МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»

ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
Рабочая программа дисциплины

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана физико-математического факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»
__________________О.А. Днепровская
«22» мая 2019 г.

Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)

Профиль
«МАТЕМАТИКА»

Профиль
«ФИЗИКА»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Принята на заседании кафедры Физического и математического образования
(протокол № __9__ от «15» мая 2019 г.)

Благовещенск 2019

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: дать будущему педагогу основу теоретической подготовки, необходимой для анализа, моделирования и решения различных задач и для преподавания элементов этой дисциплины в школе. Данный курс состоит из трех разделов: «Случайные события», «Случайные величины», «Случайные процессы». Курс имеет общеобразовательное и прикладное значение, способствует формированию вероятностного мышления.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Теория вероятностей» относится к дисциплинам обязательной части (части, формируемой участниками образовательных отношений) блока Б1 (Б1.О.30). Преподавание курса связано с другими курсами государственного образовательного стандарта «Математический анализ», «Математическая статистика».

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ПК-2, ОПК-8:

- **УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикаторами** достижения которой является:
  - УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.
- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; индикаторами достижения которой является:
  - ПК-2.5 Применяет математический язык как универсальное средство построения модели явлений, процессов, для решения практических и экспериментальных задач, эмпирической проверки научных теорий.
- **ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний; индикаторами достижения которой является:
  - ОПК-8.3 Демонстрирует специальные научные знания в том числе в предметной области.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- знать:

основные определения, теоремы и методы теории вероятностей, их практическое применение для решения прикладных задач;

- уметь:

- использовать теоремы, правила и методы исследования для решения задач теории вероятностей.

- владеть:

навыками решения типовых задач.

Преподавание данной дисциплины направлено на достижение следующих ***воспитательных целей:*** активизацию личностного саморазвития будущего педагога, его личностно-профессиональное становление, включающее формирование профессиональных компетенций; формирование культуры умственного труда студента: культуры мышления (проявляющейся в умениях анализа и синтеза, сравнения и классификации, абстрагирования и обобщения, «переноса» полученных знаний и приемов умственной деятельности в различные новые условия); устойчивого познавательного интереса, умения и навыков творческого решения познавательных задач; рациональных приемов и методов самостоятельной работы по добыванию знаний; гигиены умственного труда и его педагогически целесообразной организации, умения разумно использовать свое время и время одногруппников.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей» составляет 5 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (180 часов):

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 5
Общая трудоемкость	144	144
Аудиторные занятия	72	72
Лекции	28	28
Практические занятия	44	44
Самостоятельная работа	72	72
Вид итогового контроля	-	экзамен

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 Очная форма обучения

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
	РАЗДЕЛ I. **Случайные события.**	**68**	**12**	**22**	**34**
1.	История развития теории вероятностей.	2	1	-	1
2.	Основные понятия теории вероятностей.	22	3	8	11
3.	Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.	16	2	6	8
4.	Повторение испытаний.	24	4	8	12
5.	Аксиоматическое построение теории вероятностей.	4	2	-	2
	РАЗДЕЛ II. **Случайные величины.**	**60**	**12**	**18**	**30**
6.	Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ.	28	6	8	14
7.	Нормальное распределение.	10	2	3	5
8.	Закон больших чисел.	10	2	3	5
9.	Двумерные случайные ве-	12	2	4	6

	личины.				
	РАЗДЕЛ III. **Случайные процессы.**	**16**	**4**	**4**	**8**
10.	Основные представления. Марковские процессы. Простейший поток событий.	16	4	4	8
	экзамен	36			
ИТОГО		**180**	**28**	**44**	**72**

Интерактивное обучение по дисциплине

№	**Наименование тем (разделов)**	**Вид занятия**	**Форма интерактивного занятия**	**Кол-во часов**
1.	Раздел 1 «Случайные события»		работа в малых группах	6
2.	Раздел 2 «Случайные величины»		Работа в малых группах	6
3.	Раздел 3 «Случайные процессы»		работа в малых группах	2
ИТОГО				**14**

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

РАЗДЕЛ I. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

Тема 1. История развития теории вероятностей

Основные этапы развития теории вероятностей. Вклад русской математической школы в развитие теории вероятностей.

Тема 2. Основные понятия теории вероятностей

Испытания и события. Виды случайных событий. Соотношения между событиями. Полная группа событий. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.

Тема 3. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия

Теорема сложения вероятностей. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Свойства независимых событий. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного события. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.

Тема 4. Повторение испытаний

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли: теорема Пуассона, локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема и формула Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Тема 5. Аксиоматическое построение теории вероятностей

Понятие алгебры событий, сигма-алгебры событий. Аксиомы, определяющие вероятность события. Свойства, следующие из аксиом. Свойство непрерывности вероятности. Возможность замены аксиомы счетной аддитивности свойством непрерывности вероятности.

РАЗДЕЛ II. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Тема 1. Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин

Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Законы распределения ДСВ. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. Функция распределения вероятностей СВ и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной СВ, свойства плотности вероятности. Вероятностный смысл плотности вероятности. Равномерное распределение.

Математическое ожидание дискретной и непрерывной СВ, его свойства. Вероятностный смысл математического ожидания. Дисперсия дискретной и непрерывной СВ, её свойства. Среднее квадратическое отклонение СВ. Математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющих распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное.

Тема 2. Нормальное распределение

Плотность вероятности нормально распределенной СВ. Числовые характеристики нормально распределенной СВ. График плотности вероятностей нормально распределенной СВ. Вероятность попадания СВ в заданный интервал. Вероятность отклонения нормальной СВ от математического ожидания. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.

Тема 3. Закон больших чисел

Понятие о законе больших чисел. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее следствие. Теорема Бернулли и ее следствие (теорема Пуассона).

Тема 4. Двумерные случайные величины

Понятие о системе случайных величин. Матрица распределения двумерной СВ. Функция распределения двумерной СВ и ее свойства. Плотность распределения двумерной СВ и ее свойства. Кривые регрессии (условные математические ожидания). Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики систем двух случайных величин. Ковариация. Коэффициент корреляции.

РАЗДЕЛ III. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Тема 1. Случайные процессы. Основные понятия.

Основные представления о случайных процессах. Марковские процессы. Простейший поток событий.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Согласно учебного плана организация учебной деятельности по дисциплине «Теория вероятностей» предусматривает следующие формы: лекция, практическое занятие, самостоятельная работа, контрольная работа. Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на семинарах, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

Рабочая программа призвана помочь студентам физико-математического факультета в организации самостоятельной работы по освоению курса теории вероятностей. Его преподавание имеет целью дать будущему учителю математики основу теоретической подготовки, необходимой для анализа и решения практических задач, а также для преподавания элементов теории вероятностей в школе.

Учебно-методические материалы по подготовке практических занятий содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для решения в группе и задания для самостоятельной работы.

В рабочей программе представлены примерные варианты контрольных и самостоятельных работ, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала.

4.2 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

Курс лекций строится на основе четких понятий и формулировок, так как только при таком походе студенты приобретают культуру абстрактного мышления, необходимую для высококвалифицированного специалиста в любой отрасли знаний, а также на разборе типовых задач и алгоритмов их решения. Необходимо избегать механического записывания текста лекции без осмысливания его содержания.

4.3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

При изучении теории вероятностей полезны следующие рекомендации:

- При вычислении классической вероятности следует действовать по предложенной в лекционном материале схеме. Затруднения при вычислении классической вероятности чаще возникают из-за неумения дифференцировать испытание и событие, которое должно произойти в результате испытания. Также следует повторить элементы комбинаторики, знание которых необходимо для отыскания общего числа случаев и числа случаев, благоприятствующих появлению события.
- При представлении события в виде комбинации нескольких событий необходимо «проговаривать» записываемые комбинации: вместо логической связки «и» между событиями ставим знак умножения, вместо «или» - знак сложения. При вычислении вероятности суммы событий проверяем слагаемые на совместность, а при вычислении вероятности произведения событий. проверяем сомножители на зависимость.
- При вычислении вероятности числа успехов в серии из независимых испытаний Бернулли также следует придерживаться схемы решения. Следует обратить внимание на то, что вероятность успеха в одном испытании никак не связана с числом испытаний.
- При выборе формулы для вычисления вероятности числа успехов в серии из независимых испытаний Бернулли (формула Бернулли, локальная формула Муавра-Лапласа, формула Пуассона, интегральная формула Лапласа) следует хорошо знать условия теорем, из которых вытекает та или иная формула; также можно пользоваться схемой, предложенной в лекционном материале.
- Следует помнить, что залог успешного решения задач в теории вероятностей – хорошее знание теоретического материала.

4.4. Методические указания к самостоятельной работе студентов

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

–регулярную (еженедельную) проработку теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованной литературе;

–регулярную (еженедельную) подготовку к практическим занятиям, в том числе выполнение домашних заданий;

–подготовка к контрольной работе и ее успешное выполнение.

В качестве образца решения задач следует брать те решения, которые приводились преподавателем на лекциях или выполнялись на практических занятиях. При появлении каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций. Критерием качества усвоения знаний могут служить аттестационные оценки по дисциплине и текущие оценки, выставляемые преподавателем в течение семестра. При подготовке к контрольной работе по определенному разделу дисциплины полезно выписать отдельно все формулы, относящиеся к данному разделу, и все используемые в них обозначения. Также при подготовке к контрольной работе следует просмотреть конспект практических занятий и выделить в практические задания, относящиеся к данному разделу. Если задания на какие–то темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались не понятыми), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений. Полезно при подготовке к контрольной работе самостоятельно решить несколько типичных заданий по соответствующему разделу. В каждом семестре предусматривается проведение одной контрольной работы.

4.5. Методические указания к экзамену

Подготовку к экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса математического анализа с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса теории вероятностей, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
Раздел I. Случайные события			
1.	**Тема 1.** История развития теории вероятностей.	Конспектирование дополнительной литературы	1
2.	**Тема 2.** Основные понятия теории вероятностей.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Работа со школьными учебниками Самостоятельная работа по теме «Классическое определение вероятности»	8
3.	**Тема 3.** Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Работа со школьными учебниками. Самостоятельная работа по теме «Теоремы умножения и сложения вероятностей»	8
4.	**Тема 4.** Повторение испытаний.	Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам. Выполнение домашних работ. Выполнение лабораторных работ по теме «Повторение испытаний»	12
5.	**Тема 5.** Аксиоматическое построение теории вероятностей.	Конспектирование учебников	2
6.	**Тема 6.** Геометрическая вероятность	Подготовка к практическим занятиям Самостоятельная работа «Гео-	3

		метрическое определение вероятности»	
Раздел II. Случайные величины			
7.	**Тема 1.** Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Конспектирование учебников работы студентов в малых группах по темам «Дискретные случайные величины», «Непрерывные случайные величины»	14
8.	**Тема 2.** Нормальное распределение.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. работы студентов в малых группах по теме «Нормальное распределение»	5
9.	**Тема 3.** Закон больших чисел.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	5
10.	**Тема 4.** Двумерные случайные величины.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Индивидуальная работа по теме «Случайные величины»	6
Раздел III.Случайные процессы			
11.	**Тема 1**. Основные представления. Марковские процессы. Простейший поток событий.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	8
	ИТОГО		**72**

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Раздел I. Случайные события
Тема 2. Основные понятия теории вероятностей

Практическое занятие № 1 «События. Действия над событиями»

1. Событие A – «появление 6 очков при бросании игральной кости», событие B – «появление от 2 до 6 очков при бросании игральной кости». В чем состоит событие $A \bigcup B$, $A \bigcap B$?

2. Произвольно выбираем два числа. Событие A – «выбранные числа кратны двум», событие B – «выбранные числа кратны трем». В чем состоят события $A \cap B$, $A \bigcup B$?

3. Рассмотрим события: A – «появление нечетного числа очков при бросании кубика», B – «непоявление трех очков при бросании кубика», C – «непоявление пяти очков при бросании кубика», D – «появление четырех очков». В чем состоят события: $A \cap B \cap C$, $A \cap D$, $\overline{D}$, $\overline{C} \bigcap \overline{B}$, $\overline{C} \bigcup \overline{B}$?

4. Турист из пункта А в пункт В может попасть двумя дорогами. Обозначим события: A_1 – «турист пошел первой дорогой», A_2 – «турист пошел второй дорогой». Из пункта В в пункт С ведут три дороги. Обозначим события: B_1 – «турист пошел первой дорогой», B_2 – «турист пошел второй дорогой», B_3 – «турист пошел третьей дорогой». Применяя понятия объединения и пересечения, а так же противоположного события, постройте события, состоящие в том, что: 1) от А до В он выбрал дорогу наугад, а от В до С он пошел третьей дорогой; 2) от А до В он пошел первой дорогой, а от В до С – дорогой, выбранной наугад; 3) от А до В он пошел не первой дорогой, а от В до С – не третьей; 4) он дошел от А до С.

5. Наугад отобранная деталь может оказаться или первого сорта (событие A), или второго (событие B), или третьего (событие C). В чем состоят события: $A \bigcup B$, $\overline{A \bigcup C}$, $A \bigcap C$?

6. Справедливы ли равенства: а) $\overline{A} \bigcup \overline{B} = \overline{A \bigcup B}$, б) $\overline{A \bigcup B \bigcup C} = \overline{A} \bigcap \overline{B} \bigcap \overline{C}$, в) $\overline{A \bigcup B \bigcup C} = \overline{A \bigcap B \bigcap C}$.

7. Пусть A, B и C – случайные события, выраженные элементарными событиями одного и того же пространства элементарных событий. Запишите такие события: а) произошло только A, б) произошло одно и только одно из данных событий, в) произошло два и только два из данных событий, г) произошли все три события, д) произошло хотя бы одно из данных событий, е) произошло не более двух событий.

8. Событие A означает, что хотя бы одна из имеющихся 15 электрических лампочек нестандартная. Что означает событие $\overline{A}$?

9. Какие из следующих пар событий противоположны: 1) экзамен студентом сдан на «отлично»; сдан на «неудовлетворительно», 2) появление шести очков при бросании игрального кубика; появление одного очка, 3) при двукратном бросании монеты дважды появился герб; хотя бы один раз появилась решка?

10. Какие из следующих событий несовместны, а какие совместны: 1) A – выпало четное число очков, B – выпало нечетное число очков; 2) A – выпало нечетное число очков, В – выпало число очков, кратное трем; 3) A - выпало простое число очков, B - выпало четное число очков?

Практическое занятие № 2 «Классическое определение вероятности»

1. Монета искривлена, поэтому вероятность выпадения цифры втрое больше вероятности выпадения герба. Чему равны эти вероятности?

2. Игральная кость налита свинцом, в результате чего вероятность выпадения каждого числа очков обратно пропорциональна этому числу. Найдите вероятностное пространство для этого испытания.

3. Вероятность выигрыша партии в шахматы мастером А у перворазрядника В втрое больше вероятности того, что партия кончится вничью, а вероятность ничейного исхода вдвое больше, чем проигрыша мастера. Найдите вероятностное пространство для этого испытания.

4. Маша и Миша хотят определить, кто будет мыть сегодня посуду, следующим образом: каждый из них бросает кубик; если сумма очков, выпавших на двух кубиках, будет нечетной, то посуду будет мыть Маша, если – четной, то Миша. Но Миша решил, что тогда его шансы мыть посуду больше. Он рассуждал таким образом: «Ты, Маша, будешь мыть посуду, если общее число очков, выпавших на двух кубиках, будет нечетным. Таких случаев пять: 3, 5, 7, 9, 11. Я буду мыть посуду, если это число будет четное. Таких случаев шесть: 2, 4, 6, 8, 10, 12, то есть больше». Прав ли Миша?

5. На 5 карточках написано по одной цифре из набора 1, 2, 3, 4, 5. Наугад выбираются одна за другой две карточки. Какова вероятность того, что число на второй карточке больше, чем на первой?

6. Из пяти отрезков длиной 1, 3, 5, 7 и 9 наудачу выбирают три. Какова вероятность того, что из них можно построить треугольник?

7. Замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 6 секторов, отмеченных цифрами. Замок может быть открыт только в том случае, если все диски занимают определенные положения относительно корпуса замка, их цифры образуют определенное число, составляющее «секрет» замка. Какова вероятность открыть замок, установив произвольную комбинацию цифр?

8. Для дежурства на вечере путем жеребьевки выделяется 5 человек. Вечер проводит комиссия, в составе которой 21 юноша и 2 девушки. Найти вероятность т ого, что в число дежурных войдут обе девушки.

9. Из колоды (36 листов) извлекаются 2 карты. Определить вероятность того, что это будут: а) карты разной масти; б) одинаковые карты разной масти; в) 2 туза.

10. Четырем игрокам раздается поровну колода из 36 карт. Определите вероятность того, что каждый игрок получит карты только одной масти.

11. На книжной полке произвольным образом расставлены 4 книги по теории вероятностей и 3 книги по теории множеств. Какова вероятность того, что книги по одному и тому же предмету окажутся рядом?

12. В ящике лежат 13 зеленых, 10 красных и 7 синих одинаковых на ощупь шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Чему равна вероятность того, что вынули 3 зеленых, 2 красных и 3 синих шара.

13. На карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Наугад берут 4 карточки и выкладывают их в ряд. Какова вероятность того, что: 1) получится четное число, 2) получится число 1234?

14. Девять студентов университета случайным образом расселяются в общежитии по три человека в трех комнатах. Какова вероятность того, что два поссорившихся студента не будут жить в одной комнате?

Практическое занятие № 3 «Классическое определение вероятности»

Занятие проводится в интерактивной форме. Студенты разбиваются на малые группы и работают со школьными учебниками и контрольно-измерительными материалами для подготовки к ЕГЭ И ГИА. Подбираются задачи по теме «Классическое определение вероятности» для работы со школьниками. Решения задач обсуждаются и записываются в соответствии с методикой подачи материала в школе. В конце занятия каждая малая группа представляет свою работу преподавателю.

Практическое занятие № 4 «Геометрическое определение вероятности»

Занятие проводится в интерактивной форме. Студенты разбиваются на малые группы и работают по карточкам. В конце занятия или на консультации студенты защищают свою работу перед преподавателем.

1. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих пароходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода - один час, а второго – два часа.

2. Наудачу выбираются два числа x и y так, что сумма их квадратов меньше 20. Какова вероятность того, что число x окажется по абсолютной величине меньше двух, а число y окажется положительным, но меньше, чем квадрат числа x?

3. На окружности радиуса R наудачу поставлены три точки A, B и C. Какова вероятность того, что треугольник ABC остроугольный?

4. На окружности радиуса R поставлена точка A. Какова вероятность того, что брошенная на окружность точка B окажется от точки A на расстоянии R?

5. Проволоку длиной 20 см сгибают в наудачу выбранной точке. Затем проволоку сгибают так, чтобы получить прямоугольник. Какова вероятность того, что площадь полученного прямоугольника будет меньше 21 кв.см?

6. На шахматную доску 100 раз бросили монету радиусом 1 см. В 64 случаях монета целиком оказывалась внутри какой-нибудь клетки. Оцените размер одной клетки шахматной доски.

Тема 3. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия

Практическое занятие № 5 по теме «Теоремы сложения и умножения вероятностей»

1. Вероятность выигрыша по билету одной лотереи равна 0,08, а по билету другой – 0,09. Какова вероятность того, что лицо, купившее по одному билету каждой лотереи, выиграет по обоим билетам?

2. Вероятность улучшения спортсменом личного достижения по прыжку с шестом равна 0,2. Чему равна вероятность того, что он улучшит свой результат, если ему предоставлена возможность прыгать два раза?

3. Вероятность выполнения обязательств за первый квартал по реализации готовой продукции одним заводом – 0,9, другим – 0,95. Какова вероятность того, что хотя бы один из заводов выполнит свои обязательства, если они реализуют свою продукцию независимо друг от друга?

4. По шоссе в сторону бензоколонки движутся три машины. Вероятность того, что к бензоколонке подъедет для заправки первая машина, равна 0,7, вторая – 0,3 и третья – 0,5. Найдите вероятности того, что к бензоколонке для заправки а) подъедет только вторая машина, б) подъедет одна машина, в) подъедут все три машины, г) подъедут не более двух машин, д) подъедет хотя бы одна машина.

5. Какова вероятность того, что наудачу взятая дробь A/B, где A и B – n-значные целые числа (n=2,3,4,…), сократится на 2?

6. В экзаменационные билеты включено по два теоретических вопроса и одна задача. Всего составлено 28 билетов, содержащих разные вопросы и задачи. Студент подготовил только 50 теоретических вопросов и сможет решить задачи к 22-м билетам. Какова вероятность того что, вынув наудачу билет, студент ответит на все вопросы?

7. Два станка работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы в течение часа для первого станка равна 0,75, а для второго – 0,8. Какова вероятность того, что в течение часа будет: а) нарушение в работе только одного станка; б) нарушение в работе двух станков; в) нарушение в работе хотя бы одного станка?

8. 10 участников собрания носят галоши одинакового размера. Уходя с собрания домой, они вынуждены одевать галоши в темном коридоре, поэтому не могут отличить своих галош от чужих. Чему равна вероятность того, что каждый из участников собрания вернется домой в своих галошах?

9. Какова вероятность извлечь из колоды в 52 карты фигуру любой масти или карту пиковой масти? (фигурой называется валет, дама или король)

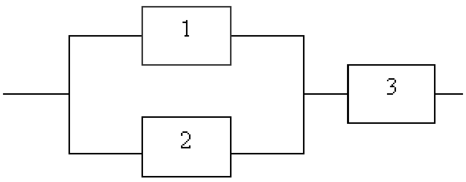
10. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что придется производить четвертый опыт.

11. Пусть $p(AB)=\dfrac{1}{4}$, $p(\overline{A})=\dfrac{1}{3}$, $p(B)=\dfrac{1}{2}$. Найдите $p(A+B)$.

12. Пусть $p(A)=\frac{1}{2}$, $p(B)=\frac{2}{3}$. Совместны ли события А и В?

13. Два охотника стреляют в волка, причем каждый делает по одному выстрелу. Для первого охотника вероятность попадания в цель 0,7, для второго – 0,8. Какова вероятность попадания в волка?

14. Вероятности безотказной работы для элементов 1, 2 и 3 на рисунке соответственно равны 0,3; 0,5 и 0,8. Какова вероятность того, что цепь будет работать?



15. В коробке имеется 2 красных, 3 синих и 2 зеленых карандаша. Из нее наудачу без возвращения вынимают один за другим по одному карандашу. Найти вероятность того, что красный карандаш появится раньше синего?

16. Из 30 учащихся юношеской спортивной школы 12 человек занимаются баскетболом, 15 – волейболом, 5 – волейболом и баскетболом, а остальные – другими видами спорта. Какова вероятность того, что наудачу выбранный спортсмен занимается только волейболом или только баскетболом?

17. и выиграет, если появится хотя бы одна шестерка. Кто чаще выигрывал?

Практическое занятие № 6 по теме «Формула полной вероятности. Формулы Бейеса»

1. Имеются два одинаковых ящика с шарами. В первом ящике 2 белых и 1 черный шар, во втором – 1 белый и 4 черных шара. Наудачу выбирают один ящик и вынимают из него

шар. Какова вероятность, что вынутый шар окажется белым?

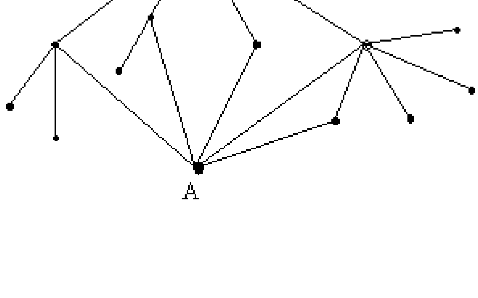
2. В цехе работают 20 станков. Из них 10 – марки А, 6- марки В, 4 – марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным, для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?

3. На карточках написаны буквы, образующие слово «комбинаторика», но две карточки из этого набора утеряны. Наудачу извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что на ней окажется гласная буква?

4. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

5. Имеются две урны: в первой 3 белых шара и 2 черных; во второй 4 белых и 4 черных. Из первой урны во вторую перекладывают, не глядя, два шара. После этого из второй урны берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

6. На рисунке изображена схема дорог. Туристы вышли из пункта О, выбирая дорогу наугад. Какова вероятность того, что они попадут в пункт А?



7. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

8. Турист, заблудившись в лесу, вышел на полянку, от которой в разные стороны ведут 5 дорог. Если турист пойдет по первой дороге, то вероятность выхода его из леса в течение часа составляет около 0,6; если по второй – 0,3; если по третьей – 0,2; если по четвертой – 0,1; если по пятой – 0,1. Какова вероятность того, что турист пошел по первой дороге, если через час он вышел из леса?

9. На фабрике, изготовляющей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. 1) Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный? 2) Случайно выбранный из продукции болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он был произведен первой, второй, третьей машиной?

10. Предположим, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

11. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что эта машина грузовая.

12. Имеется три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй, третьей партиях соответственно равно 20, 15, 10. Из наудачу взятой партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. После возвращения детали в партию из этой же партии вторично наудачу извлекли деталь, которая также оказалась стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

13. Решите предыдущую задачу, если первая извлеченная из партии деталь назад не возвращалась.

14. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,6; 0,5 и 0,4. (Гипотезы: H_1 – третий стрелок поразил мишень, H_2 – третий стрелок не попал в мишень.)

15. Определить вероятность того, что 100 лампочек, взятых наудачу из 1000, окажутся исправными, если известно, что число испорченных лампочек на 1000 штук равновозможно от 0 до 5. ($\dfrac{C_{1000-\kappa}^{100}}{C_{1000}^{100}} \approx 0{,}9^{\kappa}$; гипотезы H_κ – имеется κ бракованных лампочек) (ответ: 0,78)

16. См. задачу 15. Из взятых наудачу 100 лампочек все оказались исправными. Какова вероятность того, что среди 1000 лампочек нет ни одной неисправной? (ответ: 0,214)

Практическое занятие № 7 «Теоремы сложения и умножения вероятностей», «Формула полной вероятности»

Занятие проводится в интерактивной форме. Студенты разбиваются на малые группы и работают со школьными учебниками и контрольно-измерительными материалами для подготовки к ЕГЭ И ГИА. Подбираются задачи по теме лабораторной работы для работы со школьниками. Особое внимание уделяется построению вероятностного дерева при решении задач. Решения задач обсуждаются и записываются в соответствии с методикой подачи материала в школе. В конце занятия каждая малая группа представляет свою работу преподавателю.

Тема 4. Повторение опытов

Практические занятия № 8 и 9 «Повторение опытов»

1. В некотором приборе 10 ламп. Для любой лампы вероятность того, что она останется исправной в течение года, равна a. Какова вероятность того, что: 1) в течение года останется исправной одна лампа; 2) в течение года выйдет из строя одна лампа; 3) в течение года хотя бы одна лампа выйдет из строя; 4) в течение года выйдут из строя от 2 до 4 ламп?

2. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти наугад взятых изделий: а) нет ни одного испорченного, б) будут два испорченных.

3. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из случайно взятых в этом месяце 8 дней 3 дня окажутся дождливыми?

4. Для прядения смешаны поровну белый и окрашенный хлопок. Какова вероятность среди пяти случайно выбранных волокон смеси обнаружить менее двух окрашенных?

1. Найдите вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7?

2. Вы играете в шахматы с равным по силе партнером. Чего следует больше ожидать: трех побед в четырех партиях или шести побед в восьми партиях?

3. Батарея дала 14 выстрелов по объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность этого числа попаданий.

4. При проведении некоторого испытания вероятность появления ожидаемого результата 0,01. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью 0,5 можно было бы ожидать хотя бы одного появления этого результата?

5. Вероятность получения удачного результата при производстве сложного химического опыта равна 2/3. Найти наивероятнейшее число удачных опытов, если общее их количество равно 7.

6. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из орудия равна 0,8. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы вероятнейшее число попаданий было равно 20?

7. Какова вероятность получения на экзамене не менее 70% правильных ответов при простом отгадывании на экзамене, состоящем в определении истинности или ложности 10 утверждений?

8. Контрольная работа состоит из четырех вопросов. На каждый вопрос приведено 5 ответов, один из которых правильный. Какова вероятность того, что при простом угадывании правильный ответ буден дан на три вопроса?

9. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет на 5 веретенах.

10. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 800 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 5 абонентов?

11. Имеется общество из 500 человек. Найти вероятность того, что у двух человек день рождения придется на Новый год.

12. Вероятность появления успеха в каждом испытании равна 0,25. Какова вероятность того, что при 300 испытаниях успех наступит: а) ровно 75 раз, б) ровно 85 раз?

13. Вероятность того, что на странице книги могут оказаться опечатки, равна 0,0025. Проверяется книга, содержащая 800 страниц. Найдите вероятность того, что с опечатками окажется: а) 5 страниц, б) от трех до пяти страниц?

14. В первые классы должно быть принято 200 детей. Определить вероятность того, что среди них окажется 100 девочек, если вероятность рождения мальчика равна 0,515.

15. Вероятность выигрыша на один билет денежной лотереи равна 0,02. Какова вероятность того, что из 100 билетов выигрыш выпадет: а) на 2 билета, б) хотя бы на один билет, в) на 2 или 3 билета?

16. Какова вероятность того, что в столбике из 100 наугад отобранных монет число монет, расположенных «гербом» вверх, будет от 45 до 55?

17. Производство дает 1% брака. Какова вероятность того, что из взятых на исследование 1100 изделий выбраковано будет не больше 17?

18. Вероятность появления успеха в каждом из 625 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что частота появления успеха отклонится по абсолютной величине от его вероятности не более чем на 0,04.

19. Сколько нужно произвести опытов с бросанием монеты, чтобы с вероятностью 0,92 можно было бы ожидать отклонение частоты появления «герба» от теоретической вероятности 0,5 на абсолютную величину, меньшую, чем 0,01?

20. Вероятность появления успеха в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число ε, что с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения частоты появления успеха от его вероятности 0,8 не превысит ε.

21. Вероятность того, что смерть человека произойдет на 21-ом году жизни равна 0,006. Застраховано 1000 двадцатилетних. Годовой взнос составляет 15 рублей с каждого. В случае смерти застрахованного его родственникам выплачивается 1200 рублей. Какова вероятность того, что в конце года выплата по страховкам превысит сумму страховых взносов?

22. В поселке А 2500 жителей. Каждый из них примерно 6 раз в месяц ездит на поезде в город В, выбирая дни поездок по случайным мотивам независимо от остальных. Какую наименьшую вместительность должен иметь поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще одного раза в 100 дней? (Поезд идет один раз в сутки).

Практическое занятие № 10 «Повторение опытов» (Лабораторная работа)

В процессе выполнения лабораторной работы используется функция БИНОМ.РАСП мастера функций f_x пакета Excel.

На второй лабораторной работе студенты выполняют в парах следующие задания.

Задание 1

Проводится серия из 10 испытаний. В каждом из них вероятность появления события А постоянна и равна 0,3. Определить с помощью функции БИНОМ.РАСП мастера функций f_xпакета Excelвероятность того, что событие А появится 7 раз; не более 5 раз.

Задание 2

Ученик не подготовился к тесту и поэтому отвечает на вопросы теста наугад. Составьте ряд распределения числа правильных ответов, если тест состоит из 7 вопросов, к каждому вопросу дается 4 ответа, причем только один из них верный.

Всевозможные вероятности вычислите с помощью функции БИНОМ.РАСП мастера функций f_xпакета Excel.

Задание 3

Ученик не подготовился к тесту и поэтому отвечает на вопросы теста наугад. Начиная с какого числа правильных ответов, ученику можно ставить положительную оценку? Заполните таблицу, если тест состоит из n вопросов, к каждому вопросу дается m ответов, причем только tиз них верных:

n	*m*	*t*	*p*	*Число ответов, начиная с которого можно ставить положительную оценку*
5	2	1		
5	3	1		
5	4	1		
5	4	2		
6	2	1		
6	3	1		
6	4	1		
6	4	2		
7	2	1		
7	3	1		
10	2	1		
10	3	1		
10	4	1		
12	2	1		
12	3	1		
15	2	1		
20	2	1		

Для вычислений используйте функцию БИНОМ.РАСП мастера функций f_xпакета Excel.

Практическое занятие № 11 «Повторение опытов»

Студенты работают со школьными учебниками для классов с углубленным изучением математики и рассматривают задачи по изучаемой теме с точки зрения методики подачи материала в школе. Решения некоторых задач представляются малой группой в конце занятия для обсуждения с другими студентами.

Раздел II. Случайные величины

<u>Тема 1. Виды случайных величин. Функция распределения и плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайных величин</u>

Практические занятия № 12, 13 «Дискретные случайные величины»

1. Дискретная случайная величина X задана таблицей распределения:

X	0	2	4
p	0,3	0,5	0,2

Построить многоугольник распределения случайной величины. Найти числовые характеристики случайной величины. Найти функцию распределения случайной величины и построить ее график.

2. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Составьте закон распределения вероятностей случайной величины, означающей число выстрелов, если вероятность попадания при одном выстреле 0,2. Сколько раз в среднем придется стрелять охотнику?

3. Проверяемая книга насчитывает 800 страниц, а вероятность того, что на странице могут оказаться опечатки, равна 0,0025. Найдите $M(X)$, $D(X)$, если X означает число страниц с опечатками.

4. Найти $M(X)$ числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 40 билетов, причем вероятность выигрыша равна 0,05.

5. Производится 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,2. Найти дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях.

6. Вероятность обрыва нити в течение времени t на каждом веретене одинакова и равна 0,005. Среднее число обрывов нитей за время t равно 5. Сколько веретен обслуживает прядильщица?

7. У дежурного гостиницы в кармане 8 различных ключей от разных комнат. Вынув наугад ключ, он пробует открыть дверь одной из комнат. Сколько раз в среднем ему придется пробовать открывать эту комнату, если: 1) проверенный ключ не кладется обратно в карман; 2) проверенный ключ кладется обратно в карман?

8. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

X	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
p	0,2	0,7	0,1

Построить ряд распределения случайной величины $Y=\sin X$, найти $M(Y)$, $D(Y)$.

Практическое занятие № 14 «Непрерывные случайные величины»

1. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & если \quad x<2 \\ (x-2)^2, & если \quad 2\le x\le 3. \\ 1, & если \quad x>3 \end{cases}$$

Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) вероятность попадания величины X в интервал (1;2,5); в) найти $M(X)$, $D(X)$, σ.

2. Дана интегральная функция случайной величины X:

$$F(x)=\begin{cases} 4^x & при \quad x\le 0 \\ 0 & при \quad x>0 \end{cases}.$$

а) Найти плотность вероятности $f(x)$; б) вычислить вероятность того, что в результате испытания случайная величина попадет в интервал (-0,5;0) двумя способами: с помощью $f(x)$ и с помощью $F(x)$.

3. (Распределение Коши) Функция распределения случайной величины X задана формулой $F(x)=A+B\,arctgx \quad (-\infty,+\infty)$. Найти: а) постоянные A и B; б) плотность вероятности $f(x)$; в) вероятность того, что X попадет в отрезок [-1;1].

4. Случайная величина X имеет плотность распределения вероятностей $f(x)=\dfrac{A}{1+x^2}$. Найти: а) коэффициент A и функцию распределения, б) вероятность осуществления неравенства $-1<X<1$. в) Существует ли математическое ожидание величины X?

5. Случайная величина X распределена равномерно. $M(X)=4$, $D(X)=3$. Найдите плотность распределения случайной величины X.

6. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X выражается формулой: $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}$. Найти $M(X)$.

Практическое занятие № 15 «Виды случайных величин. Функция распределения и плотность распределения вероятностей. Числовые характеристики случайных величин»

Занятие проводится в интерактивной форме. Студенты работают в парах над решением задач. Некоторые задачи решаются с помощью пакета Excel. Решенные задачи показываются преподавателю. Студенты отвечают на вопросы преподавателя.

1. Дан ряд распределения случайной величины X:

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2	0,2	?	0,1

Требуется: 1) построить многоугольник распределения; 2) построить функцию распределения и начертить ее график; 3) найти вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее 1; 4) найти вероятность того, что случайная величина примет значение, не превосходящее по абсолютной величине 1.

2. Монета подбрасывается 4 раза. Для случайного числа выпадений герба составьте таблицу распределения вероятностей. Найдите числовые характеристики и функцию распределения.

3. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос дано по 5 ответов, среди которых имеется один правильный. Составьте таблицу распределения вероятностей случайного числа правильных ответов, полученных при простом угадывании. Каково среднее число правильных ответов?

4. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если} \quad x\le 1 \\ x-\frac{1}{2}, & \text{если} \quad 1<x\le 2 \\ 0, & \text{если} \quad x>2 \end{cases}.$$

а) Построить функцию распределения $F(x)$ и начертить ее график; б) найти числовые характеристики случайной величины.

5. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если} \quad x\le 0 \\ A\sin x, & \text{если} \quad 0<x\le \pi \\ 0, & \text{если} \quad x>\pi \end{cases}.$$

6. Найти: а) параметр A; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

7. В коробке имеется 7 карандашей, из которых 4 карандаша красные. Наудачу извлекаются 3 карандаша. Составить ряд распределения случайной величины, означающей число извлеченных красных карандашей. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график.

Тема 2. Нормальное распределение

Практические занятия № 16, 17 «Нормальное распределение»

1 час занятий проводится в интерактивной форме. Студенты в малых группах обсуждают решения задач, записывают решения. В течение следующего часа представители малых групп представляют свои решения перед аудиторией.

1. Показать, что $U = \dfrac{X - a}{\sigma}$ - нормированная случайная величина если X – нормально распределенная случайная величина и $M(X) = a,\ D(X) = \sigma^2$.

2. Плотность вероятностей случайной величины X, подчиненной нормальному закону распределения, задана функцией $f(x) = Ae^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$. Найти коэффициент A и определить вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение в интервале (2; 5).

3. Используя свойства кривой плотности вероятности случайной величины X, подчиненной нормальному закону распределения, найти ее математическое ожидание, если известно, что $P(-\infty < X < -3) = P(7 < X < +\infty)$. Сделайте чертеж.

4. Случайная величина X распределена нормально и имеет плотность вероятности $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$. Найти математическое ожидание случайной величины Y=4X-2.

5. Срок службы прибора представляет собой случайную величину, подчиненную нормальному закону распределения, с гарантией на 15 лет и средним квадратическим отклонением, равным трем годам. Определить вероятность того, что прибор прослужит от 10 до 20 лет.

6. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических (одного знака) погрешностей. Случайные погрешности взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 20$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с погрешностью, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.

7. Номинальное значение толщины X установочного кольца, вытачиваемого на токарном автомате, равно $a = 10$ мм. Среднее квадратическое отклонение равно 0,15 мм. Предполагается, что случайная величина X распределена нормально. Найти вероятность того, что изготовленное кольцо будет иметь толщину, отличающуюся от номинала более, чем на 3% номинала.

8. Измерительный прибор имеет систематическую ошибку 5 м и среднюю квадратическую ошибку 75 м. Какова вероятность того, что ошибка измерения не превзойдет по абсолютной величине 5 м?

9. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически: их средняя масса равна 1,06 кг. Найти стандартное отклонение, если 5% коробок имеют массу меньше 1 кг. Предполагается, что масса коробок распределена по нормальному закону.

10. Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шарика $d_0 = 5$ мм. Фактический диаметр – случайная величина с математическим ожиданием $d_1 = 5$ мм и среднеквадратическим отклонением 0,05 мм. При контроле бракуются все шарики, диаметр которых отличается от номинала более чем на 0,1 мм. Определить процент брака.

11. При измерении детали ее длина X является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $a = 22$ см и $\sigma = 0{,}2$ см. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,9544 попадает X.

12. Случайная величина X имеет плотность вероятностей $f(x)=\dfrac{1}{0{,}5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-5)^2}{0{,}5}}$.

Найти вероятность того, что при двух независимых испытаниях случайная величина X хотя бы один раз примет значение вне интервала (4; 6).

13. Бомбардировщик, пролетевший вдоль моста длиною 30 м и шириною 8 м, сбросил бомбы. Случайные величины X и Y (расстояние от вертикальной и горизонтальной осей симметрии моста до места падения бомбы) независимы и распределены нормально со средним квадратическим отклонениями, соответственно равными 6 м и 4м, и математическими ожиданиями, равными 0. Найти: а) вероятность попадания в мост одной сброшенной бомбой; б) вероятность разрушения моста, если сброшены две бомбы, причем для разрушения моста достаточно одного попадания.

14. На отрезке $\left[0,\dfrac{1}{4}\right]$ случайным образом выбраны 162 числа, которые рассматриваются как значения 162 независимых и равномерно распределенных величин $X_1, X_2, \ldots, X_{162}$. Найти вероятность того, что их сумма заключена между 22 и 26.

Тема 3. Закон больших чисел

Практическое занятие № 17, 18 «Закон больших чисел»

1 час занятий проводится в интерактивной форме. Студенты в малых группах обсуждают решения задач, записывают решения. В течение следующего часа представители малых групп представляют свои решения перед аудиторией.

1. Средний срок службы прибора 10 лет. Используя неравенство Маркова, оценить вероятность того, что данный прибор не прослужит более 15 лет.

2. Парикмахерская обслуживает в среднем 120 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня в данной парикмахерской будет обслужено а) не менее 150 клиентов, б) менее 160 клиентов.

3. Средняя температура в квартире, подключенной к ТЭЦ, в период отопительного сезона составляет 20^0, а среднее квадратическое отклонение равно 2^0. Найти вероятность того, что температура в квартире отклонится от средней по абсолютной величине не более чем на 3^0.

4. Игральный кубик подбрасывается 350 раз. Оценить вероятность того, что среднее арифметическое числа выпавших очков отклонится от математического ожидания по абсолютной величине не более чем на 0,2.

5. Оценить вероятность того, что в результате подбрасывания игральной кости в течение 320 раз относительная частота появления на верхней грани 5 очков отклонится от вероятности этого события (по абсолютной величине) не более чем на 0,03.

6. Игральный кубик подбрасывается 180 раз. Используя неравенство Чебышева, оцените вероятность того, что 5 очков появится от 24 до 36 раз. Оцените вероятность этого же события с помощью интегральной теоремы Лапласа.

7. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,8. Проверяется 800 изделий. Случайная величина X – число изделий высшего качества. Укажите промежуток, в котором значения этой случайной величины можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,5.

8. Дисперсия каждой из независимых случайных величин $X_к$, означающей продолжительность горения электролампочки, не превышает 20 час. Сколько надо взять для испытания лампочек, чтобы вероятность того, что абсолютное отклонение средней продолжительности горения лампочки от средней арифметической их математических ожиданий не превышает одного часа, была не меньше 0,95.

9. Применима ли к последовательности независимых случайных величин X_1, X_2, …, X_n, … теорема Чебышева, если каждая случайная величина X_n задана таблицей распределения:

а)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{2n^2}$	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

б)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

10. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,6. Используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Лапласа, оцените вероятность наличия от 340 до 380 изделий высшего качества в партии из 600 изделий. Сравните результаты.

11. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 800 новорожденных детей мальчиков будет от 370 до 430 включительно. Считать вероятность рождения мальчика равной 0,5.

12. Общая стоимость букетов в цветочном киоске составляет 18000 руб. Вероятность того, что стоимость наугад взятого букета не превышает 300 рублей, равна 0,7. Что можно сказать о количестве букетов в киоске?

13. Известно, что случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2e^{-x}}{2}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}.$$

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала $(0;6)$.

14. Общая стоимость всех букетов в цветочном киоске составляет 18000 руб. Вероятность того, что стоимость взятого наугад букета не превышает 300 рублей, равна 0,7. Что можно сказать о количестве букетов в киоске?

Тема 4. Двумерные случайные величины

Практические занятия 19-20 «Двумерные случайные величины»

Занятия проводятся в интерактивной форме. Студенты в парах решают задачи по карточкам. После того, как задачи решены, студенты осуществляют взаимопроверку выполненной работы. В случае необходимости оказывают помощь друг другу. Также студенты одной пары проверяют теоретическую часть работы у студентов другой пары, задавая вопросы.

ВАРИАНТ 1

1. Дана матрица распределения вероятностей системы (X,Y):

Y	X		
	4	5	6

1	0,35	0,15	0,09
2	0,10	0,20	0,11

Найти: а) ряды распределений X и Y, б) $M(X)$, $M(Y)$, в) $D(X)$, $D(Y)$, г) $\operatorname{cov}(X,Y)$, r_{xy}, е) ряд распределения X, если Y=1, $M(X/Y=1)$.

2. Дана плотность распределения вероятностей системы (X,Y):

$$\rho(x,y)=\begin{cases} C, & \text{если} \quad (x,y)\in\Delta OAB \\ 0 & \text{в} \quad \text{остальных} \quad \text{точках} \end{cases}, \quad O(0,0),\ A(2,0),\ B(0;3).$$

Найти: а) константу С, б) $\rho_1(x)$, $\rho_2(y)$, в) $M(X)$, $M(Y)$,

г) $D(X)$, $D(Y)$, д) $\operatorname{cov}(X,Y)$, r_{xy}, е) $F\left(1,\frac{1}{2}\right)$, ж) $M\left(X/Y=\frac{1}{4}\right)$.

Раздел III. Случайные процессы

Тема 1. Основные представления. Марковские процессы. Простейший поток событий.

Практическое занятие № 21 «Основные представления. Марковские процессы. Простейший поток событий»

1. Множество состояний студентов вуза с пятилетним сроком обучения: S_1 – первокурсник, S_2 – второкурсник, …, S_5 – выпускник. Дополним систему состояниями: S_6 – специалисты, окончившие вуз, S_7 – лица, обучавшиеся в вузе, но не окончившие его. Введем обозначения: p_i – вероятность выбыть из вуза на i-том курсе, r_i – вероятность перейти на $i+1$ курс, q_i – вероятность остаться на i-том курсе, причем $p_i+r_i+q_i=1$. Построить граф состояний и составим матрицу вероятностей переходов.

2. Нарисуйте граф состояний для Марковской цепи, вероятности перехода которой заданы матрицей:

$$P=\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

3.Погода в некотором регионе через длительные периоды времени становится то дождливой, то сухой. Если идет дождь, то с вероятностью 0,7 он будет идти и на следующий день; если в какой-то день сухая погода, то с вероятностью 0,6 она сохранится и на следующий день. Известно, что в среду погода была дождливая. Какова вероятность того, что она будет дождливой в ближайшую пятницу?

4. Предположим, что некая фирма осуществляет доставку оборудования по Москве: в северный округ (обозначим А), южный (В) и центральный (С). Фирма имеет группу курьеров, которая обслуживает эти районы. Для осуществления следующей доставки курьер едет в тот район, который на данный момент ему ближе. Статистически было определено следующее:

1) после осуществления доставки в А следующая доставка в 30 случаях осуществляется в А, в 30 случаях - в В и в 40 случаях - в С;

2) после осуществления доставки в В следующая доставка в 40 случаях осуществляется в А, в 40 случаях - в В и в 20 случаях - в С;

3) после осуществления доставки в С следующая доставка в 50 случаях осуществляется в А, в 30 случаях - в В и в 20 случаях - в С.

Таким образом, район следующей доставки определяется только предыдущей доставкой.

Построить матрицу вероятностей перехода.

Какова вероятность того, что осуществив две доставки, курьер окажется в В?

Практическое занятие № 22 «Основные представления. Марковские процессы. Простейший поток событий»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты в парах выполняют задания по карточке. После этого осуществляется взаимопроверка решений между малыми группами. В случае необходимости студенты получают консультацию преподавателя.

КАРТОЧКА 1

Имеется 4 целых числа: 1, 2, 3, 4. Наудачу из этих чисел выбирается число. Система находится в состоянии Q_j, если наибольшее из выбранных чисел равно j. Постройте граф состояний системы, запишите матрицу вероятностей перехода. Найдите вероятности $P_{ik}^{(3)}$ того, что после выбора из этих чисел наибольшее число будет равно k, если раньше им было число i.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	**Оценочное средство**	**Показатели оценивания**	**Критерии оценивания сформированности компетенций**
УК-1, ПК-2	Контрольная работа Самостоятельная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Контрольная/ самостоятельная работа не засчитывается если студент: 1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	Если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней:

			1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Если студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.
УК-1, ОПК-8	Индивидуальная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Работа студента не засчитывается если: студент обнаруживает неумение выполнять решения большей части задания, допускает грубые ошибки в решении задач, беспорядочно и неуверенно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент обнаруживает знание формул и понимание основных методов решения задач, но: 1) излагает решения неполно и допускает неточности в вычислениях; 2) не умеет рационально решать задачи.
		Базовый (хорошо)	Студент выполняет работу полностью, обнаруживает понимание материала, но: 1) допускает некоторые вычислительные ошибки; 2) небрежно оформляет решения; демонстрирует решения задач только в рамках алгоритмов, изученных на занятиях.
		Высокий (отлично)	Студент получает высокий балл, если: 1) выполняет задание в полном объеме; 2) обнаруживает понимание материала; 3) использует рациональные способы решения задач; 4) демонстрирует умение пользоваться дополнительными источниками знаний.
УК-1, ПК-2	Самостоятельная работа студентов в малых группах	Низкий (неудовлетворительно)	Работа студента в группе не засчитывается если: студент беспорядочно и неуверенно излагает материал, не принимает участие в обсуждении решения задач в группе.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент обнаруживает знание формул и понимание основных методов решения задач, но: 1) излагает решения неполно и допускает неточности в вычислениях; 2) не умеет вести диалог в группе.
		Базовый (хорошо)	Студент активно обсуждает в группе решение задач, выполняет работу полностью, обнаруживает понимание ма-

			териала, но: 1) допускает некоторые вычислительные ошибки; небрежно оформляет решения; или не воспринимает творческие идеи других членов группы..
		Высокий (отлично)	Студент получает высокий балл, если: 1) выполняет задание в полном объеме; 2) обнаруживает понимание материала; 3) использует рациональные способы решения задач; 4) демонстрирует умение пользоваться дополнительными источниками знаний; 5) играет ведущую роль при решении и обсуждении задач в группе.
УК-1, ПК-2	Собеседование	Низкий (неудовлетворительно)	Студент отвечает неправильно, нечетко и неубедительно, дает неверные формулировки, в ответе отсутствует какое-либо представление о вопросе
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент отвечает неконкретно, слабо аргументировано и не убедительно, хотя и имеется какое-то представление о вопросе
		Базовый (хорошо)	Студент отвечает в целом правильно, но недостаточно полно, четко и убедительно
		Высокий (отлично)	Ставится, если продемонстрированы знание вопроса и самостоятельность мышления, ответ соответствует требованиям правильности, полноты и аргументированности.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является экзамен.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Оценка 5 (отлично) ставится, если:

1) студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;

3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка 4 (хорошо) ставится, если:

студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если:

студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если:

студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

6.3.1 Контрольные работы

Контрольная работа по разделу «Случайные события»

ВАРИАНТ 1

1. В ящике содержится 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

2. Четыре пловца взяли старт на соревнованиях по плаванию. Вероятность уложиться в рекордное время у первого пловца равна 0,95, у второго – 0,92, у третьего – 0,9, у четвертого – 0,88. Найти вероятность того, что: а) все пловцы станут рекордсменами, б) один пловец станет рекордсменом.

3. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных шаров, в третьем – 20 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из первого ящика?

4. Для данного участника игры вероятность набросить кольцо на колышек равна 0,3. Какова вероятность того, что при шести бросках 3 кольца окажутся на колышке, если броски считать независимыми? Каково наиболее вероятное число попаданий кольца на колышек при восьми бросаниях?

5. Всхожесть семян данного растения равна 0,9. Найдите вероятность того, что из 900 посаженных семян число проросших будет заключено между 790 и 830.

6. См. задачу 5. Какова вероятность того, что частота проросших семян отклонится по абсолютной величине от вероятности прорастания не больше, чем на 0,01?

6.3.2 Самостоятельные работы

Самостоятельная работа по теме «Классическое определение вероятности»
Вариант 1

1. М различных шариков случайным образом разбрасываются по N лункам (N>M). Определить вероятность того, что в первых М лунках будет ровно по одному шарику, если в одну лунку могут поместиться все шары.

2. Имеется 10 билетов в театр, из которых 6 билетов на места первого ряда. Какова вероятность того, что из четырех наудачу выбранных билетов два окажутся на места первого ряда.

Самостоятельная работа по теме «Теоремы умножения и сложения вероятностей»

Вариант 1

1. В магазин вошли три покупателя. Вероятность совершить покупку для первого покупателя 0,7, для второго – 0,4, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что 1) покупку совершит только один покупатель, 2) покупку совершит хотя бы один покупатель, 3) никто не совершит покупку.

2. В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо друг от друга. Вероятность отказа первого, второго и третьего элементов соответственно равны p_1=0,1, p_2=0,2, p_3=0,3. Найдите вероятность того, что тока в цепи не будет.

Самостоятельная работа по теме «Геометрическое определение вероятности»

1 вариант

1. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма $x+y$ не превышает единицы, а произведение xy не меньше 0,09 .

2. На отрезке АВ длиной l наудачу поставлены две точки L и M. Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M, чем к точке А.

6.3.3 Индивидуальные работы

Индивидуальная работа по разделу «Случайные величины»

Вариант 1

1. Задан ряд распределения случайной величины X. Найдите: 1) математи-ческое ожидание $M(X)$, 2) дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$, 3) интегральную функцию распределения и постройте её график:

x_i	23	25	28	29
p_i	0,3	0,2	0,4	0,1

2. Задана интегральная функция распределения *F(x)* случайной величины *X*. Требуется: 1) найти дифференциальную функцию *f(x),* 2) найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$, 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

$$F(x)=\begin{cases}0 \;\; при \quad x\le 0\\ (x/2)^2 \quad при \quad 0<x\le 2\\ 1 \quad при \quad x>2\end{cases}$$

3. Дана дифференциальная функция *f(x)* случайной величины *X*. Требуется: 1) найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$, 2) найти интегральную функцию *F(x)*, 3) построить графики функций *f(x)* и *F(x)*.

$$f(x)=\begin{cases}0 \quad при \quad x\notin(0;1/4] \\ 1/4 \quad при \quad x\in(0;1/4]\end{cases}$$

4. Детали, выпускаемые цехом, по размеру диаметра распределены по нормальному закону. Стандартная длина диаметра детали (математическое ожидание) равна a мм, среднее квадратическое отклонение σ мм. Найдите вероятность того, что 1) диаметр наудачу взятой детали будет больше α и меньше β мм; 2) диаметр детали отклонится от стандартной длины не более чем на δ мм.

a=50, $\sigma=5$, α=45, β=52, δ=3.

5. Вероятность попадания из орудия в данную цель при одном выстреле равна 2/3. Составьте таблицу распределения числа попаданий при 4 выстрелах. Определите числовые характеристики этой случайной величины.

6. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 4 абонента?

7. Измерение дальности до объекта сопровождается систематическими ошибками и случайными ошибками. Систематическая ошибка равна 20 м в сторону занижения дальности. Случайные ошибки подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением 80 м. Найдите вероятность измерения дальности с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 100 м.

8. Устройство состоит из 10 независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента за время t равна 0,05. Пользуясь неравенством Чебышева, оцените вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и средним числом (математическим ожиданием) отказов за время t окажется не менее двух.

9. Дисперсия каждой из 3000 независимых случайных величин не превышает 6. Оценить вероятность того, что отклонение средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий не превышает 0,3.

10. Начиная с какого числа n независимых испытаний имеет место неравенство $P\left(\left|\frac{m}{n}-p\right|<0{,}1\right)>0{,}97$, если в отдельном испытании p=0,8?

6.3.4 Самостоятельная работа студентов в малых группах

Групповое задание по теме «Непрерывные случайные величины»
Вариант 1

1. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0 \quad при \quad x\le\frac{\pi}{2} \\ A\cos x \quad при \quad \frac{\pi}{2}<x\le\pi \\ 1 \quad при \quad x>\pi\end{cases}.$$

Найти параметр A, $P\left(\frac{\pi}{3}<X<\frac{\pi}{2}\right)$, $P\left(\frac{\pi}{4}<X<2\pi\right)$, $P(X=\pi)$, плотность вероятностей $f(x)$, построить графики $f(x)$, $F(x)$.

2. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & если \quad x\le 1 \\ x-\dfrac{1}{2}, & если \quad 1<x\le 2 \\ 0, & если \quad x>2 \end{cases}$$

а) Построить функцию распределения $F(x)$ и начертить ее график; б) найти числовые характеристики случайной величины.

Групповое задание по теме «Нормальное распределение»
Вариант 1

1. Нормально распределенная случайная величина X задана плотностью вероятности $f(x)=\dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{50}}$. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале (7;9).
2. Используя свойства кривой плотности вероятностей случайной величины X, подчиненной нормальному закону распределения, найдите ее математическое ожидание, если известно, что $P(-\infty<X<-1)=P(4<X<+\infty)$. Запишите выражение для $f(x)$ и схематически изобразите график $f(x)$, если $\sigma=1$.
3. Автомат изготавливает шарики. Шарик считается годным, если отклонение X диаметра шарика от проектного размера по абсолютной величине меньше 0,7 мм. Считая, что случайная величина X распределена нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma=0{,}4$ мм, найти, сколько будет годных шариков среди ста изготовленных.

Групповое задание по теме «Дискретные случайные величины»
Вариант 1

1. Случайная величина задана таблицей распределения:

X	-3	-2	0	1	3
p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Вычислить $M(X)$, $D(X)$, σ, $P(X>0)$, $P(|X|>2)$.

2. Вероятность попадания из орудия в цель при одном выстреле равна $2/3$. Составить таблицу распределения числа попаданий при четырех выстрелах. Найти $M(X)$, $D(X)$, σ. Построить многоугольник распределения.
3. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу пока не попадет или пока не кончатся патроны. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7. Составить таблицу распределения числа выстрелов. Сколько раз в среднем придется стрелять охотнику?
4. В коробке 5 красных карандашей и 3 зеленых. Выбирают наудачу 3 карандаша. Составить таблицу распределения случайной величины, означающей число зеленых карандашей, оказавшихся в выборке. Найти $F(x)$, построить ее график.
5. Найти среднее число страниц с опечатками, если книга содержит 800 страниц, а вероятность опечатки на одной странице равна 0,05.

6.3.5 Собеседование

Вопросы по теме «Дискретные случайные величины»

1. Что такое случайная величина?
2. Что называют значением случайной величины?
3. Какие случайные величины называются дискретными?

4. Что такое закон и что такое ряд распределения дискретной случайной величины?
5. Всегда ли закон распределения дискретной случайной величины имеет вид ряда?
6. Перечислите известные Вам законы распределения дискретных случайных величин и запишите формулы, по которым вычисляются p_i в каждом из распределений. Что является случайной величиной в каждом из законов распределения?
7. Почему распределение Бернулли называют биномиальным?
8. Как связаны между собой закон Пуассона и биномиальный закон?
9. При каких условиях дискретная случайная величина имеет биномиальное распределение и при каких – распределение Пуассона?
10. Как запишется биномиальный закон (ряд) распределения случайной величины X – количества появившихся гербов на двух новеньких монетах, случайно оброненных на пол?
11. Почему закон Пуассона называют законом редких событий?
12. Что называется функцией распределения случайной величины?
13. Что такое многоугольник распределения дискретной случайной величины?
14. Почему геометрическое распределение имеет такое название?

Вопросы по теме «Непрерывные случайные величины»

1. Какую случайную величину называют непрерывной?
2. Вероятностью какого случайного события является функция распределения случайной величины?
3. Перечислите свойства функции распределения.
4. Чему равна вероятность $P(a < X < b)$, если известна $F(x)$?
5. Как связаны между собой $F(x)$ и $f(x)$?
6. Перечислите свойства $f(x)$.
7. Чем отличается закон распределения непрерывной случайной величины от плотности распределения случайной величины?
8. Как выглядит $f(x)$ для непрерывной величины, равномерно распределенной на отрезке [*а;в*]?
9. Чему равна вероятность $P(a < X < b)$, если известна $f(x)$?
10. В каких случаях можно говорить, что мы располагаем всеми сведениями о свойствах случайной величины?
11. Являются ли выражения вида $\sin X$, $\ln X$, X^3 случайными величинами, если X – случайная величина?
12. Как выглядит $f(x)$ для непрерывной случайной величины, распределенной нормально?
13. Как изменится максимальное значение ординаты нормальной кривой, если дисперсия случайной величины увеличится в 9 раз?
14. Чему равна $P(\alpha < X < \beta)$, если случайная величина X распределена нормально?
15. Получите формулу $P(|X-a| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right)$, если случайная величина X распределена нормально.
16. Приведите примеры непрерывных случайных величин.

Вопросы по теме «Числовые характеристики случайных величин»

1. Что такое математическое ожидание $M(X)$ случайной величины? Что оно характеризует?
2. В чем разница между средним значением случайной величины и ее $M(X)$?
3. Запишите формулы, по которым вычисляется математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин.
4. Каковы свойства $M(X)$?
5. Какой механический смысл можно придать величине $M(X)$?
6. Каков смысл параметра λ в формуле закона Пуассона?
7. Известно, что в распределении Пуассона $M(X)=\lambda, \quad D(X)=\lambda$. Известно, что если какая-либо случайная величина имеет физическую размерность, то ее $M(X)$ имеет ту же размерность, а дисперсия – квадрат этой размерности. Как же тогда объяснить равенство математического ожидания и дисперсии в распределении Пуассона?
8. Что такое дисперсия, что она характеризует? Каковы формулы для ее вычисления?
9. Каковы свойства дисперсии?
10. Что такое среднее квадратическое отклонение? Каково его назначение и какова его размерность?
11. Докажите, что для биномиального распределения $M(X)=np, \quad D(X)=npq$.
12. Докажите, что для распределения Пуассона $M(X)=\lambda, \quad D(X)=\lambda$.
13. Является ли случайной величиной $M(X)$?
14. Если $D(X)=0$, то $M(X)=0$?
15. Если к случайной величине X прибавить число π, то как изменится при этом дисперсия этой величины?
16. Что является медианой распределения? Каково ее свойство?
17. Дайте определения моды дискретной и непрерывной случайных величин.

Вопросы по теме «Закон больших чисел»

1. Что понимается под законом больших чисел в широком смысле слова?
2. Что понимается под законом больших чисел в узком смысле слова?
3. Запишите неравенство Маркова.
4. Запишите неравенство Чебышева.
5. Докажите неравенство Чебышева для дискретной случайной величины.
6. Когда используют неравенства Маркова и Чебышева?
7. Какие требования предъявляются к случайным величинам в теореме Чебышева? Сформулируйте теорему.
8. Какова практическая значимость следствия теоремы Чебышева?
9. Запишите формулу для оценки вероятности отклонения среднего арифметического значений случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий.
10. Сформулируйте теорему Бернулли.
11. Сформулируйте теорему Пуассона.

6.3.6 Вопросы к экзамену

1. Основные этапы развития теории вероятностей.
2. Основные понятия теории вероятностей. Соотношения между событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Статистическое определение вероятности.
5. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.

6. Теорема сложения вероятностей.
7. Свойства независимых событий.
8. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
9. Независимые испытания. Формула Бернулли.
10. Локальные приближения формулы Бернулли.
11. Интегральная теорема Лапласа.
12. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Непрерывность вероятности.
13. Дискретные случайные величины, их законы распределения. Геометрическое и гипергеометрическое распределения.
14. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
15. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности, ее свойства. Примеры непрерывных случайных величин.
16. Математическое ожидание случайной величины, его свойства.
17. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
18. Биномиальное распределение.
19. Распределение Пуассона.
20. Равномерное распределение.
21. Нормальное распределение: плотность распределения, его числовые характеристики.
22. Применение нормального распределения. Правило трех сигм. (Центральная предельная теорема.)
23. Понятие о законе больших чисел. Неравенство Чебышева.
24. Теорема Чебышева и ее применение.
25. Теорема Бернулли и ее обобщение.
26. Система двух случайных величин: матрица распределения, условные математические ожидания (кривые регрессии), условные дисперсии.
27. Функция распределения системы двух случайных величин, ее свойства.
28. Плотность распределения системы двух случайных величин, ее свойства.
29. Система двух случайных величин: ковариация, коэффициент корреляции; свойства числовых характеристик.
30. Случайные процессы: основные понятия.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования www.i-exam.ru»;
- Электронные библиотечные системы;

- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005. – 159 с. (30 экз.)

2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/488573 (дата обращения: 18.10.2022).
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2004. – 403 с. (23 экз.)
4. Письменный, Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с. (10 экз.)

5. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с. (7 экз.)

6. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 123 с. (7 экз.)

7. Солодовников, А.С. Теория вероятностей / А.С. Солодовников. – М.: Просвещение, 1983. - 207с. (39 экз.)

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». - Режим доступа: http://www.window.edu.ru/
2. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: http://elibrary.ru/defaultx.asp

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: https://urait.ru

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice.

Разработчик: Пушкина О.Н., кандидат педагогических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2019/2020 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № __9_ от «__15__» мая 2019 г.).

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № __10_ от «_16_» июня 2020 г.).

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № __8_ от «_21_» апреля 2021 г.).

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № __9_ от «_26_» мая 2022 г.).

В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: Титульный лист	
Исключить: МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ	Включить: Включить: МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
№ изменения: 2 № страницы с изменением: 34	
Из пункта 9.1 исключить:	В пункт 9.1 включить:
Исключить: 8. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005. – 159 с. 9. Письменный, Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с. 10. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с. 11. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 123с. 12. Солодовников, А.С. Теория вероятностей / А.С. Солодовников. – М.: Просвещение, 1983. - 207с.	Включить: 1. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005. – 159 с. (30 экз.) 2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/488573 (дата обращения: 18.10.2022). 3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2004. – 403 с. (23 экз.) 4. Письменный, Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с. (10 экз.) 5. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с. (7 экз.)

	6. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учеб-ное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 123 с. (7 экз.) 7. Солодовников, А.С. Теория вероятностей / А.С. Солодовников. – М.: Просвещение, 1983. - 207с. (39 экз.)
Из пункта 9.3 исключить:	В пункт 9.3 включить:
1. Polpred.com Обзор СМИ/Справочник (http://polpred.com/news.) 2. ЭБС «Лань» (http://e.lanbook.com)	1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (https://elibrary.ru/defaultx.asp?) 2. Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru/info/lka)

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 1 от 21 сентября 2022 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 3 № страницы с изменением: 34	
В Раздел 9 внесены изменения в список литературы, в базы данных и информационно-справочные системы, в электронно-библиотечные ресурсы. Указаны ссылки, обеспечивающие доступ обучающимся к электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам с сайта ФГБОУ ВО «БГПУ».	

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2024/2025 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 9 от 29.05.2024 г.).