.
12. Вывод формул для вычисления кручения в произвольной параметризации.
13. Сопровождающий трехгранник кривой.
14. Натуральные уравнения кривой.
15. Функция  $2^x$  аргументов, ее производная. Понятие поверхности.
16. Внутренние координаты точки. Уравнение линии на поверхности.
17. Касательная плоскость, ее уравнение. Нормаль к поверхности.
18. I квадратичная форма поверхности.
19. Длина дуги кривой на поверхности.
20. Угол между пересекающимися кривыми на поверхности.
21. II квадратичная форма поверхности.
22. Направления кривых. Нормальная кривизна.
23. Главные направления и главные кривизны.
24. Полная и средняя кривизна поверхности.
25. Классификация точек поверхности.
26. Поверхности постоянной кривизны.

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ**

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Корпоративная сеть и корпоративная электронная почта БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)»;
- Система «Антиплагиат.ВУЗ»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий;
- Тренажеры, виртуальные среды;
- Обучающие программы (перечислить при наличии).

## **8. ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материа-



лов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## 9. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

### 9.1 Литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2011. – 396 с. (61 экземпляр)
2. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов: в 2-х ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: КНОРУС, 2011– Ч.2. –352с. (64 экземпляра)
3. Александров, А.Д. Геометрия: учеб. пособие для студ. вузов / А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев. – М.: Наука, 1990. – 672 с. (6 экземпляров)
4. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.1. – 352 с. (18 экземпляров)
5. Вернер, А. Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. – Ч.2. – 320 с. (23 экземпляра)
6. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студ. вузов / С. А. Франгулов [и др.]. – 2-е изд., доп. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2014. – 256 с. (10 экземпляров)
7. Сборник задач по геометрии: учеб. пособие для студ. вузов / под ред. В. Т. Базылева. – 2-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 256 с. (10 экземпляров)
8. Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие для втузов / В.П. Минорский. – 15-е изд. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2006. – 336 с. (8 экземпляров)

### 9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». – Режим доступа: <http://www.window.edu.ru/>
2. Портал научной электронной библиотеки. – Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. Интернет-Университет Информационных Технологий. – Режим доступа: <https://intuit.ru>

### 9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: : <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: [h: https://polpred.com/news](https://polpred.com/news)

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным

обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами.

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus и т.п.

Разработчик: доцент кафедры физического и математического образования, к. ф.-м. н. Ермак. Н.В.

## 11. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

### Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2024/2025 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2024/2025 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от «24» мая 2024 г.).

### Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 20\_\_/20\_\_ уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 20\_\_/20\_\_ уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_ 20\_\_ г.). В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением:	
Исключить:	Включить:
№ изменения: 2 № страницы с изменением:	
Исключить:	Включить: