



Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вера Витальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 2019.05.22:55:39
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e676557a8799b4160192af53987420420356d01575a454e3778

	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА Рабочая программа дисциплины

УТВЕРЖДАЮ
**И.о. декана физико-математического
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»**


О.А. Днепроvская
«22» мая 2019 г.

Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки
44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Профиль
«МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Принята на заседании кафедры
Физического и математического
образования
(протокол № 9 от «15» мая 2019 г.)

Благовещенск 2019

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	6
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)	8
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	12
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	20
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ..... В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ.....	30
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	31
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	31
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	34
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ.....	35

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: овладение классическими методами математики, как общенаучными; формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук; формирование умений описывать математическим языком реальные физические процессы при решении задач.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части (части, формируемой участниками образовательных отношений) блока Б1 (Б1.О.22).

Дисциплина «Математический анализ» органично продолжает изучение математики, расширяет и углубляет математические знания студентов, развивает их умения, навыки решать математические и физические задачи.

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ПК-2, ОПК-8:

- УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, индикатором достижения которой является:

- УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

- ПК-2. Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; индикатором достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

-ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний, **индикаторами** достижения которой является:

- ОПК-8.3 Демонстрирует специальные научные знания в т.ч. в предметной области

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия и теоремы, связанные с понятиями действительного числа, множества на числовой прямой;

- основные понятия и теоремы, связанные с функциями; типы поведения функций;

- основные понятия и теоремы теории пределов; определения и свойства непрерывной функции;

- основные понятия и теоремы дифференциального исчисления функции одной переменной;

- основные понятия и теоремы интегрального исчисления функции одной переменной; основные методы вычисления интегралов;

- основные понятия и теоремы, связанные с рядами;

- основные понятия и теоремы, связанные с дифференциальными уравнениями, методы решения дифференциальных уравнений основных типов;

- основные понятия и теоремы, связанные с функциями нескольких переменных и их дифференцированием;

- основные понятия, связанные с интегрированием функций нескольких переменных, способы вычисления кратных и криволинейных интегралов;

уметь:

- вычислять пределы, находить производные и вычислять интегралы функции одной переменной;
- вычислять пределы, находить частные производные, вычислять кратные и криволинейные интегралы функции нескольких переменных;
- решать дифференциальные уравнения основных типов;
- применять методы математического анализа к доказательству теорем и решению задач;
- решать задачи с применением методов математического анализа;

владеть:

- современными знаниями о математическом анализе и его приложениях;
- навыками вычисления пределов, производных, интегралов функции одной переменной; навыками исследования функций; навыками вычисления пределов, частных производных, кратных и криволинейных интегралов функций нескольких переменных; навыками решения дифференциальных уравнений основных типов.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 18 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (648 часов):

№	Наименование раздела	Курс	Семестр	Кол-во часов	ЗЕ
1.	РАЗДЕЛ I. Введение в анализ	1	1	108	3
2.	Раздел II. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	2	108	3
3.	Раздел III. Интегральное исчисление функции одной переменной	2	3	180	5
4.	Раздел IV. Ряды	2	4	72	2
5.	Раздел V. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных	2	4	72	2
6.	Раздел VI. Дифференциальные уравнения	3	5	54	1,5
7.	Раздел VII. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных	3	5	54	1,5

Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 18 зачётных единиц.

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр1	Семестр2	Семестр3	Семестр4	Семестр5
Общая трудоемкость	648	108	108	180	144	108
Аудиторные занятия	82	12	12	24	16	18
Лекции	32	4	4	10	6	8
Практические занятия	50	8	8	14	10	10
Самостоятельная	531	87	92	147	124	81

работа						
Вид итогового контроля	35	экзамен	зачет, контрольная работа	экзамен	зачет	экзамен, контрольная работа

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Учебно-тематический план I семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	РАЗДЕЛ I. Введение в анализ	99	4	8	87
	Экзамен	9			
ИТОГО		108	4	8	87

Учебно-тематический план II семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
2.	Раздел II. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	104	4	8	92
	зачет	4			
ИТОГО		108	4	8	92

Учебно-тематический план III семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
3.	Раздел III. Интегральное исчисление функции одной переменной	171	10	14	147
	Экзамен	9			
ИТОГО		180	10	14	147

Учебно-тематический план IV семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
4.	Раздел IV. Ряды	70	3	5	62
5.	Раздел V. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных	70	3	5	62
	Зачёт	4			
ИТОГО		144	6	10	124

Учебно-тематический план V семестр

№	Наименование	Всего	Аудиторные занятия	Самостоя-
---	--------------	-------	--------------------	-----------

	тем (разделов)	часов	Лекции	Практические занятия	тельная работа
		99	8	10	81
6.	Раздел VI. Дифференциальные уравнения	50	4	5	41
7.	Раздел VII. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных	49	4	5	40
	Экзамен	9			
ИТОГО		108	8	10	81

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	РАЗДЕЛ I. Введение в анализ	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4
2.	Раздел II. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	4
3.	Раздел III. Интегральное исчисление функции одной переменной	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	6
4.	Раздел IV. Ряды	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4
5.	Раздел V. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4
6.	Раздел VI. Дифференциальные уравнения	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	4
7.	Раздел VII. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	4
ИТОГО				30

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

РАЗДЕЛ I. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

Тема 1. Действительные числа

Множество действительных чисел. Геометрическое изображение действительных чисел. Непрерывность множества действительных чисел. Ограниченные, неограниченные множества. Промежутки. Супремум и инфимум множества и их существование.

Тема 2. Функции

Отображения. Действительная функция действительной переменной. Некоторые типы поведения функции. Сложная функция. Обратная функция.

Тема 3. Предел

Предел функции в точке. Свойства функции, имеющей предел в точке. Предел функции по множеству. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и бесконечный предел. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел суммы, произведения, частного. Предельный переход в неравенствах. Предел сложной функции. Первый замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Число e .

Тема 4. Непрерывность функции

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва. Пределы и точки разрыва монотонной функции. Теоремы о промежуточном значении непрерывной функции. Существование непрерывной обратной функции. Ограниченность, достижение функцией наибольшего и наименьшего значений, непрерывность на отрезке. Элементарные функции.

РАЗДЕЛ II. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Производная и дифференциал

Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциалы высших порядков.

Тема 2. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения

Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Нахождение $\inf f(x)$ и $\sup f(x)$. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций.

РАЗДЕЛ III. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 1. Неопределенный интеграл

Задача восстановления функции по ее производной. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных функций. Интегрирование простейших трансцендентных функций.

Тема 2. Определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние суммы ограниченной функции. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функций. Некоторые классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с пере-

менным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной.

Тема 3. Приложения определенного интеграла

Понятие квадратуемой фигуры, кубуемого тела, спрямляемой кривой. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела. Вычисление длины гладкой дуги.

Тема 4. Несобственные интегралы

Понятие несобственного интеграла. Сходимость несобственного интеграла. Несобственный интеграл I рода. Несобственный интеграл II рода.

РАЗДЕЛ IV. РЯДЫ

Тема 1. Числовые ряды

Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Сложение рядов и умножение ряда на число. Остаток сходящегося ряда. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Сравнение рядов. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость. Перестановка членов в рядах.

Тема 2. Функциональные ряды

Функциональный ряд. Область сходимости. Признаки равномерной и абсолютной сходимости. Сумма равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.

Тема 3. Степенные ряды

Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд. Приближенные вычисления значений функций и интегралов с помощью степенных рядов.

Тема 4. Ряды Фурье

Тригонометрический ряд Фурье. Разложение кусочно-гладкой функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на $[-l; l]$ и на $[0; l]$.

РАЗДЕЛ V. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 1. Функции нескольких переменных

Понятие функции. График функции двух переменных. Предел и непрерывность.

Тема 2. Дифференцируемые функции. Неявные функции

Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Понятие неявных функций, их существование и дифференцируемость.

Тема 3. Экстремумы функции.

Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

РАЗДЕЛ VI. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения n -ного порядка. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

РАЗДЕЛ VI. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 1. Двойной и тройной интегралы

Понятие двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Двойной интеграл в полярных координатах. Понятие тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Тема 2. Некоторые применения кратных интегралов

Вычисление объемов тел. Вычисление площадей гладких поверхностей.

Тема 3. Криволинейные интегралы

Задача о работе плоского силового поля. Криволинейный интеграл и его основные свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина. Криволинейный интеграл, зависящий только от начала и конца пути интегрирования.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Данные рекомендации предназначены для студентов заочной формы обучения физико-математического факультета направления подготовки бакалавра «44.03.01 Педагогическое образование» профиль «Математика». «Математический анализ» - одна из основных математических дисциплин, которая изучается студентами на протяжении 5 семестров.

4.1 Общие методические рекомендации

Целью настоящего курса является научное обоснование относящихся к нему понятий, формирование умений и навыков решения различных типов задач. Математический анализ является фундаментальной учебной дисциплиной. Ее преподавание имеет целью дать будущему учителю математики и физики основу теоретической подготовки, необходимой для анализа и решения практических задач, а также для преподавания в школе.

Для эффективного овладения учебного материала необходимо соблюдать следующий порядок действий при подготовке к практическим занятиям, изучение теоретических вопросов надо начинать с лекций, сопоставляя их содержание с рекомендуемыми учебными пособиями.

4.2 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

Самостоятельная работа начинается до прихода студента на лекцию. Многие студенты активно используют «систему опережающего обучения», то есть предварительно изучают лекционный материал, содержащийся в бумажных и электронных ресурсах, закладывают базу для более, глубокого восприятия лекции.

Другой формой самостоятельной работы студента является посещение лекции, внимательное слушание выступления лектора и конспектирование основных теоретических положений лекции. Внимательное слушание лекции, уяснение основного её содержания, разборчивая запись лекции - неременное условие успешной самостоятельной работы каждого студента. Поэтому студенты, присутствующие на лекциях, обязаны не только внимательно слушать преподавателя, но и конспектировать излагаемый им материал. При этом конспектирование материала представляет собой запись основных теоретических положений, рассуждений, излагаемых лектором. Нужно помнить, что конспектирование лекций дает студенту не только возможность пользоваться записями лекций при самостоятельной подготовке к практическим занятиям и итоговым аттестациям (зачетам, экзаменам), но и глубже и основательней вникнуть в существо излагаемых в лекции вопросов, лучше усвоить и запомнить теоретический и практический материал.

Необходимо избегать механического записывания текста лекции без осмысливания его содержания.

4.3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому занятию. Наличие разборчивого, краткого конспекта лекции, содержащего новые теоретические знания позволят студенту задуматься над прочитанным материалом, изучить специальную литературу по теме лекции.

Студент должен следовать рекомендациям преподавателя и выполнять домашнее задание вовремя. Если в ходе подготовки задания возникают сложности, проконсультироваться у наставника.

Для успешного изучения раздела «Введение в анализ» необходима хорошая школьная подготовка по математике, поскольку очень многие вопросы данного раздела (например, модуль действительного числа, элементарные функции и др.) изучались в школе. Необходимо тщательно отработать технику вычисления пределов, так как от этого зависит успешность усвоения других разделов математического анализа, в частности, раздела «Ряды».

При изучении разделов «Дифференциальное исчисление функции одной переменной», «Интегральное исчисление функции одной переменной» следует помнить, что знания этих разделов являются базовыми не только для дальнейшего изучения математического анализа, но и других математических дисциплин. Поэтому необходимо выучить таблицу производных и таблицу интегралов и свободно владеть техникой вычисления производных и интегралов.

Следует помнить, что залог успешного решения задач математического анализа – хорошее знание теоретического материала.

В рабочей программе представлены примерные варианты контрольных и самостоятельных работ, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала.

Заключительным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту, которое способствует ясному пониманию и его глубокому овладению. Данная работа может быть проделана непосредственно накануне практического занятия.

4.4. Методические указания к самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студента должна выражаться в активных формах и методах обучения, в сотрудничестве студента с преподавателем.

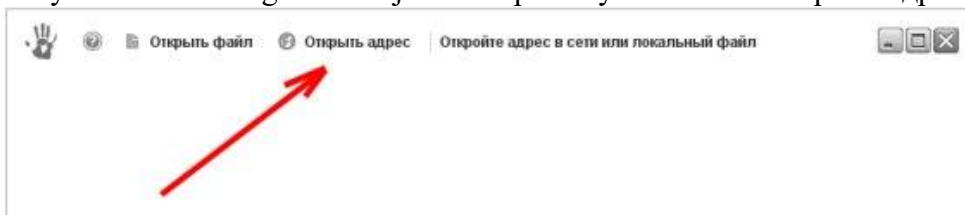
Всякая учеба требует много времени, труда и терпения. Иногда студент не сразу может разобраться в наиболее сложных вопросах дисциплины. Успех овладения материалом данного курса зависит от того, насколько правильно он организует работу над учебным материалом, насколько успешно сочетает лекции с практическими занятиями и самостоятельной работой.

В целях оптимальной организации самостоятельной работы по курсу студенту предлагается ряд рекомендаций. Получив задание и разобравшись в нем, студент обязан принять меры к обеспечению себя необходимыми учебными пособиями: литературой, сборниками документов и т.д. Важно к обеспечению себя пособиями приступить своевременно, т.е. немедленно после получения задания или окончания аудиторных занятий. В указанное время студент может посетить библиотеку, читальный зал, обратиться к электронным ресурсам.

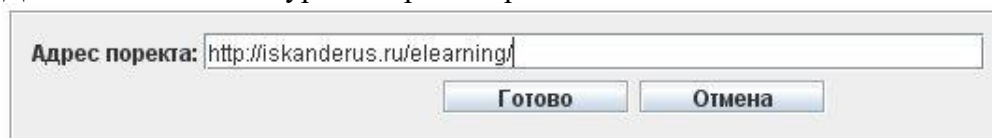
Использование информационных технологий в процессе обучения становится неотъемлемой частью самого процесса. Компьютерная технология может быть использована, как в качестве средства, так и участника данного процесса. При изучении некоторых тем курса математического анализа целесообразно воспользоваться электронными обучающими ресурсами системы Iskanderus eLearning (см. в таблице «интерактивное обучение по дисциплине»). Для работы с ресурсами необходимо:

1. Установить виртуальную машину Java.

2. Загрузить к себе на компьютер java-программу проигрывателя электронных курсов aLearningBrowser.jar.
3. Запустить aLearningBrowser.jar и выбрать пункт меню «открыть адрес»:



4. Дописать название курса в строке адреса:



Интерактивный обучающий курс, созданный в системе Iskanderus eLearning позволяет строить обучение, учитывающее индивидуальные особенности обучаемого, активно помогает учащимся сосредоточить внимание на наиболее важных аспектах изучаемого материала. Подбирает для каждого учащегося определенную скорость подачи информации, количество повторений и объяснений не понятных моментов, не торопит с решениями, дает возможность несколько раз ознакомиться с тем или иным материалом. Диалог с пользователем ведется интерактивным режимом, позволяющим выбирать содержание учебного материала и маршрут движения. Процесс взаимодействия между преподавателем и студентом, осуществляется опосредованно, в качестве интеллектуального посредника выступает интерактивный обучающий курс. Опыт использования интерактивных электронных ресурсов системы Iskanderus eLearning при изучении курса математического анализа показал, что материал, предлагаемый для изучения, доступен и понятен студентам, и может быть освоен ими самостоятельно.

Правильно учитывая свое время и распределяя его в соответствии с расписанием занятий, студент при строгом соблюдении намеченного плана сможет выделить достаточное количество часов для самостоятельной работы по «Математическому анализу».

Самостоятельная работа проводится в соответствии с тематическим планом.

4.5. Методические указания к зачету

Рабочая программа содержит программу экзаменов и зачетов, которая позволит наиболее эффективно организовать подготовку к ним. Это процесс, в течение которого проверяются полученные знания за курс (семестр): уровень теоретических знаний; развитие творческого мышления; навыки самостоятельной работы; умение синтезировать полученные знания и применять их в решение практических задач.

При подготовке к экзамену в дополнение к изучению конспектов лекций, учебных пособий, необходимо пользоваться учебной литературой, рекомендованной к настоящей программе. При подготовке к экзамену нужно изучить теорию: определения всех понятий и подходы к оцениванию до состояния понимания материала.

4.6. Методические указания к экзамену

Подготовку к экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса математического анализа с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса математического анализа, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы
студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	РАЗДЕЛ I. Введение в анализ	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	87
2.	Раздел II. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Домашнее задание Подготовка к экзамену	92
3.	Раздел III. Интегральное исчисление функции одной переменной	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	147
4.	Раздел IV. Ряды	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	124
5.	Раздел V. Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	81
6.	Раздел VI. Дифференциальные уравнения	Домашнее задание Подготовка к экзамену	
7.	Раздел VII. Интегральное исчисление для функций нескольких переменных	Домашнее задание Подготовка к зачёту	
	ИТОГО		531

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

РАЗДЕЛ I. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ

8 часов

Тема 1. Действительные числа

1 час

Содержание

Практическое занятие

1. Запишите с помощью знака модуля следующие неравенства

- а) $-3 < x < 3$; б) $-7 \leq x \leq 7$; в) $-4 \leq x + 1 \leq 4$;
г) $-5 < x < 3$; д) $-3 \leq x \leq 5$.

2. Решите неравенства:

- а) $|x + 3| \geq 2$; б) $|x^2 - 5| > 2$; в) $|x| < x + 1$; г) $|x^2 - 2x - 3| > x^2 - 2x - 3$.

3. Решите уравнения:

$$\text{а) } |x-1| + |x+3| = 6 \quad \text{б) } \frac{(|x|-4)^2 - |x|-2}{x+2} = 0 \quad \text{в) } x^2 + 2x = 2|x+1| + 7$$

4. Решите неравенства:

$$\begin{aligned} \text{а) } 3|x-1| \leq x+3 & \quad \text{б) } |x+1| < 3x - |x-2| & \text{в) } \\ (2x+3)^2 - |2x+3| \leq 30 & & \\ \text{г) } \frac{4}{|x|-1} \geq |x-1| & & \end{aligned}$$

5. Решите уравнения:

$$\text{а) } |2x+3| = x^2 \quad \text{б) } \left| \frac{x-1}{x+1} \right| = \frac{x-1}{x+1}$$

6. Какие из числовых множеств рациональных чисел вида $\frac{p}{q}$ ограничены снизу, сверху, ограничены. Найти **sup** и **inf** ограниченных множеств:

$$\text{а) } 0 < p < q \quad \text{б) } 0 < q < p$$

Литература:

- Пушкина, Г.А. Действительные числа: методические рекомендации / Г.А.Пушкина, О.Н. Пушкина. – Благовещенск: Благовещенский гос. пед. ун-т. – 1998.- 30 с.

Тема 2. Функции

2 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Является ли данная функция ограниченной снизу, сверху?

$$\begin{array}{ll} y = x^2 & y = x \\ y = -x^4 & y = \lg x \\ y = \sin x & y = \operatorname{tg} x \\ y = 10 \cos x & y = \frac{1}{x} \end{array}$$

2. Найти область определения функции:

$$\begin{aligned} \text{а) } y = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{2+x}}; & \quad \text{б) } y = \arcsin(x+1)^3; & \quad \text{в) } y = \sqrt{1+x}; \\ \text{г) } y = \sqrt[3]{1+x}; & & \\ \text{д) } y = \frac{1}{4-x^2}; & \quad \text{е) } y = \sqrt[4]{9-x^2}; & \quad \text{ж) } y = \sqrt{2+x-x^2}; \\ \text{з) } y = \frac{\sqrt{2-x^2}}{x}; & \quad \text{и) } y = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right); & \end{aligned}$$

3. Построить график функции, используя элементарные преобразования графиков:

$$y = x^2 - 1$$

$$y = (x - 2)^2$$

$$y = -3 \sin x$$

$$y = \ln(-x)$$

$$y = |x^2 - 1|$$

$$y = (|x| - 2)^2$$

$$y = x^2 - x - 2$$

Задание

1. Исследуйте функцию на четность и нечетность.

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$y = x^2 - 5x + 6$$

$$y = x^2 - x + 1$$

$$y = \sqrt[4]{9 - x^2}$$

$$y = \sqrt{1 + x + x^2} - \sqrt{1 - x + x^2}$$

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

$$y = \lg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

2. Для приведенной функции найдите наименьший положительный период T , если она периодическая.

$$y = 5 \sin 3x$$

$$y = 3 \sin 5x + 4 \cos 7x$$

$$y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$$

$$y = \sin^2 x$$

$$y = \sin \sqrt{x}, D(x) = [0; +\infty)$$

3. Построить графики функций:

$$y = \frac{|\sin x|}{\sin x}$$

$$y = \frac{|2 + \sin x|}{2 + \sin x}$$

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } -2 \leq x < 0 \\ 1 & \text{при } x = 0 \\ 2x - 1 & \text{при } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \cos x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0 \\ 2 & \text{при } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.

Тема 3. Предел

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}$
2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^2 - x - 2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{2x^2 - 7x - 15}$
4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{x^2 - x - 2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$
6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$
9. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$
10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$
11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{4 - x^2}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x^2} - \sqrt{3}}{x^2}$
13. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{x - 4}$
14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 4x + 3}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 4x + 2)}{\ln(x^{10} + x^3 + x^2)}$
16. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x} + x)$

Задание

1. Сравнить бесконечно малые величины $\alpha = t \sin^2 t$ и $\beta = 2t \sin t$ при $t \rightarrow 0$.
2. Сравнить бесконечно малые величины $\alpha = t^2 t g t$ и $\beta = t^2 \sin^2 t$ при $t \rightarrow 0$.
3. Сравнить бесконечно малые величины $\alpha = 5t^2 + 2t^5$ и $\beta = 3t^2 + 2t^3$ при $t \rightarrow 0$.
4. Найти пределы функций

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 8x^2 + 16} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{ctg x - ctg a}{x - a}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^5 - 4x + 3}$$

5. Найти пределы

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^3} - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}; \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

Практическое занятие 2

1. Для приведенных ниже последовательностей записать формулу общего члена последовательности.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots \quad \sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$$

2. Последовательность $\{y_n\}$ задана формулой общего члена последовательности $\{y_n\}$

$$= \frac{2n+1}{n+3}$$
 Найти y_{10}, y_{n-1}, y_{n+1} .
3. Найти предел последовательности: 0,2; 0,23; 0,233; 0,2333; **Общий член последовательности можно записать:** $y_n = 0,2 + [0,03 + 0,003 + 0,0003 + \dots]$

4. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^3} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$.
5. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$.
6. Найти предел последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$.
7. Найти односторонние пределы $\lim_{x \rightarrow 3-0} 5^{\frac{1}{x-3}}$, $\lim_{x \rightarrow 3+0} 5^{\frac{1}{x-3}}$.
8. Найти предел последовательности: 1,6; 1,66; 1,666; 1,6666; ...
9. Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin n!}{n^2 + 1}$

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$; 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$; 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$; 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\sin nx}$;
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x}$; 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\sqrt[4]{1+x^2} - 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{3}}{x}$; 7. $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x$.
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) + \sin(a-x) - 2 \sin a}{x^2}$; 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin(a-x)}{x}$;
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$; 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x) + \cos(a-x) - 2 \cos a}{1 - \cos x}$; 12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2}$;
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x^2}$.

Второй замечательный предел:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n^2} \right)^{4n^2} = e$ 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 6n - 1}{n^3 + 6n + 20} \right)^{n^2} = 1$ 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - n - 1}{n^2 + 2} \right)^{n^2} = 0$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$ 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x$ 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^x$ 7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x+1) - \ln(x+2))$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+1) - \ln x)$ 9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$ 10. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x} \right)^x$ 11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{2x^2+1} \right)^{x^2}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x}$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Насонова, Л.В. Избранные вопросы математического анализа. Предел и непрерывность. Часть 1,2: Методические рекомендации / Л.В.Насонова, И.В. Квасова, В.В.Попов. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2002.

Тема 4. Непрерывность функции.

1 час

Содержание

Практическое занятие

1. Исследовать на непрерывность функцию:

$$y = e^x \quad \text{в точке } x = 1$$

$$y = 4x^2 \quad \text{в точке } x = 2$$

2. Показать, что функция непрерывна для любого значения аргумента x :

$$y = x^3$$

$$y = \sin x$$

3-7 Исследовать на непрерывность функцию:

$$3. f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{если } 0 \leq x \leq 3 \\ 3-x, & \text{если } 3 < x \leq 4 \end{cases} \quad 4. y = \frac{x^2 - 25}{x - 5} \quad 5. y = \frac{1}{x^2} \quad 6. y = \frac{\sin x}{|x|} \quad 7. y = \frac{\sin x}{x}$$

8. Является ли функция $f(x) = |\operatorname{sign} x|$ непрерывной в точке $x = 0$.

9. Исследовать на непрерывность $f(x) = \frac{x}{|x|}$:

1

10. Исследовать на непрерывность $f(x) = [x]$:

11. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = 5^{\frac{1}{3-x}}$.

12. Определить приращение аргумента x и приращение функции $y = \lg x$, если аргумент x изменился от 10 до 100.

13. Показать, что для линейной функции $y = ax + b$ приращение не зависит от x .

14. Доказать непрерывность функции $y = \sqrt{x}$.

15. Доказать, что функция $y = |x|$ непрерывна.

17-18. Определить точки разрыва функций:

$$16. f(x) = \frac{x^3}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$17. f(x) = \operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$18. f(x) = \frac{1}{\sin \pi x}$$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.

3. Насонова, Л.В. Избранные вопросы математического анализа. Предел и непрерывность. Часть 1,2: Методические рекомендации / Л.В.Насонова, И.В. Квасова, В.В. Попов. – Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2002.

РАЗДЕЛ II. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

8 часов

Тема 1. Производная и дифференциал.

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Найти производную функции по определению : $y = x^3$
2. Найти производную функции по определению : $y = \sqrt{x}$
3. Найти производные функций:

$$\begin{array}{llll}
 y = x^5 & y = \sqrt[7]{x^3} & y = \frac{1}{x^2} & y = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x^2} \\
 y = ax^{-5} & y = \sqrt[n]{x} & y = \sqrt{\sqrt[3]{x}} & y = x^3 \sqrt[5]{x} \\
 y = \frac{\operatorname{tg} x}{x} & y = \operatorname{ctg} x \arccos x & y = \log_2 x \cdot 2^x & y = \frac{e^x}{\ln x}
 \end{array}$$

4. Найти производные функций:

$$\begin{array}{lll}
 y = \sqrt{\operatorname{tg} x} & y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x - (\arcsin x)^3} & y = \lg \sin x \\
 y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x) & y = (e^{5x} - \operatorname{ctg} 4x)^5 & y = \cos e^{3x} \\
 y = \operatorname{arctg} \sqrt{-x} & y = 2^{\arcsin 3x} + (1 - \arccos 3x)^2 & y = \ln \frac{(x-2)^5}{(x+1)^3}
 \end{array}$$

Практическое занятие 2

1. Найти уравнение касательной и нормали к кривой, заданной функцией в точке

$$\begin{array}{ll}
 1. y = x^3 - 2x^2 + 3, x_0 = 1 & 2. y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 4x, x_0 = 2 \\
 3. x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 6, M(-1,1) & 4. \begin{cases} y = t^3 \\ x = t^2 \end{cases}, t_0 = 2
 \end{array}$$

2. Найти угол пересечения двух кривыми, заданных функциями:

$$1. y = x^2, x + y = 2 \quad 2. y = x, y = x^3$$

3. Найти вторую производную функции: 1. $y = x^5$; 2. $y = (1 + x^2) \operatorname{arctg} x$

4. Найти все производные порядка n функции : 1. $y = x^n$; 2. $y = \frac{1}{1+x}$

5. Удовлетворяет ли функция $y = \frac{x^2 e^x}{2}$ соотношению $y'' - 2y' + y = e^x$.
6. Найти дифференциал функции:
1. $y = 10x + 15$ 2. $y = \sqrt[3]{x^2}$ 3. $y = \frac{3^x}{x^3}$ 4. $y = x^2 \cos 3x$
7. Приблизженно вычислить:
1. $\sqrt[3]{70}$ 2. $\operatorname{tg} 46^\circ$ ($\frac{\pi}{180} \approx 0.01745$ - 1 градус) 3. $\sqrt[5]{32,001}$

Тема 2. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения.
4 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Вычислить пределы с помощью правила Лопиталья

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{e^x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow +\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x \right)$ 3. $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax^m)^{\frac{b}{x^n}}, m > 0, n > 0$

5. $\lim_{x \rightarrow +0} x^x$ 6. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$ 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$ 9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$ 10. $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x^{\sin x}$

2. Проверить справедливость теоремы Роля для функции для функции $y = f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ на отрезке $[2, 3]$.
3. Проверить справедливость теоремы Роля для функции для функции $y = 4^{\sin x}$ на отрезке $[0, \pi]$.
4. Составить формулу Лагранжа для функции $y = x(1 - \ln x)$ на отрезке от $[a, b]$.

Практическое занятие 2

Тренинг 1

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на возрастание, убывание, точки экстремума, если $y = x^3 - 3x + 2$.

Умение	Алгоритм					Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму					
	1) Найти область определения D(f)					1) $D(f)=(-\infty;+\infty)$					
	2) Найти $f'(x)$					2) $f'(x)=3x^2-3$					
Исследовать функцию на возрастание(↗), убывание(↘), экстремум	3) Найти корни уравнения $f'(x) = 0: x_1, x_2, x_3$					3) $3x^2-3=0, \quad 3(x^2-1)=0,$ $3(x-1)(x+1) = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 1$					
	4) Заполнить таблицу					4)					
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$...	x	$-\infty; -1$	-1	-1; 1	1	$1; +\infty$
	y'	+	0	-	...	y'	+	0	-	0	+
	y	↗	max	↘	...	y	↗	max	↘	min	↗
	y	↘	min	↗	...	y	↘	min	↗	max	↘
	5) Найти $y(x_1), y(x_2), y(x_3)$					5) $y(-1) = 4$ — max, $y(1) = 0$ — min					
6) Записать ответ					6) y ↗ на $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ y ↘ на $(-1; 1)$. y в т. $x = -1$ имеет max $= y(-1) = 4$ y в т. $x = 1$ имеет min $= y(1) = 0$						

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$

б) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

в) $y = \frac{x}{x^2 + 4}$

г) $y = 3x + \frac{3}{x} + 5$

д) $y = x \ln x$

Тренинг 2

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба, если $y = x^3 + 15x^2 - x - 250$.

Умение	Алгоритм	Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму
---------------	-----------------	--

	1) Найти область определения $D(f)$				1) $D(f)=(-\infty;+\infty)$				
	2) Найти $f''(x)$				2) $f'(x)=3x^2+30x-1$ $f''(x)=6x+30$				
Исследовать функцию на выпуклость(\cup), вогнутость (\cup), точки перегиба (тп)	3) Найти корни уравнения $f''(x) = 0: x_1, x_2, \dots$				4) $6x+30=0, \quad 6(x+5)=0,$ $x = -5$				
	4) Заполнить таблицу				4)				
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$...	x	$-\infty; -5$	-5	$-5; +\infty$
	y''	+	0	—	...	y''	-	0	+
	y	\cup	тп	\cap	...	y	\cap	тп	\cup
	5) Найти $y(x_1), y(x_2), \dots$				5) $y(-5) = 5$				
	6) Записать ответ				6) График функции выпуклый на $(-\infty; -5)$ вогнутый на $(-5; +\infty)$ точка $(-5; 5)$ - точка перегиба				

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = x^5$

б) $y = \sqrt[3]{x-1}$

в) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

г) $y = \frac{x}{x^2 + 16}$

д) $y = e^{-\frac{x^2}{4}}$

е) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$

Практическое задание

1. Найти наклонную асимптоту кривой $y = \frac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$

2. Исследовать поведение функции $y = \frac{1}{x-2}$ и $y = \frac{1}{(x-2)^2}$ в окрестности точки $x_0 = 2$.

3. Исследовать функцию построить график:

1. $y = x^2 - x^3$

2. $y = x(1 + \sqrt[4]{x})$

3. $y = 1 + \sqrt[4]{x}$
4. $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$
5. $y = x^3 e^x$
6. $y = x^3 - 4x + 2$
7. $y = \sqrt[3]{x^2 - x^3}$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 3x^2$ на отрезке $[a, b]$:

1. $a = -1, b = 1$.
2. $a = -2, b = 4$

5. Дополнительные задания

1. $y = x^3 - 3x^2$
2. $y = x(1 + \sqrt{x})$
3. $y = 1 + \sqrt{x}$
4. $y = \sqrt[3]{x^2} - x$
5. $y = e^{\frac{1}{x}} - x$

Тренинг 1

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на возрастание, убывание, точки экстремума, если

$$y = x^3 - 3x + 2.$$

Умение	Алгоритм					Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму					
	Исследовать функцию	1) Найти область определения $D(f)$					1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$				
2) Найти $f'(x)$					2) $f'(x) = 3x^2 - 3$						
Исследовать функцию	3) Найти корни уравнения $f'(x) = 0: x_1, x_2, x_3$					5) $3x^2 - 3 = 0, \quad 3(x^2 - 1) = 0,$ $3(x-1)(x+1) = 0$ $x_1 = -1; x_2 = 1$					
	4) Заполнить таблицу					4)					
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$...	x	$-\infty; -1$	-1	-1; 1	1	$1; +\infty$
y'	+	0	-	...	y'	+	0	-	0	+	

	-		+							
y	↗	max	↘	...	y	↗	max	↘	min	↗
	↘	min	↗							
5) Найти $y(x_1), y(x_2), y(x_3)$					5) $y(-1)=4$ — max, $y(1)=0$ — min					
6) Записать ответ					6) y ↗ на $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ y ↘ на $(-1; 1)$. y в т. $x=-1$ имеет max $=y(-1)=4$ y в т. $x=1$ имеет min $=y(1)=0$					

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$

б) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

в) $y = \frac{x}{x^2 + 4}$

г) $y = 3x + \frac{3}{x} + 5$

д) $y = x \ln x$

Тренинг 2

Пример выполнения упражнения тренинга.

Задание

Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба, если $y=x^3+15x^2-x-250$.

Умение	Алгоритм					Конкретное соответствие задания предложенному алгоритму				
	Исследовать функцию на выпуклость(∩), вогнутость(∪),	1) Найти область определения D(f)					1) $D(f)=(-\infty; +\infty)$			
2) Найти $f''(x)$					2) $f'(x)=3x^2+30x-1$ $f''(x)=6x+30$					
3) Найти корни уравнения $f''(x) = 0: x_1, x_2, \dots$					6) $6x+30=0, \quad 6(x+5)=0,$ $x = -5$					
4) Заполнить таблицу					4)					
	x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$...	x	$-\infty; -5$	-5	$-5; +\infty$	
	y''	+	0	—	...	y''	-	0	+	
	y	∪	тп	∩	...	y	∩	тп	∪	

5) Найти $y(x_1), y(x_2), \dots$	5) $y(-5) = 5$
6) Записать ответ	6) График функции выпуклый на $(-\infty; -5)$ вогнутый на $(-5; +\infty)$ точка $(-5; 5)$ - точка перегиба

Задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремум:

а) $y = x^5$

б) $y = \sqrt[3]{x-1}$

в) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

г) $y = \frac{x}{x^2 + 16}$

д) $y = e^{-\frac{x^2}{4}}$

е) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.

Раздел III. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.

14 часов

Тема 1. Неопределенный интеграл.

8 часов

Содержание

Практическое занятие 1

Найти неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{2 + 3\sqrt{x^2} + 5\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx$	11. $\int tg^2 x dx$	<u>Метод замены:</u>
2. $\int \frac{x^2}{15 + x^2} dx \mid \pm 1$	12. $\int (x-1)^2 x \cdot \sqrt[4]{x} dx$	21. $\int \sin(3x+5) dx$
3. $\int \frac{dx}{x^4 + x^2} = \mid \pm x^2$	13. $\int \frac{xe^x - x}{x} dx$	22. $\int e^{x^3} x^2 dx$
4. $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$	14.* $\int \frac{2 + 3x^2}{x^2(1+x^2)} dx$	<u>Метод по частям:</u>

5. $\int \frac{\cos^3 x - \sin x \cos^2 x + 1}{\cos^2 x} dx$	15. $\int a^x e^x dx$	23. $\int \frac{\ln x}{u} dx$
6. $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$	16. $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$	24. $\int \frac{x \cdot e^{2x}}{u} dx$
7. $\int \sqrt{1 - \sin 2x} dx$	17. $\int \frac{2x \sin^2 x + 1}{\sin^2 x} dx$	25. $\int \frac{\arctg x}{u} dx$
8. $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx$	18. $\int \frac{x \sin 2x + \sqrt[3]{x} \cos x}{x \cos x} dx$	
9. $\int \frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx$	19. $\int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx$	
10. $\int (2^x + 3^x)^2 dx$	20. $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x+3} dx$	

Практическое занятие 2

Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{dx}{x-5}; \quad 2) \int \frac{dx}{(x+2)^4}; \quad 3) \int \frac{xdx}{5x^2 + 2x + 4}; \quad 4) \int \frac{xdx}{(x-1)(x+1)^2}.$$

$$5) \int \frac{x+3}{x^2 + 4x + 29} dx; \quad 6) \int \frac{7x-2}{3x^2 - 5x + 4} dx; \quad 7) \int \frac{5x-3}{x^2 + 6x - 40} dx.$$

$$8) \int \frac{x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 30x - 22}{x^3 - x^2 - 8x + 12} dx; \quad 9) \int \frac{6x^5 - 8x^4 - 25x^3 + 20x^2 - 76x - 7}{3x^3 - 4x^2 - 17x + 6} dx.$$

$$10) \int \frac{x^2 - 5x + 9}{(x-1)^2(x^2 + 2x + 2)} dx; \quad 11) \int \frac{2x+2}{(x-1)(x^2+1)^2} dx; \quad 12) \int \frac{dx}{(x^3-1)^2};$$

$$13) \int \frac{8x^3 - 2x^2 + 13x - 2}{(x^2+2)(x^2+1)} dx; \quad 14) \int \frac{3x^4 + 14x^2 + 7x + 15}{(x+3)(x^2+2)^2} dx;$$

$$15) \int \frac{9x^3 - 30x^2 + 28x - 88}{(x^2 - 6x + 8)(x^2 + 4)} dx; \quad 16) \int \frac{8x^3 - 12x^2 + 2x + 10}{(x+3)(x-1)^3} dx.$$

Практическое занятие 3

1. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{(x+1)^3} dx$ (подстановка $\frac{1}{2}(ax^2 + bx + c)' = t$).

2. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{(\sqrt{5+2x+x^2})^3}$ (подстановка $\frac{1}{2}(ax^2 + bx + c)' = t$).

3. Вычислить интеграл $\int x \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} dx$ (интеграл вида $\int R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ рационализируется подстановкой $\sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}} = t$).

4. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}$ (если подынтегральная функция является рациональной функцией относительно $(\frac{ax+b}{cx+d})^p$, $(\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{r}{s}}$ и т.д., где $p, q, s, r \dots$ - целые числа, то интеграл рационализуется подстановкой $\frac{ax+b}{cx+d} = t^n$, где n - наименьшее кратное чисел q, s, \dots).
5. Найти интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt{x-2}} dx$ (если подынтегральное выражение содержит лишь линейную иррациональность $\sqrt[n]{ax+b}, a \neq 0$, то полезна подстановка $t = \sqrt[n]{ax+b}$).
6. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{x-2}} dx$.
7. Найти интеграл $\int \sqrt{\frac{5-3x}{4+7x}} dx$.
8. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)}}$ (свести интеграл к типу $\int R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$).
9. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2+3x+7}}$.
10. Найти интеграл $\int \frac{(3x-7)}{\sqrt{5x^2+8x+1}} dx$.
11. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+3}}$ (замена $x = \frac{1}{t}$).
12. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{7-x^2}}$.
13. Найти интеграл $\int \frac{dx}{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}}$.

Практическое занятие 4

1. Вычислить интегралы: 1) $I = \int \cos 3x \cos 9x dx$; 2) $I = \int \sin 2x \cos 5x dx$.
2. Вычислить интеграл: $I = \int \sin 10x \cdot \cos 7x \cdot \cos 4x dx = \int \sin 10x [\cos 7x \cdot \cos 4x] \cdot dx$ (воспользоваться формулами дважды).
3. Найти интеграл $I = \int \sin^2 x \cos^7 x dx$ (один показатель нечетное число: замена $t = \sin x$ и понизить степень).
4. Найти интеграл $I = \int \frac{\sin^7 x}{\sqrt{\cos x}} dx$ (замена переменной $\cos x = t$).
5. Найти интеграл $I = \int \cos^4 x dx$ (показатели четные положительные числа, один может равняться нулю: понизить степень $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$, $\sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$).

6. Найти интеграл $I = \int \cos^2 3x \sin^4 x dx = \int [\cos 3x \sin 3x]^2 \sin^2 x dx$.
7. Найти интеграл $\int \operatorname{tg}^8 x dx$ (1 способ: использование формулы $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$ и понижение показателя степени n на две единицы; 2 способ: использование подстановки: $\operatorname{tg} x = t$, $x = \operatorname{arctg} t$ и $dx = \frac{dt}{1+t^2}$.)
8. Найти интеграл $\int \operatorname{ctg}^5 x dx$.
9. $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$ (универсальная подстановка)
10. Найти интеграл $\int \frac{5+6\sin x}{\sin x(4+3\cos x)} dx$ (универсальная подстановка)

Тема 2. Определенный интеграл.

2 часа

Содержание

Практическое занятие

- Составить формулу для вычисления интегральных сумм для функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a;b]$, разделяя этот отрезок на n равных элементарных отрезков и взяв в качестве внутренней точки ξ_i правый конец каждого отрезка.
- Вычислить интеграл $\int_a^b x dx$ ($a < b$), как предел интегральной суммы.
- Составить формулу для вычисления интегральных сумм для функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a;b]$, разделяя этот отрезок на n равных элементарных отрезков и взяв в качестве внутренней точки ξ_i левый конец каждого отрезка.
- Составить формулу для вычисления интегральных сумм для функции $y = e^x$ на отрезке $[a;b]$, разделяя его на n равных отрезков и взяв в качестве внутренней точки ξ_i правый конец каждого отрезка.
- Вычислить $\int_a^b x dx$, составив интегральную сумму для функции $f(x) = x$. Отрезок $[a;b]$ разделить на n частей произвольным образом. В качестве внутренней точки ξ_i взять середину каждого частичного отрезка.
- Найти $I = \int_0^1 (x-2)^3 dx$.
- Найти $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$.
- Найти $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2-4}$.
- $I = \int_1^9 \frac{\sqrt{x} dx}{x+2\sqrt{x}}$.
- $I = \int_3^{10} \frac{dx}{(x-4)\sqrt{x+6}}$.
- Вычислить интеграл $I = \int_0^{2a} \sqrt{2ax-x^2} dx$.

12. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 x \cdot e^x dx$.
13. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 x \cdot \arctg x dx$.
14. Вычислить интеграл $I = \int_0^1 \arcsin x dx$.
15. Вычислить интеграл $I = \int_0^{\pi} x \cdot \cos x dx$.

Тема 3. Приложения определенного интеграла.

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1-2

1. Найти площадь, ограниченную графиками функций $y = 2\sqrt{x}$ и $y = 2x$.
2. Найти площадь, ограниченную эллипсом $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t. \end{cases}$
3. Найти площадь одного лепестка четырехлепестковой розы $r = a \sin 2\varphi$.
4. Найти объем тела вращения, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}$ и $y = 2x$ вокруг осей Ox и Oy .
5. Вычислить поверхность сферы, радиуса R , рассматривая ее как тело вращения.
6. Найти длину дуги кривой $y = \ln x$ ($x \in [1, \sqrt{3}]$).
7. Найти длину окружности радиуса R , заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = R \cos t, \\ y = R \sin t. \end{cases}$
8. К телу прикреплен пружина, другой конец которой закреплен неподвижно в точке O . Упругая сила, с которой действует пружина на тело, подчиняется закону Гука, согласно которому $F = -kx$, где k - коэффициент пропорциональности, а x - удлинение пружины. Найти работу упругой силы при прямолинейном перемещении по линии действия силы от $x = a$ до $x = b$.
9. Вычислить интегралы: 1) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg^2 x dx}{1+x^2}$; 2) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg x dx}{1+x^2}$; 3) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 4) $\int_0^2 \frac{dx}{x-1}$; 5) $\int_0^1 \frac{dx}{x-1}$; 6) $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 7) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2}$

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.

Якшина, А.С. Приложения определенного интеграла при решении геометрических и физических задач: Учебное пособие / А.С. Якшина.- Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2014.(21)

РАЗДЕЛ IV. РЯДЫ

Тема 1. Числовые ряды.

2 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Дан общий член ряда $u_n = \frac{2^{n-1}}{n!}$. Записать первые четыре члена ряда.
2. Найти общий член ряда $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$
3. Найти общий член ряда $1 + \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 9}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 16}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10} + \dots$
4. Исследовать частичную сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$
5. Исследовать частичную сумму ряда $2 + 6 + 18 + \dots + 2 \cdot 3^{n-1} + \dots$
6. Исследовать частичную сумму ряда $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$
7. Найти сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 23} + \frac{1}{23 \cdot 34} + \dots + \frac{1}{(11n-10)(11n+1)}$
8. Исследовать сходимость ряда и вычислить сумму ряда, если он сходится
 $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots$
9. Исследовать сходимость ряда $u_n = \frac{5n+1}{4n-1}$

Дополнительные задания

1. Найти общий член ряда $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots$
2. Найти общий член ряда $\frac{2}{3} + \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \left(\frac{4}{11}\right)^2 + \left(\frac{5}{15}\right)^4 + \dots$
3. Найти сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \dots$
4. Найти сумму ряда $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$
5. Исследовать сходимость ряда и вычислить сумму ряда, если он сходится
 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$
6. Исследовать сходимость ряда $u_n = \frac{n}{3n-1}$

Практическое занятие

1. Исследовать сходимость знакопеременного ряда:

$$\text{а) } 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5} + \dots \quad \text{б) } u_n = \frac{\sin n\alpha}{(\ln 10)^n}$$

2. Исследовать сходимость знакочередующегося ряда

$$\text{а) } u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{5n+6} \quad \text{б) } u_n = \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{10n+9}$$

3. Сколько членов n ряда $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ необходимо взять, чтобы вычислить ряд, причем с точностью до 0,001?

4. Исследовать на сходимость ряд:

$$1. \frac{1}{1 \cdot 2^2} - \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3 \cdot 4^2} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n(n+1)^2} - \dots$$

$$2. \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} - \dots$$

5. Оценить третий остаток ряда (двумя способами):

$$\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5^2} + \frac{1}{4 \cdot 5^3} + \dots + \frac{1}{(n+1) \cdot 5^n} + \dots$$

7. Вычислить с точностью до 0,01 сумму ряда:

$$\frac{1}{1!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{(2n-1)!} + \dots$$

Раздел 1.01 Дополнительные задания

1. Исследовать сходимость знакопеременного ряда $u_n = 1 - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} - \frac{1}{5^4} - \frac{1}{6^4} + \dots$

2. Исследовать сходимость знакочередующегося ряда

$$\text{а) } u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)} \quad \text{б) } u_n = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(n^3+1)}$$

$$\text{в) } u_n = (-1)^n \left(\frac{3n+1}{2n+1} \right)^n$$

$$\text{ё) } u_n = (-1)^n \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \dots (2n+5)} \quad \text{к) } u_n = (-1)^{n+1} \left(1 + \frac{1}{10^n} \right)$$

$$\text{л) } u_n = \frac{(-1)^n n}{2^n}$$

3. Сколько членов ряда $u_n = \frac{n}{(2n+1) \cdot 5^n}$ нужно взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0,01?

4. Оценить второй остаток r_2 ряда $u_n = \frac{\cos 5n}{5^n + 1}$

Тема 2. Функциональные ряды.

3 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Определить область сходимости функционального ряда:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+3)^n} \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \sqrt{\cos^n x}$$

2. Определить радиус, интервал и область сходимости степенного ряда:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{в) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{4^n}$$

3. Исследовать сходимость функционального ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n+2} \left(\frac{5-x}{8x-3} \right)^n \quad \text{в точках } x=0, x=1.$$

4. Определить область сходимости ряда:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=0}^{\infty} x^n & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 2^n} & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n \\ \text{г) } \sum_{n=0}^{\infty} (x-2)^n & \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^n} & \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} n!(x+5)^n \end{array}$$

Дополнительные задания

1. Исследовать сходимость функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^n$ в точках $x=0, x=1$.

2. Определить область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^n$.

3. Определить радиус, интервал и область сходимости степенного ряда:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (n \cdot x)^n & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)} & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt{n}} \\ \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n} & & \end{array}$$

Практическое занятие 2

- Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2 - 2x - x^2}{x - \sin x}$ (заменить $e^x, \sin x$ их представлениями по формуле Маклорена и вычислить с точностью до величины $O(x^3)$).
- Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x(1+x)^m}{x^2}$ (заменить $(1+x)^m, \ln(1+x)$ их представлениями по формуле Маклорена).
- Вычислить приближенное значение $\sqrt[3]{e}$, взяв три члена представления функции $f(x) = e^x$ по формуле Маклорена, и оценить ошибку вычисления.

4. Вычислить приближенное значение $\frac{1}{\sqrt[3]{e^x}}$, взяв три члена представления функции $f(x) = e^x$ по формуле Маклорена, и оценить ошибку вычисления.
5. Вычислить $\sin 18^\circ$ с точностью до 10^{-4} (подставить $18^\circ = \frac{\pi}{10} = 0,314159$ вместо x в ряд).
6. Вычислить $\sqrt[3]{70}$ с точностью до 10^{-4} .
7. Вычислить $\ln 5$ с точностью до 10^{-3} (воспользоваться разложением $\ln \frac{1+x}{1-x}$, положив $\frac{1+x}{1-x} = 5$, откуда $x = \frac{2}{3}$).

Дополнительные задания:

1. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1 - x}$
2. Вычислить приближенно $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$ с точностью до 10^{-4} .
3. Вычислить $\sqrt[5]{250}$ с точностью до 10^{-3} .
4. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+x} - \sqrt[n]{1+x}}{x}$.
5. Вычислить $\cos 1^\circ$ с точностью до 10^{-3} .
6. Вычислить $\ln 6$ с точностью до 10^{-4} .

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов и др. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит. - Т.3: Интегралы, ряды. - 2003. - 502 с.

РАЗДЕЛ V. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.

5 часов

Тема 1. Функции нескольких переменных.

2 часа

Содержание

Практическое занятие

1. Найти и изобразить на плоскости Оху область определения функции:

- 1) $z = \frac{1}{\sqrt{\arcsin(1-x^2)}}$; 2) $z = \frac{y-x}{x^2+y^2-4}$; 3) $z = \frac{5}{3-x^2-y^2}$;
- 4) $z = \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+y^2-2y-2}}$; 5) $z = \lg(x^2+6x+y^2+8)$; 6) $z = \sqrt{4-x^2-4y^2}$.
2. Найти область определения данной функции трех переменных:
- 1) $u = \sqrt{x^2+9y^2+18y+9-z}$; 2) $\lg(4x^2+8x+y^2-2y+5-4z)$;
- 3) $u = \frac{1}{\sqrt{2x-z-1}} - \frac{1}{\sqrt{y+2x+1}}$.
3. Найти и построить линии уровня функции: 1) $z = 4x^2 - \frac{y^2}{9}$; 2) $z = x^2 + 6x + y^2 + 9$;
- 3) $z = x^2 + 9y^2 + 18$.
4. Найти предел функции: 1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\arctg 6(x^2+y^2)}{3(x^2+y^2)}$; 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}{x^2+y^2}$.
5. Найти все частные производные первого порядка функции: 1) $z = \sqrt{x^2-3y^2}$;
- 2) $z = \log_2(3\sqrt[3]{x}+2y^2)$; 3) $u = \arccos \sqrt{y^2-x^2+3z}$; 4) $z = y \cdot x^y$;
- 5) $z = \frac{4}{\sqrt{5-xy}}$; 6) $z = 2^{\cos \frac{t}{s}}$; 7) $z = \arcsin \frac{y}{x}$; 8) $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$; 9) $z = y^x$;
- 10) $z = x^y$; 11) $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$; 12) $z = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$.
6. Найти все частные производные второго порядка, предварительно найдя и упростив производные первого порядка: 1) $z = \sqrt{x^2+y^2}$; 2) $z = \log_3(x-y^2)$.
7. Найти точки разрыва функции $z = \frac{1}{x-y+1}$.

Тема 2. Дифференцируемые функции.

2 часа

Содержание

Практическое занятие

- Для функции найти полное приращение Δz и полный дифференциал dz для данной функции в точке $M(x, y)$ для заданных Δx и Δy и сравните их.
 - $z = xy^2$; $M(2,1)$; $\Delta x = 0,2$; $\Delta y = 0,1$.
 - $z = x^2y$; $M(1,2)$; $\Delta x = 0,05$; $\Delta y = 0,1$.
 - $z = x^2y^2$; $M(1,1)$; $\Delta x = 0,01$; $\Delta y = 0,02$.
- Найти полный дифференциал dz данной функции.
 - $z = x^3y^2$; 2. $z = xy^x$; 3. $u = xyz$; 4. $z = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ 5. $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$
- Найти полные дифференциалы 1-го и 2-го порядка функции.

1. $z = x^2 - 3xy - 2y^2$; 2. $z = e^{xy}$ 3. $z = xe^y + ye^x$ 4. $z = e^y \sin x$
4. Вычислить приближенно без использования калькулятора. При переводе градусов в радианы и при всех вычислениях брать три значащих цифры, в ответе последний знак округлить.
1. $1,01^2 \cdot 0,98^3$; 2. $0,99^3 \cdot 1,02^2$; 3. $;\sqrt{3,98+2,95}$; 4. $\sin 31^\circ \cdot \cos 61^\circ$.
5. Найти $\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dt}$, если: 1. $z = \sqrt{3x-5y}$, где $x = \sin t$, $y = \sqrt{t}$;
2. $z = \frac{y}{x}$, где $x = \ln t$, $y = \arcsin t$
6. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = \frac{xy}{z}$, где $x = \sqrt{t+2}$, $y = e^t$, $z = \cos t$.

Тема 3. Экстремумы функции нескольких переменных.

1 час

Содержание

Практическое занятие

1. Найти экстремумы функции $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 3y$.
2. Исследовать на экстремум функции: 1. $z = y^3 + 3x^2y - 12x - 15y$; 2. $z = 2x^2 + (y-1)^2$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4y - x$ в области $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x + 2y - 12 \leq 0$.
4. Исследовать на экстремум функции: 1. $z = x^2 + xy + y^2 - x - 2y$; 2. $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$; 3. $z = y^2 - 2x^2 - 2y + 1$.

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д.Кутасов и др. - 2-е изд., перераб.и доп. - М. : Физматлит. - Т.3: Функции нескольких переменных. - 2003. - 468 с.

РАЗДЕЛ VI. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

5 часов

Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

2 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Проверить, является ли решением дифференциальных уравнений указанные функции:

- 1) $y'' + y = 0$, $y = \sin x$;
 - 2) $y'' = x^2 + y^2$, $y = \frac{1}{x}$.
2. Методом изоклин построить поле интегральных кривых уравнения $y' = x$.
 3. Найти общее решение дифференциальных уравнений:
 - 1) $(1+x)ydx + (1-y)xdy = 0$;
 - 2) $y'tgx = y$;
 - 3) $\frac{xdy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{ydx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$.
 4. Найти общее решение уравнения $(y-x)ydx + x^2dy = 0$.
 5. Найти частное решение уравнения $2xyy' = x^2 + y^2$, при $y(1) = 2$.

Практическое занятие 2

1. Найти общее решение уравнения $y' + \frac{y}{x} = x^2y^4$
2. Решить линейные дифференциальные уравнения: 1) $xy' = x^3 + y$ 2) $(x+y^2)y' = 1$.
3. Найти частное решение уравнения $y' - ytgx = \frac{1}{\cos x}$, при $y(0) = 0$.
4. Найти общее решение уравнения $y' + \frac{y}{x} = -xy^2$.
5. Найти общее решение уравнения $\frac{2x}{y^3}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$
6. Найти общее решение уравнения $(2xy + x^2y + \frac{y^3}{3})dx + (x^2 + y^2)dy = 0$.
7. Найти общее решение уравнение $(x + \sin y)dx + (x \cos y + \sin y)dy = 0$.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. 3 часа

Содержание

Практическое занятие

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка

1. Найти общее решение уравнения $y'' = \frac{1}{x}$
2. Найти частное решение уравнения $y'' = \frac{1}{a} \sqrt{1 + (y')^2}$, при $y(0) = a$, $y'(0) = 0$
3. Найти частное решение уравнения $yy'' + y'^2 = y'^3$, при $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.
4. Найти общее решение уравнения $y'' = \sin x$.
5. Найти частное решение уравнения $y'' = xe^{-x}$, при $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.
6. Найти общее решение уравнения $xy'' + y' = 0$.
7. Найти частное решение уравнения $xy'' - y' = x^2e^x$, при $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$.

8. Найти общее решение уравнения $yy'' - y'^2 = y^2 \ln y$.
9. Найти частное решение уравнения $y'' = y'^2 - y$, при $y(1) = -\frac{1}{4}$, $y'(1) = \frac{1}{2}$.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка

1. Найти общее решение $y'' - 4y' + 4y = 0$.
2. Найти общее решение $y'' - \frac{y'}{x} = x$.
3. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$ методом вариации произвольной постоянной.
4. найти общее решение уравнения $y'' + 4y' = 2x - 3$ методом неопределенных коэффициентов.
5. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2y = x^2$
6. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' - 3y = (2x - 3)e^{-x}$.
7. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y' + 5y = 2 \cos x - \sin x$.
8. Найти общее решение уравнения $y'' + y = xe^x + 2e^{-x}$.

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с.
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д.Кутасов и др. - 2-е изд., перераб.и доп. - М. : Физматлит. - Т.3: Функции нескольких переменных. - 2003. - 468 с.
4. Сёмочкина, О.А. Дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида : Учебное пособие / О.А.Сёмочкина.- Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009.

РАЗДЕЛ VII. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.

5 часов

Тема 1. Двойной и тройной интегралы.

4 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Вычислить:

$$1. \int_0^2 dx \int_0^1 (x^2 + 3y^2) dy \quad 2. \int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2}{y^2} dy \quad 3. \int_1^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} xy dy$$

2. Найти и построить область интегрирования:

$$1. \int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x, y) dy \quad 2. \int_{-4}^3 dx \int_{-\sqrt{25-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy \quad 3. \int_{-2}^0 dy \int_{y^2-4}^0 f(x, y) dx$$

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле:

$$1. \int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x, y) dy \quad 2. \int_{-4}^3 dx \int_{-\sqrt{25-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy \quad 3. \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$$

4. Изменить порядок интегрирования:

$$1. \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4x}} f(x, y) dy$$

$$2. \int_0^1 dy \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$$

Практическое занятие

1. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy.$$

2. Перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования:

$$\iint_S f(x, y) dx dy, \quad S : y \geq x, \quad y \geq -x, \quad y \leq 1.$$

3. Вычислить $\iint_S \ln(x^2 + y^2) ds$, если области интегрирования S - кольцо между

$$\text{окружностями } x^2 + y^2 = e^2 \text{ и } x^2 + y^2 = e^4.$$

4. Вычислить $\iint_S r \sin \varphi dr d\varphi$, $S : r \leq a, \varphi \geq \frac{\pi}{2}, \varphi \leq \pi$.

5. Вычислить $\iint_S r \sin \varphi dr d\varphi$, $S : r \geq 1, r \leq 2 + \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi$.

6. Вычислить $\iint_S r^2 dr d\varphi$, если ограничена первым завитком спирали $r = a\varphi$ и осью Ox .

7. Преобразовать к полярным координатам и вычислить $\iint_S e^{-x^2-y^2} dx dy$, $S :$

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Практическое занятие 2

1. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V \frac{dx dy dz}{1-x-y}$, если V - тетраэдр с вершинами $O(0,0,0)$,

$$A(1,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1).$$

2. Вычислить $\iiint_V x^3 y^2 z dx dy dz$, где V определяется неравенствами $0 \leq x \leq 1$,

$$0 \leq y \leq x \quad 0 \leq z \leq xy. \text{ Примечание: Использовать метод параллельных сечений. В}$$

плоскости $x = 1$ получается треугольник с вершинами в точках

$$A(1;0;0), B(1;1;0), C(1;1;1), \text{ в плоскости } y = x - \text{криволинейный треугольник } OBC, \text{ у}$$

которого стороны OB и BC –отрезки прямых, а сторона OC – параболы $z = x^2$.

Участок поверхности AOC определяется уравнением $z = xy$.

3. Вычислить $\iiint \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, V ограничена плоскостями $y = 0$, $z = 0$, $z = 2$ и цилиндром $x^2 + y^2 = 2x$.
4. Вычислить $\iiint_V (x^2 + y^2 + 2z) dx dy dz$, $V : x^2 + y^2 \leq 1$, $z \geq 1 - x^2 - y^2$, $z \leq 1$. Примечание: Область интегрирования расположена внутри цилиндра $x^2 + y^2 \leq 1$, ниже плоскости $z = 1$ и выше параболоида вращения $z = 1 - x^2 - y^2$, который пересекается с цилиндром $x^2 + y^2 = 1$ в плоскости HOY и имеет вершину на оси OZ в точке $z = 1$.
5. Вычислить $\iiint_V xyz dx dy dz$, где V является $\frac{1}{8}$ частью шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, расположенной в 1-ом октанте. Примечание: перейти к сферическим координатам.
6. Вычислить $\iiint_V \sqrt{1 + (x^2 + y^2 + z^2)^2} dx dy dz$, где V шар $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$.

Тема 2. Некоторые применения кратных интегралов.

2 часа

Содержание

Практическое занятие 1

1. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y = x^2$, $y = 1$, $x + y + z = 4$, $2x + y + z = 3$. Примечание: Тело ограничено сбоку частью цилиндрической поверхности $y = x^2$, частью плоскости $y = 1$, сверху частью плоскости $z_в = 4 - x - y$, снизу частью плоскости $z_н = 3 - 2x - y$. Проекция тела на плоскость HOY является область S , ограниченная прямой $y = 1$ и параболой $y = x^2$.
2. Найти площадь S , ограниченную линиями $y = e^x$, $y = e^{-2x}$, $y = e^2$.
3. Найти объем части шара радиуса R , вырезанной из него прямым круговым цилиндром диаметром R , образующая которого проходит через центр шара. Примечание: Совместить начало координат с центром шара, ось Oz направить по образующей цилиндра, а ось Ox вдоль диаметра цилиндра. Вычисление целесообразно провести в полярных координатах.
4. Вычислить площадь части параболоида вращения $z = x^2 + y^2$, вырезаемую цилиндром $x^2 + y^2 = 4$.
5. Найти массу кругового кольца, если поверхностная плотность γ в каждой точке обратно пропорциональна квадрату расстояния ее от центра кольца.
6. Найти координаты центра тяжести пластины, ограниченной линиями $y^2 = 4x + 4$, $y^2 = -2x + 4$. Поверхностная плотность γ постоянна.
7. Вычислить моменты инерции относительно осей координат пластины, определяемой условиями предыдущего примера.

Тема 3. Криволинейные интегралы.

1 час

Содержание

Практическое занятие

- Вычислить интеграл $I = \int_L xy dx + (x + y) dy$, принимая за линию L :
 - отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0)$ и $A(1,1)$
 - дугу параболы $y = x^2$, соединяющая эти же точки
 - ломаную OBA , $B(1,0)$.
- Вычислить интеграл $I = \int_L xy dx$, где L дуга параболы $x = y^2$, соединяющая точки $A(1,-1)$ и $B(1,1)$
- Вычислить интеграл $\int_{(0,0)}^{(2,1)} 2xy dx + x^2 dy$
- Вычислить интеграл $\int_L y ds$, где L - дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $(4,16)$
- Найти площадь Q боковой поверхности половины эллиптического цилиндра $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, усеченного плоскостью $z = y$.
- Найти площадь забора, построенного на периферии K квадрата $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, высота которого в точке $(x, y) \in K$ равна $z = x^2 + y^2$.
- Определить массу окружности $x^2 + y^2 = R^2$, если ее плотность в точке (x, y) равна $\rho = \frac{y^2}{R^2}$
- Определить координаты центра масс $C(x_0, y_0)$ однородной полуокружности K : $x^2 + y^2 = R^2$, $y \geq 0$. Указание: Координаты центра масс однородной кривой K выражается формулами $x_0 = \frac{1}{L} \int_K x ds$, $y_0 = \frac{1}{L} \int_K y ds$, где L - длина дуги кривой.
- Найти момент инерции I_y дуги полукубической параболы $y = x^{\frac{3}{2}}$ ($0 \leq x \leq \frac{4}{3}$) относительно оси Oy . Указание: $I_y = \int_K x^2 ds$.
- Найти момент инерции I_x арки циклоиды K : $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) относительно оси Ox . Указание: $I_x = \int_K y^2 ds$.
- Найти работу силы с проекциями $X = y$, $Y = -x$ вдоль эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).
- Найти работу силы $F = \{-kx, -ky\}$ при перемещении ее точки приложения из $M_1(a, 0)$ в $M_2(0, b)$.

13. Найти работу силы с проекциями $X = \sin(x + y)$, $Y = 0$ вдоль контура треугольника с вершинами $O(0, 0)$, $M(\frac{\pi}{2}, 0)$, $N(0, \frac{\pi}{2})$ при обходе его против хода часовой стрелки.

Литература:

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для студ. пед. вузов / И.И. Баврин. - М.: Высш. шк., 2006. - 326, [1] с
2. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. - М.: Айрис-пресс. - 2006. - 602 с.
3. Сборник задач по математическому анализу / Л. Д. Кудрявцев, А.Д.Кутасов и др. - 2-е изд., перераб.и доп. - М. : Физматлит. - Т.3: Функции нескольких переменных. - 2003. - 468 с.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, ПК-2, ОПК-8	Домашнее задание	Низкий (неудовлетворительно)	Студент не выполнил домашнее задание или нет ни одной задачи, которую он решил правильно.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 50 % задач, другие задачи не решены или решены с логическими ошибками, ошибками, свидетельствующими о незнании теоретического материала по теме.
		Базовый (хорошо)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 80 % задач, другие задачи не решены или решены ошибками.
		Высокий (отлично)	Студент правильно решил и грамотно обосновал ответы в задачах, предложенных для домашнего рассмотрения.
УК-1, ПК-2, ОПК-8	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 85-100 %

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является в I, III, V семестрах экзамен, в II и IV семестрах – зачёт.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценки за устный ответ на экзамене

Оценка «5» (отлично) ставится, если:

1. полно раскрыто содержание материала билета;
2. материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;
3. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;
4. продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;
5. ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;
6. допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

1. в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;
2. допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию экзаменатора;
3. допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию экзаменатора.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1. неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;
2. имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
3. при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
3. допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок, показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетен-

ций, устойчивость используемых умений и навыков. Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; не сформированы компетенции, умения и навыки.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

6.3.1 Контрольные работы

2 семестр

Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Применяя формулы и правила дифференцирования, найдите производные:

$$\text{а) } y = \cos \sqrt{3} + \sin^2(x^5 + 3x^4); \quad \text{б) } y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt[3]{x}}, \quad \text{в) } y = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{e^{2x+1}}}.$$

2. Найдите y'_x и y''_{xx} от функции, заданной параметрически: $x = 1 - t^2$, $y = t - t^3$.

3. Пользуясь правилом Лопиталя, найдите: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + \sin x}{x + \sin x}$.

4. Найти промежутки монотонности, точки экстремума:
 $y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9$.

5. Написать уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$ в точке с

абсциссой $x_0 = 1$.

5 семестр

Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения»

1. Построить область интегрирования $\int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$.

2. Вычислить $\int_3^4 dx \int_0^{\ln y} e^x dx$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

4. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = \ln x$, $y = x - 1$, $y = -1$.

5. Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, ограниченной линиями $2y = x^2$, $y = x^2$, $x = 1$, $x = 2$.
6. Вычислить $\iiint_V xy dx dy dz$; $V : z = xy$, $x + y \leq 1$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

Решите уравнения:

- 1) $y'' - 4y' + 4y = 0$
- 2) $y'' - 5y' + 6y = 0$
- 3) $y'' - 4y' + 20y = 0$
- 4) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$

6.3.4 Программы экзаменов и зачетов для очного отделения

1 семестр – экзамен

1. Действительные числа, их представление.
2. Модуль числа и его свойства.
3. $\sup X$, $\inf X$. Теорема о существовании супремума (инфимума).
4. Монотонные и ограниченные функции.
5. Четность и периодичность функций.
6. Предел функции в точке.
7. Теорема о единственности предела.
8. Предельный переход в неравенствах.
9. Бесконечно малые функции и их свойства.
10. Предел суммы и произведения функций.
11. Предел частного двух функций.
12. Первый замечательный предел.
13. Односторонние пределы.
14. Предел сложной функции.
15. Бесконечно большие функции.
16. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими.
17. Сравнение бесконечно малых.
18. Предел функции на бесконечности.
19. Числовая последовательность, ее предел.
20. Второй замечательный предел.
21. Непрерывность функции в точке.
22. Точки разрыва и их классификация.
23. Арифметические операции над непрерывными функциями.
24. Непрерывность сложной функции.
25. Пределы и точки разрыва монотонной функции.
26. Непрерывность обратной функции.
27. Дифференцируемость функции. Непрерывность и дифференцируемость.
28. Производная, ее геометрический и механический смысл.
29. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости.
30. Дифференциал, его геометрический и механический смысл.
31. Дифференцирование суммы, произведения, частного.

32. Производная сложной функции.
33. Производная обратной функции.
34. Производная степенной, показательной, логарифмической функций.
35. Производные тригонометрических функций.
36. Производные обратных тригонометрических функций.
37. Правила Лопиталья.
38. Экстремумы, необходимое условие. Достаточные условия.
39. Понятие выпуклости и вогнутости, их достаточные условия.
40. Точки перегиба, достаточные условия.

2 семестр– зачет

1. Задачи, приводящие к понятию производной, определение производной, ее механический и геометрический смысл.
2. Дифференцируемость функции. Условия дифференцируемости функции.
3. Дифференциал функции.
4. Правила вычисления производных (производная суммы, произведения, частного).
5. Производные элементарных функций.
6. Дифференцирование сложной функции.
7. Производная обратной функции. Вывод формул для $(\arcsin x)'$, $(\arccos nx)'$, $(\arctg x)'$.
8. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
9. Производная функции, заданной параметрически.
10. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
11. Правила Лопиталья.
12. Признаки постоянства и монотонности функции.
13. Экстремумы. Необходимое условие.
14. Достаточные условия экстремума.
15. Выпуклость, вогнутость функции, достаточные условия.
16. Точки перегиба, необходимые и достаточные условия.
17. Асимптоты функции.
18. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.
19. Интегрирование заменой переменной.
20. Интегрирование по частям.
21. Интегрирование рациональных функций.
22. Интегрирование тригонометрических функций.
23. Интегрирование некоторых иррациональностей.
24. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определенный интеграл.
25. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции.
26. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
27. Интеграл с переменным верхним пределом.
28. Формула Ньютона-Лейбница.
29. Вычисление площади плоской фигуры.
30. Вычисление длины дуги.
31. Вычисление объемов тел.
32. Несобственный интеграл первого рода.
33. Несобственный интеграл второго рода.

3 семестр – экзамен

1. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.
2. Интегрирование заменой переменной.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Интегрирование некоторых иррациональностей.
7. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла, определенный интеграл.
8. Верхние и нижние суммы Дарбу, их свойства.
9. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции.
10. Классы и свойства интегрируемых функций.
11. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.
12. Интеграл с переменным верхним пределом.
13. Формула Ньютона-Лейбница.
14. Вычисление площади плоской фигуры.
15. Вычисление длины дуги.
16. Вычисление объемов тел.
17. Несобственный интеграл первого рода.
18. Несобственный интеграл второго рода.

4 семестр - зачет

1. Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Сложение рядов и умножение ряда на число. Остаток сходящегося ряда.
2. Необходимое условие сходимости. Гармонический ряд. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами.
3. Числовые ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения рядов; признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак сходимости.
5. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
6. Оценка остатка знакопередающегося ряда при замене его частичной суммой.
7. Абсолютная и условная сходимость. Перестановка членов в рядах.
8. Функциональный ряд. Область сходимости. Признаки равномерной и абсолютной сходимости.
9. Сумма равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
10. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости.
11. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
12. Ряд Тейлора.
13. Разложение элементарных функций в степенной ряд.
14. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение кусочно-гладкой функции в ряд Фурье.
15. Функции нескольких переменных: основные понятия. Предел и непрерывность.
16. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Геометрический смысл дифференцируемости.
17. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложных функций.
18. Понятие неявных функций, их существование и дифференцируемость.
19. Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.

5 семестр - экзамен

1. Функции нескольких переменных: основные понятия. Предел и непрерывность.
2. Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Геометрический смысл дифференцируемости.
3. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложных функций.
4. Понятие неявных функций, их существование и дифференцируемость.
5. Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных.
6. Метод наименьших квадратов.
7. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
8. Дифференциальные уравнения: основные понятия. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
9. Уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
10. Однородные дифференциальные уравнения.
11. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
12. Уравнения, допускающие понижение порядка.
13. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения.
14. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре общего решения.
15. Понятие двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла.
16. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. Двойной интеграл в полярных координатах.
17. Понятие тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
18. Вычисление объемов тел.
19. Вычисление площадей гладких поверхностей.
20. Криволинейный интеграл II рода и его основные свойства.
21. Криволинейный интеграл, зависящий только от начала и конца пути интегрирования.
22. Формула Грина.
23. Криволинейный интеграл I рода и его основные свойства.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.
- Система интерактивного электронного обучения системы Iskanderus eLearning

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Архипов, Г. И. Лекции по математическому анализу: учеб. для студ. вузов / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Дрофа, 2003. - 638, [1] с. (8 экз.)
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. - М.: Астрель: АСТ, 2004. - 558 с. (22 экз.)
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491294> (дата обращения: 18.10.2022).
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2: учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491295> (дата обращения: 18.10.2022).
5. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу/ Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель. – 2006. – 558 с. (28 экз.)
6. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс. – 2006. – 602 с. (16 экз.)
7. Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 212 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04547-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492012>

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Открытый колледж. Математика - Режим доступа: <https://mathematics.ru/>.
2. Математические этюды. - Режим доступа: <http://www.etudes.ru/>.
3. Федеральный портал «Российское образование» -Режим доступа: <http://www.edu.ru>.
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru>.
5. Портал Электронная библиотека: диссертации-Режим доступа: <http://diss.rsl.ru/?menu=disscatalog>.
6. Портал научной электронной библиотеки-Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
7. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>.
8. Сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. - Режим доступа: <http://www.obrnadzor.gov.ru/ru>.
9. Сайт Министерства просвещения РФ. - Режим доступа: <https://edu.gov.ru>.
10. Сайт МЦНМО. – Режим доступа: www.mcsme.ru

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами.

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Adobe Photoshop, Matlab, DrWeb antivirus.

Разработчики: Сёмочкина О.А., кандидат педагогических, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2020/2021 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 10 от «16» июня 2020 г.).

В рабочую программу дисциплины внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: Титульный лист	
Исключить:	Включить:
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2021/2022 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 8 от «21» апреля 2021 г.).

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 1 от 21 сентября 2022 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 2 № страницы с изменением: 47	
В Раздел 9 внесены изменения в список литературы, в базы данных и информационно-справочные системы, в электронно-библиотечные ресурсы. Указаны ссылки, обеспечивающие доступ обучающимся к электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам с сайта ФГБОУ ВО «БГПУ».	

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 10 от «21» июня 2023 г.).