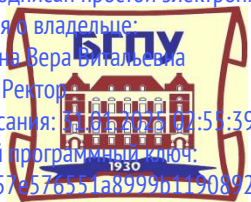


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вера Витальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 2019.05.22 14:55:39
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e576551a8999b1190892af53989420420736ffbf573a474e57789



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Благовещенский государственный педагогический университет»**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА
Рабочая программа дисциплины**

УТВЕРЖДАЮ

**И.о. декана физико-математического
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»**

**О.А. Днепроvская
«22» мая 2019 г.**

Рабочая программа дисциплины

ГЕОМЕТРИЯ

**Направление подготовки
44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**Профиль
«МАТЕМАТИКА»**

**Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры
Физического и математического
образования
(протокол № 9 от «15» мая 2019 г.)**

Благовещенск 2019

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ	5
3 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ (ТЕМ)	6
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	8
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	12
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....	48
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ	58
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ	58
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ ИЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	59
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	59
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА	61
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ	61

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: формирование систематизированных знаний в области геометрии и освоение ее основных методов.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Геометрия» относится к дисциплинам обязательной части (части, формируемой участниками образовательных отношений) блока Б1 (Б1.О.23).

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ОПК-8, ПК-2:

- **УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикатором** достижения которой является:

- УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

- **ПК-2.**Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего образования; **индикатором** достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

-**ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний, **индикаторами** достижения которой является:

- ОПК-8.3 Демонстрирует специальные научные знания в т.ч. в предметной области

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен **знать:**

- основные понятия векторной алгебры, операций над векторами и их свойства, основные понятия аналитической геометрии, способы задания прямой на плоскости, соответствующие им уравнения, расположение прямой в системе координат, условия взаимного расположения двух прямых на плоскости, определения, канонические уравнения, свойства линий второго порядка;
- основные понятия векторной алгебры, операций над векторами и их свойства в пространстве, основные понятия аналитической геометрии, способы задания прямой и плоскости в пространстве, соответствующие уравнения, расположение плоскости в системе координат, условия взаимного расположения двух плоскостей в пространстве, прямой и плоскости в пространстве, двух прямых в пространстве, определения, канонические уравнения, свойства поверхностей второго порядка;
- основные понятия теории геометрических преобразований на плоскости, частные виды геометрических преобразований, их свойства и способы задания, группы геометрических преобразований плоскости, их подгруппы, формулировки основных теорем;
- суть аксиоматического метода, требования, предъявляемые к системе аксиом, системы аксиом евклидовой геометрии (Вейля, Гильберта), проблему пятого постулата Евклида, её разрешимость, систему аксиом Лобачевского, основные понятия проективной геометрии, понятие аффинного и евклидова n-мерного пространства;

уметь:

- выполнять операции над векторами геометрически и в координатах, применять их свойства при решении задач, задавать прямую с помощью различных уравнений, решать метрические задачи теории прямой;

- выполнять операции над векторами геометрически и в координатах в пространстве, применять их свойства при решении задач, задавать прямую, плоскость с помощью различных уравнений, решать метрические задачи теории прямой и плоскости в пространстве;
- строить образы фигур при различных видах геометрических преобразований плоскости, применять свойства геометрических преобразований при решении задач, доказывать основные теоремы;
- доказывать непротиворечивость системы аксиом, строить модели (Пуанкаре, Кели-Клейна) системы аксиом Лобачевского;

владеть:

- векторным методом и методом координат на плоскости; навыками простейших векторных построений и навыками простейших типовых задач векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости;
- векторным методом и методом координат в пространстве; навыками простейших векторных построений и навыками простейших типовых задач векторной алгебры и аналитической геометрии на плоскости в пространстве;
- навыками построения образа точки при различных геометрических преобразованиях, методом геометрических преобразований при решении простейших типовых задач;
- навыками доказательства простейших утверждений в рассматриваемых системах аксиом.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Геометрия» составляет 15 зачетных единиц (далее – ЗЕ)(540часов):

№	Наименование раздела	Курс	Семестр	Кол-во часов	ЗЕ
1.	Элементы векторной алгебры. Геометрия на плоскости.	1	2	72	2
2.	Прямые линии, плоскости и квадратики в евклидовом и аффинном пространствах.	2	3	108	3
3.	Геометрические преобразования. Методы изображений. Многогранники.	2	4	180	5
4.	Основания геометрии. Проективное пространство. Аффинное, евклидово n-мерные пространства	3	5	180	5

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (заочная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 2	Семестр 3	Семестр 4	Семестр 5
Общая трудоемкость		72	108	180	180
Аудиторные занятия		6	16	20	20
Лекции		2	6	8	8
Практические занятия		4	10	12	12
Самостоятельная		62	88	151	151

работа					
Вид итогового контроля	-		зачет	экзамен, контрольная	экзамен, контрольная

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 заочная форма обучения

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Элементы векторной алгебры. Геометрия на плоскости.	72	2	4	62
2.	Прямые линии, плоскости и квадратики в евклидовом и аффинном пространствах.	108	6	10	88
3.	Геометрические преобразования. Методы изображений. Многогранники.	180	8	12	151
4.	Основания геометрии. Проективное пространство. Аффинное, евклидово n-мерные пространства	180	8	12	151
ИТОГО		540	24	38	452

Интерактивное обучение по дисциплине 20 часов

2 семестр

№	Наименование тем(разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.	п	Работа в парах: защита из.	1
2.	Линии второго порядка.	п	1) Работа в малых группах: вывод уравнения, исследование свойств, изображение линий.	1
ИТОГО				2

3 семестр

№	Наименование тем(разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
---	----------------------------	-------------	------------------------------	--------------

1.	Векторы в пространстве. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.	п	Работа в парах: защита из.	2
2.	Метрические задачи теории прямой и плоскости.	п	Работа в малых группах: решение теоретических и практических задач.	2
3.	Поверхности вращения.	п	Работа в малых группах: вывод уравнения, исследование формы поверхности, изображение поверхности.	2
ИТОГО				6

4 семестр

№	Наименование тем(разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Частные виды движений плоскости.	п	Круглый стол: презентация видов движения.	2
2.	Построение сечений многогранников методом следов.	п	Работа в парах (решение позиционных задач).	2
3.	Построение сечений многогранников методом внутреннего проектирования.	п	Работа в парах (решение позиционных задач).	2
ИТОГО				6

5 семестр

№	Наименование тем(разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Непротиворечивость системы аксиом Вейля.	п	Работа в малых группах: построение арифметической модели системы аксиом Вейля, проверка выполнимости аксиом.	2
2.	Проблема пятого постулата Евклида.	л	Круглый стол: презентация попыток доказательства пятого постулата Евклида. Анализ ошибок.	2
3.	Построение четвертой гармонической точки.	л	Работа в парах: решение позиционных задач	2
ИТОГО				6

3 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ (ТЕМ)

Раздел 1. Элементы векторной алгебры. Геометрия на плоскости.

Элементы векторной алгебры

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Векторное пространство. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора в данном базисе. Скалярные умножения векторов.

Метод координат на плоскости.

Аффинная система координат на плоскости. Простейшие задачи. Ориентация плоскости. Преобразование аффинной системы координат. Полярные координаты. Связь полярных и декартовых координат. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Применение метода координат к решению задач.

Прямая линия на плоскости.

Различные способы задания прямой и ее уравнения. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$. Взаимное расположение прямых. Метрические задачи теории прямой. Приложение теории прямой к решению задач.

Линии второго порядка.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Уравнение линии второго порядка в полярных координатах. Общее уравнение линии второго порядка. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

Раздел 2. Прямые линии, плоскости и квадратики в евклидовом и аффинном пространствах.

Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве.

Аффинная система координат в пространстве. Простейшие задачи. Ориентация пространства. Преобразование аффинной системы координат. Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Векторное и смешанное произведения векторов. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач.

Плоскости и прямые.

Различные способы задания плоскости и ее уравнения. Взаимное расположение плоскостей. Метрические задачи теории плоскости. Различные способы задания прямой в пространстве и ее уравнения. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Метрические задачи теории прямой и плоскости.

Поверхности второго порядка.

Цилиндрические и конические поверхности второго порядка. Поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Раздел 3. Геометрические преобразования плоскости. Методы изображений. Многогранники.

Преобразования плоскости.

Преобразования. Группа преобразований. Подгруппа группы преобразований. Группа движений плоскости. Классификация движений. Группа симметрий геометрической фигуры. Группа преобразований подобия плоскости и ее подгруппы. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Теоретико-групповой принцип построения геометрии. Приложение преобразований плоскости к решению задач.

Методы изображений.

Параллельное проектирование. Изображение плоских и пространственных фигур в параллельной проекции. Позиционные и метрические задачи.

Многогранники в евклидовом пространстве.

Выпуклый многогранник. Теорема Эйлера для многогранников. Существование пяти типов правильных многогранников.

Раздел 4. Основания геометрии. Проективное пространство. Аффинное и евклидово n -мерные пространства.

Общие вопросы аксиоматики.

Понятие о математической структуре. Интерпретация системы аксиом. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом.

Обоснование евклидовой геометрии.

Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение простейших геометрических фигур. Примеры доказательства некоторых теорем. Система аксиом школьного курса геометрии.

Исторический обзор обоснования геометрии. Элементы геометрии Лобачевского.

Геометрия до Евклида. "Начало" Евклида. Пятый постулат. Система аксиом Гильберта (обзор). Система аксиом Лобачевского. Элементы геометрии Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Независимость аксиомы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии.

Проективное пространство.

Понятие проективного пространства. Проективные координаты. Модели проективной плоскости и проективного пространства. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.

Проективные преобразования. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии. Сложное отношение четырех точек прямой. Гармоническая четверка точек. Гармонические свойства полного четырехвершинника.

Аффинное и евклидово n -мерные пространства.

Аффинное n -мерное пространство. Аффинная система координат. K -мерные плоскости. Евклидово n -мерное пространство. Расстояние между двумя точками, угол между векторами. Ортогональность.

Квадратичные формы и квадратики.

Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Квадратики в аффинном пространстве. Приведение уравнения квадратики к каноническому виду. Квадратики в евклидовом пространстве.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рабочая программа призвана помочь студентам физико-математического факультета в организации самостоятельной работы по освоению курса геометрии. Геометрия является фундаментальной учебной дисциплиной. Ее преподавание имеет целью дать будущему учителю математики основу теоретической подготовки, необходимой для анализа и решения практических задач, а также для преподавания этой дисциплины в школе.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с учебным планом по специальности и государственным образовательным стандартом ВПО. В программе раскрывается содержание разделов и тем дисциплины. Здесь же представлено тематическое планирование лекционных и практических занятий, рассчитанных на изучение геометрии в течение 3-х семестров.

Теоретический материал курса представлен планом лекционных занятий с указанием вопросов, рассматриваемых на каждой лекции.

Рабочая программа содержит планы проведения практических занятий с указанием последовательности рассматриваемых вопросов, примеры типовых задач, примерные варианты математических диктантов, контрольных и самостоятельных работ, проводимых на занятиях.

В рабочей программе представлены примерные варианты индивидуальных работ, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала.

Рабочая программа содержит примерные вопросы к экзамену (по программе 1 семестра), а также примерные вопросы к зачетам (по программе 2 и 3 семестров), которые позволят наиболее эффективно организовать подготовку к итоговой проверке знаний.

При подготовке к занятиям, зачету и экзаменам студенты могут использовать литературу, приведенную в рабочей программе.

Подготовку к экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса геометрии с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса геометрии, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Наименование темы	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
II семестр		
Понятие вектора. Линейные операции над векторами	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 1	7
Базис векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 1	7
Скалярные умножения векторов.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 1	7
Различные системы координат. Преобразования системы прямоугольных координат. Метод координат на плоскости.	Конспект по теме «Метод координат на плоскости», выполнение ИЗ № 2	7
Различные способы задания прямой и ее уравнения. Взаимное расположение прямых.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 2	7
Метрические задачи теории прямой.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 2	7
Эллипс. Свойства эллипса.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 3	7
Гипербола. Свойства гиперболы. Парабола.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 3	7
Взаимное расположение линий второго порядка и прямой на	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ № 3	6

плоскости. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.		
III семестр		
Векторы в пространстве. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ	11
Смешанное произведения векторов. Решение задач элементарной геометрии векторным методом	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ	11
Уравнения плоскости. Плоскость в системе координат.	Конспект теоретического материала	11
Различные способы задания прямой в пространстве и ее уравнения.	Конспект теоретического материала	11
Метрические задачи теории прямой и плоскости	Конспект теоретического материала	11
Цилиндрические и конические поверхности второго порядка.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ	11
Эллипсоид, гиперболоиды.	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ	11
Параболоиды. Классификация поверхностей второго порядка	Конспект теоретического материала, выполнение ИЗ	11
IV семестр		
Движение, его свойства, способы задания. Частные виды движений плоскости	Конспект теоретического материала, выполнение заданий зачетной контрольной работы	15
Группа движений плоскости и её подгруппы. Классификация движений.	Конспект теоретического материала, выполнение заданий зачетной контрольной работы	15
Преобразование подобия, свойства подобия	Конспект теоретического материала, выполнение заданий зачетной контрольной работы	15
Аффинные преобразования. Групповой подход в геометрии	Конспект по теме «Аффинные преобразования. Групповой подход в геометрии»	15
Приложение преобразований плоскости к	Решение задач	15

решению задач		
Изображение плоских фигур в параллельной проекции	Конспект теоретического материала	15
Изображение пространственных фигур в параллельной проекции	Конспект по теме «Изображение тел вращения, ошибки, допускаемые при изображении»	15
Построение сечений многогранников. Метод следов.	Выполнение задания: построение сечений многогранников методом следов	15
Построение сечений многогранников. Метод внутреннего проектирования.	Выполнение задания: построение сечений многогранников методом внутреннего проектирования	16
Зачетная контрольная работа	Подготовка к контрольной работе	15
Всеместр		
Понятие о математической структуре. Интерпретация системы аксиом. Непротиворечивость, независимость, полнота системы аксиом.	Конспект теоретического материала	12
Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение простейших геометрических фигур.	Конспект по теме «Определение простейших геометрических фигур в системе аксиом Вейля»	11
Система аксиом школьного курса геометрии. Анализ современных учебников	Анализ современных школьных учебников	12
Геометрия до Евклида. "Начало" Евклида. Пятый постулат.	Конспект по теме «Геометрия до Евклида. "Начало" Евклида. Пятый постулат»	11
Система аксиом Лобачевского. Элементы геометрии Лобачевского.	Конспект по теме «Система аксиом Гильберта»	12
Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского. Модель А. Пуанкаре плоскости Лобачевского	Подготовка к семинару по теме «Построение модели Пуанкаре», конспект по теме «Кривые на плоскости Лобачевского»	11
Независимость акси-	Конспект по теме «Модель плоскости Ло-	12

омы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии. Модель плоскости Лобачевского Кели-Клейна	бачевского Кели-Клейна»	
Аффинное n- мерное пространство. Аффинная система координат. Евклидово n- мерное пространство. Расстояние между двумя точками. Квадратичные формы	Конспект теоретического материала	11
Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Квадрики в аффинном пространстве.	Конспект теоретического материала	12
Теорема Дезарга. Приложение теоремы в элементарной геометрии	Решение задач	11
Сложное отношение четырех точек прямой. Гармоническая четверка точек	Конспект по теме «Гармоническая четверка прямых»	12
Гармонические свойства полного четырехвершинника. Построение четвертой гармонической точки.	Решение задач на построение с помощью одной линейки	12
Зачетная контрольная работа	Подготовка к зачетной контрольной работе	12
Итого		452

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

2 Семестр

Раздел 1. Элементы векторной алгебры. Геометрия на плоскости

Тематический план практических занятий

Тема	Часы	Литература	Самостоятельная работа
Элементы векторной алгебры: Понятие вектора. Линейные операции над векторами	1	[1] Гл 1§8	Индивидуальная работа по теме «Векторы на плоскости»
Элементы векторной алгебры: Базис векторного пространства. Ко-		[1]§7	Конспект теоретического материала

ординаты вектора в данном базисе.			
Элементы векторной алгебры: Скалярные умножения векторов.		[1] §4	Конспект теоретического материала
Элементы векторной алгебры: Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов	1	[1] §4	
Метод координат на плоскости: Различные системы координат. Преобразования системы прямоугольных координат.		[1] Гл 1 §1	Конспект теоретического материала
Прямая линия на плоскости: Различные способы задания прямой и ее уравнения. Взаимное расположение прямых.		[1] Гл 1 §2	Индивидуальная работа по теме «Прямая на плоскости»
Прямая линия на плоскости: Метрические задачи теории прямой.	1	[1] Гл 1 §2	
Линии второго порядка: Эллипс. Свойства эллипса.		[1] Гл 1 §3	Конспект теоретического материала
Линии второго порядка: Гипербола. Свойства гиперболы. Парабола.	1	[1] Гл 1 §4-6	Оптические свойства линий второго порядка. Уравнение линии второго порядка в полярных координатах.
Линии второго порядка: Взаимное расположение линий второго порядка и прямой на плоскости. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.		[1] §32	Индивидуальная работа по теме «Линии второго порядка»
ВСЕГО:	4		

Содержание практических занятий

Занятие №1, 2 «Элементы векторной алгебры: Понятие вектора. Линейные операции над векторами»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Распознать коллинеарные, сонаправленные, противоположнонаправленные, равные, противоположные векторы.
2. Построить коллинеарные, сонаправленные, противоположнонаправленные, равные, противоположные векторы.
3. Построить сумму, разность, произведение вектора на число.
4. Представить вектор в виде алгебраической суммы, разности векторов.

В конце занятия самостоятельная работа из двух задач 1) и 4) типов.

Студенты получают индивидуальную работу №1 по теме «Векторы на плоскости»

Домашнее задание:

1. Подготовить теорию по лекции №1
2. Каждый студент должен из индивидуальной работы решить первую задачу.
3. 4-5 задач из [13], Гл 7, § 30; [17] Гл 1, § 1.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №3 «Элементы векторной алгебры: Базис векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе» (сам-но)

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Распознать координаты вектора в его разложении по базису, записать разложение вектора по данному базису при известных координатах.
2. Найти координаты суммы, разности, произведения вектора на число.
3. Проверить могут ли данные векторы образовывать базис.
4. Найти разложение вектора по данному базису.
5. Проверить коллинеарность векторов, зная их координаты.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №4 «Элементы векторной алгебры: Скалярные умножения векторов.» (сам-но)

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти скалярное произведение по определению.
2. Вычислить скалярное произведение в координатах в ортонормированном базисе.
3. Найти длину вектора в ортонормированном базисе.
4. Найти угол между векторами в ортонормированном базисе.
5. Вычислить скалярное произведение в аффинном базисе.
6. Найти длину вектора, угол между векторами в аффинном базисе.
7. Найти проекцию вектора на вектор.
8. Вычислить работу тела, на которое действует сила.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №5 «Элементы векторной алгебры: Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты работают в парах. Защищают индивидуальное задание № 1. Один студент объясняет решения задач, второй задаёт ему теоретические вопросы. Затем они меняются местами. Наиболее интересные решения задач своего товарища фиксируются в тетради. Затем каждая пара сдаёт ИЗ преподавателю.

Вариант № 0

1. Дан параллелограмм $ABCD$. Пусть $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Разложите по векторам \vec{a} и \vec{b} векторы \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{AN} , где N – середина \overline{DC} .
2. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нуль-вектору.
3. Проверить, что векторы $\vec{e}_1 = (1; -1)$ и $\vec{e}_2 = (2; 3)$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{a} = (2; -1)$ по этому базису.
4. Доказать, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
5. Найти угол между векторами $\vec{a} = (2; 2)$ и $\vec{a} + \vec{b}$, где $\vec{b} = (3; -2)$.
6. Изменится ли скалярное произведение двух векторов, если к одному из них прибавить вектор, перпендикулярный другому сомножителю?

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №6 «Метод координат на плоскости: Различные системы координат. Преобразования системы прямоугольных координат.» (сам-но)

Тема выносится на самостоятельно изучение.

Основные типовые задачи:

1. Построить точку в аффинной и прямоугольной системе координат по ее координатам.
2. Построить точку в полярной системе координат.
3. Найти координаты вектора по координатам его концов.
4. Найти расстояние между точками.
5. Найти координаты точки, делящей отрезок в отношении.
6. Составить аналитическое условие для ГМТ.
7. По виду ГМТ записать аналитическое условие.
8. Определить свойства ГМТ по его аналитическому условию.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.

2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.

3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №7, 8 «Прямая линия на плоскости: Различные способы задания прямой и ее уравнения. Взаимное расположение прямых.» (сам-но)

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Составить каноническое уравнение прямой по:
 - a. точке и направляющему вектору;
 - b. по двум точкам.
2. Составить уравнение прямой в «отрезках».
3. Найти отрезки отсекаемые прямой на координатных осях.
4. Составить параметрические уравнения прямой.
5. Используя параметрические уравнения, проверить принадлежность точки прямой.
6. Составить общее уравнение прямой по:
 - a. точке и вектору нормали;
 - b. по точке и угловому коэффициенту.
7. Исследовать общее уравнение прямой.
8. Найти общую точку двух прямых.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.

2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.

3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №9 «Прямая линия на плоскости: Метрические задачи теории прямой.»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Исследовать взаимное расположение прямых.
2. Найти угол между прямыми.
3. Найти расстояние от точки до прямой.
4. Составить уравнение биссектрисы угла.
5. Составить нормальное уравнение прямой.
6. Составить полярное уравнение прямой.

Интерактив: работа в малых группах: поиск решения теоретических задач, вывод формул.
Домашнее задание:

1. Повторить все основные формулы по теме «прямая», подготовиться к математическому диктанту. Подготовить теорию по лекции №6.
2. Каждый студент должен из индивидуальной работы решить задачи № 4,5,6,10,11,14.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №10, 11 «Линии второго порядка: Эллипс. Свойства эллипса.» (сам-но)

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. По каноническому уравнению эллипса определить полуоси, фокальный параметр, эксцентриситет.
2. По каноническому уравнению эллипса найти координаты вершин, фокусов, уравнения директрис.
3. Построение эллипса по его элементам.
4. Составить каноническое уравнение эллипса, зная полуоси, фокальный параметр, эксцентриситет, уравнения директрис.
5. Составить уравнение эллипса по определению.
6. Найти характеристики эллипса по его свойствам.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №12, 13 «Линии второго порядка: Гипербола. Свойства гиперболы. Парабола.»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. По каноническому уравнению гиперболы определить полуоси, фокальный параметр, эксцентриситет.
2. По каноническому уравнению гиперболы найти координаты вершин, фокусов, уравнения директрис, уравнения асимптот.
3. Построить гиперболу по ее элементам.
4. Составить каноническое уравнение гиперболы, зная полуоси, фокальный параметр, эксцентриситет, уравнения директрис.
5. Составить уравнение гиперболы по определению.
6. Найти характеристики гиперболы по ее свойствам.
7. Определить характеристики гиперболы со смещенным центром.
8. По каноническому уравнению параболы определить фокальный параметр.
9. По каноническому уравнению параболы найти координаты вершины, фокуса, уравнение директрисы.
10. Построить параболу по ее элементам.
11. Составить каноническое уравнение параболы.
12. Составить уравнение параболы по определению.
13. Найти характеристики параболы по ее свойствам.

14. Определить характеристики параболы со смещенной вершиной.
15. Определить вид линии второго порядка по полярному уравнению.
16. Составить полярное уравнение линии второго порядка.

Интерактив: работа в малых группах, вывод уравнения параболы, исследование ее свойств, изображение.

Домашнее задание:

1. Подготовить теорию по лекции №8, самостоятельное задание
2. Каждый студент должен из индивидуальной работы решить задачу из группы 1 по теме «гипербола».
3. 4-5 задач из [13], Гл 4, § 19; [17] Гл 4, § 2.
4. Подготовить теорию по лекции №8, самостоятельное задание
5. Каждый студент должен из индивидуальной работы решить задачу из группы 1 по теме «парабола».

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

Занятие №14, 15 «Линии второго порядка: Взаимное расположение линий второго порядка и прямой на плоскости. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты работают в парах. Защищают индивидуальное задание № 3. Один студент объясняет решения задач, второй задаёт ему теоретические вопросы. Затем они меняются местами. Наиболее интересные решения задач своего товарища фиксируются в тетради. Затем каждая пара сдаёт ИЗ преподавателю.

Вариант № 0

1. Найти центр или вершину, полуоси, эксцентриситет, директрисы, фокусы, построить линию:
 - a. $(x-6)^2 - 3(y+4)^2 = 144$;
 - b. $12(x-6)^2 + 3(y+6)^2 = 144$;
 - c. $x^2 + x = y$.
2. Привести к каноническому виду и построить

$$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0 .$$

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.

3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

3 Семестр

Раздел 2. Прямые линии, плоскости и квадрики в евклидовом и аффинном пространствах.

Тематический план практических занятий

Тема	Часы	Литература	Самостоятельная работа
Векторы в пространстве: Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.	2	[1] Гл1, §9	Индивидуальная работа по теме «Векторы в пространстве»
Векторы в пространстве: Смешанное произведения векторов. Решение задач элементарной геометрии векторным методом	2	[1] Гл1, §10	Индивидуальная работа по теме «Векторы в пространстве»
Плоскости и прямые: Уравнения плоскости. Плоскость в системе координат.		[1] Гл1, §11	Конспект теоретического материала
Плоскости и прямые: Различные способы задания прямой в пространстве и ее уравнения.		[1] Гл1, §12	Конспект теоретического материала
Плоскости и прямые: Метрические задачи теории прямой и плоскости	2	[1] Гл1, §12	Самостоятельное решение задач
Линии второго порядка: Цилиндрические и конические поверхности второго порядка.	1	[1] Гл1, §13	Индивидуальная работа по теме «Поверхности второго порядка»
Линии второго порядка: Эллипсоид, гиперболоиды.	2	[1] Гл1, §14	Индивидуальная работа по теме «Поверхности второго порядка»
Линии второго порядка: Параболоиды. Классификация поверхностей второго порядка	1	[1] Гл1, §14	Индивидуальная работа по теме «Поверхности второго порядка»
ВСЕГО:	10		

Содержание практических занятий

Занятие №1 «Векторы в пространстве: Скалярное произведение векторов в пространстве»

Основные типы задач, отрабатываемые на практическом занятии:

1. Найти скалярное произведение по определению.
2. Вычислить скалярное произведение в координатах в ортонормированном базисе.
3. Найти длину вектора в ортонормированном базисе.
4. Найти угол между векторами в ортонормированном базисе.
5. Вычислить скалярное произведение в аффинном базисе.

6. Найти длину вектора, угол между векторами в аффинном базисе.
7. Найти проекцию вектора на вектор.
8. Вычислить работу тела.

Домашнее задание:

1. Подготовить теорию по лекции №1-2 и самостоятельное задание.
2. Каждый студент должен из индивидуальной работы решить оставшиеся задачи.
3. 3-4 задачи из [13], Гл 7, § 31; [17] Гл 1, § 3, среди задач обязательны задачи на физический смысл.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №2 «Векторы в пространстве: Векторное произведение векторов» (сам-но)

Теоретические вопросы.

1. Ориентация тройки векторов в пространстве.
2. Определение векторного произведения векторов. Условия коллинеарности векторов.
3. Свойства векторного произведения векторов.
4. Геометрический и физический смысл векторного произведения.
5. Векторное произведение в координатах.

Примерный набор типовых задач.

1. Ориентацией тетраэдра ABCD называется ориентация тройки векторов $\{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}\}$. Тетраэдр ABCD имеет правую ориентацию. Определите ориентацию тетраэдров: BCAD; ACDB; DACB; CADB; BACD.
2. Тройка векторов $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\}$ - правая. Определите ориентацию следующих упорядоченных наборов векторов: $\{\vec{b}; \vec{a}; \vec{c}\}$, $\{\vec{a}; \vec{c}; \vec{b}\}$, $\{\vec{b}; \vec{c}; \vec{a}\}$, $\{\vec{c}; \vec{b}; \vec{a}\}$, $\{\vec{c}; \vec{a}; \vec{b}\}$, $\{-2\vec{b}; \vec{a}; \vec{c}\}$, $\{-\vec{a}; 3\vec{b}; -4\vec{c}\}$, $\{-\vec{a}; -\vec{b}; -\vec{c}\}$.
3. Есть смысл говорить о векторном квадрате вектора \vec{a} , о векторном кубе этого вектора?
4. Докажите коллинеарность векторов $\vec{a} - \vec{d}$ и $\vec{b} - \vec{c}$, если $[\vec{a}, \vec{d}] = [\vec{c}, \vec{d}]$ и $[\vec{a}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{d}]$.
5. Преобразуйте векторные выражения:
 1. $[2\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}]$;
 2. $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}]$;
 3. $[3\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b}]$.
6. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислите $|[\vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}]|$, $|[3\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b}]|$
7. Даны векторы $\vec{a} = (3; -1; -2)$; $\vec{b} = (1; 2; -1)$. Найдите координаты векторных произведений $[\vec{a}, \vec{b}]$, $[2\vec{a} - \vec{b}, 2\vec{a} + \vec{b}]$.

8. Пользуясь векторным произведением, вычислите площадь треугольника ABC и высоту, проведённую к стороне BC в каждом из следующих случаев:
1. $A(2;1;0)$, $B(-3;-6;4)$, $C(-2;4;1)$;
 2. $A(4;2;3)$, $B(5;7;0)$, $C(2;8;-1)$;
 3. $A(6;5;-1)$, $B(12;1;0)$, $C(1;4;-5)$.
9. Определите момент силы \vec{F} , приложенной к точке A относительно точки B в каждом из следующих случаев:
1. $\vec{F}=(2;-4;3)$, $A(1;5;0)$, $B(0;0;0)$;
 2. $\vec{F}=(2;-4;3)$, $A(1;5;0)$, $B(5;-3;6)$;
 3. $\vec{F}=(3;0;1)$, $A(5;2;6)$, $B(4;5;6)$.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №3«Векторы в пространстве: Смешанное произведение векторов. Решение задач элементарной геометрии векторным методом» (**сам-но**)

Теоретические вопросы.

1. Определение смешанного произведения векторов.
2. Смешанное произведение векторов в координатах.
3. Свойства смешанного произведения векторов.
4. Геометрический смысл смешанного произведения векторов.
5. Условие компланарности трёх векторов. Зависимость знака смешанного произведения векторов от ориентации тройки векторов в пространстве.

Примерный набор типовых задач.

6. Докажите, что смешанное произведение трёх векторов, два из которых коллинеарны равно нулю.
7. Вычислите $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$, если $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ и $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 3$.
8. Установите, компланарны ли векторы $\vec{a} = (2; -1; 2)$, $\vec{b} = (1; 2; -3)$, $\vec{c} = (3; -4; 7)$.
9. Определите ориентацию тройки векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ в каждом из следующих случаев
 - а) $\vec{a}(2; -3; 1)$, $\vec{b}(1; 1; 2)$, $\vec{c}(3; 1; -1)$;
 - б) $\vec{a}(-2; 1; 5)$, $\vec{b}(3; 0; 2)$, $\vec{c}(-1; 4; 2)$;
 - в) $\vec{a}(1; -1; 1)$, $\vec{b}(5; 2; -3)$, $\vec{c}(1; 4; -2)$.
10. Вычислите объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$, $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q} - 3\vec{r}$, $\vec{c} = \vec{p} + 2\vec{q} + \vec{r}$, где $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ - взаимно перпендикулярные орты.
11. Вычислите высоту тетраэдра, построенного на векторах $\vec{a} = (3; 2; -5)$, $\vec{b} = (1; -1; 4)$, $\vec{c} = (1; -3; 1)$, если за основание взят треугольник, построенный на векторах \vec{a} и \vec{b} .

Самостоятельная работа.

Вариант 1.

- Преобразуйте векторное выражение $[2\vec{a} - \vec{b}; \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}]$.
- Определите ориентацию тройки векторов в пространстве: $\vec{m}(1; -1; 1)$, $\vec{n}(5; 2; -3)$, $\vec{c}(1; 4; -2)$.
- Параллелепипед $ABCD A'B'C'D'$ построен на векторах $\vec{AB}(4; 3; 0)$, $\vec{AD}(2; 1; 2)$, $\vec{AA'}(-3; -2; 5)$. Найдите:
 - объём параллелепипеда;
 - площадь грани $AA'BB'$;
 - высоту грани $AA'BB'$, проведённую из вершины B на сторону AA' ;
 - высоту параллелепипеда, проведённую из вершины A' на грань $ABCD$.

Вариант 2.

- Преобразуйте векторное выражение $[\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}; \vec{a} - 2\vec{b}]$.
- Образуют ли векторы аффинный базис в пространстве: $\vec{x}(-2; 1; 5)$, $\vec{y}(3; 0; 2)$, $\vec{z}(-1; 4; 2)$?
- Тетраэдр $ABCD$ задан координатами $A(2; -4; 5)$, $B(-1; -3; 4)$, $C(5; 5; -1)$, $D(1; -2; 2)$. Найдите:
 - объём тетраэдра;
 - площадь грани ABC ;
 - высоту грани ABC , проведённую из вершины C ;
 - высоту тетраэдра, проведённую из вершины A на грань BCD .

Литература:

- Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
- Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
- Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
- Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №4 «Векторы в пространстве. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты работают в парах. Защищают индивидуальное задание № 1. Один студент объясняет решения задач, второй задаёт ему теоретические вопросы. Затем они меняются местами. Наиболее интересные решения задач своего товарища фиксируются в тетради. Затем каждая пара сдаёт ИЗ преподавателю.

Вариант № 0

- В параллелепипеде $ABCD A'B'C'D'$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\vec{AB} = \vec{n}$, $\vec{AD} = \vec{m}$, $\vec{AA'} = \vec{p}$. Построить каждый из следующих векторов: $\vec{m} + \vec{n} + \vec{p}$, $\vec{m} + \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}$, $\frac{1}{2}\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} + \vec{p}$, $-\vec{m} - \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}$.
- Найти вектор \vec{x} из уравнения $3(\vec{a}_1 - \vec{x}) + 2(\vec{a}_2 + \vec{x}) = 5(\vec{a}_3 + \vec{x})$, где $\vec{a}_1 = (5, -6, -2)$, $\vec{a}_2 = (2, -1, 4)$, $\vec{a}_3 = (-3, 2, -5)$.

3. Даны три силы $\vec{M}=(3,-4,2)$, $\vec{N}=(2,3,-5)$, $\vec{P}=(-3,-2,4)$, приложенные к одной точке. Вычислить, какую работу производит равнодействующая этих сил, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается вдоль вектора $\vec{r}=(-1,-4,3)$.
4. Вычислить площадь и высоту треугольника ABC , где $A(1,2,0)$, $B(3,0,-3)$, $C(5,2,6)$.
5. При каком значении m векторы $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+m\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}+\vec{k}$ компланарны?

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №5 «Плоскости и прямые: Уравнения плоскости. Плоскость в системе координат.» (сам-но)

Теоретические вопросы.

1. Уравнение плоскости, заданной вектором нормали и точкой. Общее уравнение плоскости, геометрический смысл его коэффициентов.
2. Уравнение плоскости, заданной тремя точками общего положения. Уравнение плоскости в отрезках.
3. Уравнение плоскости, заданной точкой и направляющим подпространством.
4. Параметрические уравнения плоскости.
5. Взаимное расположение двух плоскостей.
6. Положение плоскости в системе координат.

Примерный набор типовых задач.

1. Плоскость проходит через середину отрезка с концами в точках $A(2;4;-6)$ и $B(0;2;6)$ и перпендикулярна к нему. Напишите уравнение плоскости.
2. Плоскость задана точкой $M_0(3,2,3)$ и вектором нормали $\vec{n} = (5, -6, 1)$. Проходит ли данная плоскость через начало координат?
3. Найдите точки пересечения плоскости $5x + 2y + 5z - 10 = 0$ с осями координат.
4. Укажите особенности расположения плоскостей $x+2z=0$, $x+2y+z=0$, $3y+5=0$, $z=0$ в системе координат.
5. Составьте уравнение касательной плоскости к сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ в точке $M(2,-3,6)$.
6. Запишите общее уравнение плоскости, проходящей через точки $L(1,1,1)$, $M(3,-1,3)$, $N(5,2,0)$.
7. Напишите уравнение плоскости, проходящей через две точки $M_1(1,2,-4)$, $M_2(2,0,-3)$ к параллельной оси OY .
8. Плоскость проходит ч\з точки $M_1(1,1,1)$, $M_2(3,1,5)$, $M_3(1,2,3)$. Составьте её уравнение в отрезках.
9. Даны вершины тетраэдра $A(4,0,2)$, $B(0,5,1)$, $C(4,-1,3)$, $D(3,-1,5)$. Напишите:
10. уравнение плоскости, проходящей через ребро AB и параллельной ребру CD ;

11. уравнение плоскости, проходящей через вершину А и параллельной грани ВСD;
12. уравнение плоскости, проходящей через вершину D и перпендикулярной стороне ВС.
13. Установите взаимное расположение следующих плоскостей:
14. $x - 3y + z + 1 = 0, 2x + y - 4z + 2 = 0;$
15. $3x + y - z + 2 = 0, 6x + 2y - 2z + 3 = 0;$
16. $\sqrt{2}x - y + 3z + \sqrt{2} = 0, 2x - \sqrt{2}y + 3\sqrt{2}z + 2 = 0.$
17. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку (-2;7;3) параллельно плоскости $x-4y+5z-1=0$.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №6, 7«Плоскости и прямые: Различные способы задания прямой в пространстве и ее уравнения.» (сам-но)

Теоретические вопросы.

- 1.Задание прямой точкой и направляющим вектором:
 - а) канонические уравнения прямой,
 - б) параметрические уравнения прямой.
- 2.Задание прямой двумя различными точками.
- 3.Задание прямой двумя пересекающимися плоскостями. Переход к каноническим уравнениям.
- 4.Взаимное расположение двух прямых в пространстве: скрещивающиеся прямые, пересекающиеся прямые, параллельные прямые, совпадающие прямые.

Примерный набор типовых задач.

2. Даны вершины треугольника А(13,-2,0), В(0,3,1), С(1,1,1). Составьте уравнение прямой АВ и прямой, проходящей через вершину С параллельно противоположной стороне.
3. Прямая l задана системой $\begin{cases} x - y + 2z - 3 = 0, \\ 2x + y - z + 6 = 0 \end{cases}$. Запишите канонические уравнения этой прямой.
4. Напишите параметрические уравнения прямой:
 - а) $\begin{cases} x = 0, \\ y + z = 0 \end{cases}$;
 - б) $\begin{cases} x - 3y + z = 0, \\ y = 0 \end{cases}$.
5. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку (1,-3,4) параллельно прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0, \\ x + 3y - z - 1 = 0 \end{cases}$.
6. Найдите координаты точки пересечения прямых:

- а) $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ и $d_2: \begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$
7. Определите взаимное расположение следующих пар прямых:
- а) $d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ и $d_2: \begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$;
- б) $d_1: \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x + z - 8 = 0 \end{cases}$ и $d_2: \begin{cases} z - 4 = 0 \\ 2x + 3z - 7 = 0 \end{cases}$;
- в) $d_1: \begin{cases} 2y - z + 2 = 0 \\ x - 7y + 3z - 17 = 0 \end{cases}$ и $d_2: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -1 \\ z = 4 - t \end{cases}$.
8. Докажите, что прямая $\begin{cases} 2x - y + z + 1 = 0 \\ x - 2y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$ пересекает ось ОУ.
9. Докажите, что прямые $\begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 3 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + y + 2z - 2 = 0 \\ 2x - 2y - z - 2 = 0 \end{cases}$ пересекаются.
10. Докажите, что прямые $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$ и $\begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ параллельны.
11. Даны две параллельные прямые: $d_1: \begin{cases} x = 1 + 11t \\ y = -1 - 5t \\ z = 1 - 7t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} 2x + 3y + z - 7 = 0 \\ x - 2y + 3z + 6 = 0 \end{cases}$. Напишите уравнение прямой d , проходящей по середине между d_1 и d_2 .

Литература:

- Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
- Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
- Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
- Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №8, 9 «Плоскости и прямые: Метрические задачи теории прямой и плоскости»

Теоретические вопросы.

- Углы:
 - между двумя плоскостями;
 - между двумя прямыми;
 - между прямой и плоскостью.
- Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями.
- Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$.
- Расстояние от точки до прямой.
- Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Примерный набор типовых задач.

- Через точку $M_0(-5, 16, 12)$ проведены две плоскости: одна из них содержит ось абсцисс, другая – ось ординат. Вычислите угол между этими двумя плоскостями.
- При каком значении α плоскости $x - y + z - 1 = 0$, $\alpha x + y + 2z + 5 = 0$ перпендикулярны?

3. Вычислите угол между прямыми $d_1: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t \\ z = 2t + 3 \end{cases}$ и $d_2: \begin{cases} x - y - 2z - 1 = 0 \\ 2x + 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$.
4. Определите угол между прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{2}$ и плоскостью $4x + 2y + 2z - 5 = 0$.
5. Вычислите расстояние от начала координат до плоскости:
 - $15x - 10y + 6z - 190 = 0$;
 - $2x - 3y + 5z - 3 = 0$.
6. Вычислите расстояние между параллельными плоскостями: $x - 3y + 2z + 1 = 0$, $2x - 6y + 4z + 3 = 0$.
7. Через линию пересечения плоскостей $x - y + z - 1 = 0$ и $2x + 5y - 2z - 13 = 0$ провести плоскость, касающуюся сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
8. Даны точки $A(1,0,2)$, $B(2,5,1)$, $C(6,11,3)$, $D(3,-2,-1)$. Среди указанных точек выбрать те, которые расположены по ту же сторону от плоскости $x - y + z - 1 = 0$, что и начало координат.
9. Вычислить высоту пирамиды $SABC$, проведённую из вершины S , если $S(0,6,4)$, $A(3,5,8)$, $B(-2,11,-5)$, $C(1,-1,4)$.
10. Найдите расстояние от точки $P(7,9,7)$ до прямой $\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$.
11. Даны две прямые: $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ и $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{0}$. Докажите, что прямые скрещивающиеся. Найдите расстояние между ними.
12. Положение зеркала определяется уравнением $2x - y - z + 11 = 0$. С какой точкой должно совпадать зеркальное изображение точки $M(1,5,2)$?

Интерактив: работа в малых группах, решение задач:

Вариант I

1. Докажите, что прямые $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$ и $\begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0 \\ x - y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ параллельны.
2. Найдите точку, симметричную началу координат относительно плоскости $x - 2y + 4z - 21 = 0$.
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1,3,7)$ и прямую $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-5}{-1}$.

Вариант II

1. Докажите, что прямые $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ и $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ параллельны.
2. Найдите точку, симметричную началу координат относительно плоскости $6x + 2y - 9z + 121 = 0$.
3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,-3,3)$ и перпендикулярную к плоскости $x - 3y + 4z - 1 = 0$.

Домашнее задание:

- 1) Подготовить теорию по теме «Цилиндрические и конические поверхности второго порядка».
- 2) Решить задачи: [18], № 1104, 1116, 1122, 1169, 1170, 1158.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №10, 11 «Линии второго порядка: Цилиндрические и конические поверхности второго порядка»

Цилиндрические поверхности

1. Повторение: виды линий второго порядка.
2. Цилиндрическая поверхность и ее элементы.
3. Составить уравнения всех видов цилиндров, направляющая которых лежит в плоскости XOY , а образующая параллельна оси OZ .
4. Составить уравнения цилиндров, образующая которых параллельна OX , а направляющие лежат в плоскости YOZ и представляют собой: 1) окружность с центром в начале координат произвольного радиуса; 2) гиперболу с мнимой осью OY ; 3) параболу с осью симметрии OY .

Сделать схематический чертеж.

5. По заданным уравнениям определить вид цилиндра.
6. Повторить суть метода сечений.
7. По заданному уравнению построить изображение цилиндрической поверхности, используя метод сечений.

Конические поверхности

1. Ввести понятие конической поверхности. Определение.
2. Познакомить с алгоритмом построения конической поверхности по заданному уравнению.

Математический диктант (2 варианта)

Домашнее задание:

1. Построить цилиндрическую и коническую поверхности, эллипсоид по заданным уравнениям.
2. Приступить к выполнению индивидуального задания по теме «Поверхности второго порядка».

Математический диктант (2 варианта)

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для вузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие №12, 13 «Линии второго порядка: Эллипсоид, гиперboloиды»

Эллипсоид

1. Способ получения поверхности вращения.

2. Виды поверхностей вращения.
3. Эллипсоид вращения. Эллипсоид. Их уравнения.
4. Упражнения на определение вида поверхности по уравнению.
5. Упражнения на составление уравнения поверхности по заданным характеристикам.
6. Построение эллипсоида по заданным уравнениям с использованием метода сечений.
7. Однополостный и двуполостный гиперболоиды (вращения) и их уравнения.
8. Построение гиперболоидов по заданным уравнениям с использованием метода сечений.

Занятие №14, 15 «Линии второго порядка: Параболоиды. Классификация поверхностей второго порядка»

1. Эллиптический параболоид (вращения). Уравнения.
 2. Гиперболический параболоид. Уравнения.
 3. Построение параболоидов по заданным уравнениям с использованием метода сечений.
 4. Классификация поверхностей второго порядка.
 5. Упражнения на определение вида поверхности по уравнению.
 6. Упражнения на составление уравнения поверхности по заданным характеристикам.
- Интерактив: работа в малых группах: вывод уравнения (см. п. 1, 2), исследование поверхности, изображение поверхности.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

4 Семестр

Раздел 3. Геометрические преобразования плоскости. Методы изображений. Многогранники.

Тематический план практических занятий

Тема	Часы	Литература	Самостоятельная работа
Преобразования плоскости: Движение, его свойства, способы задания. Частные виды движений плоскости	2	[1], ч-1, Гл. V	Уравнения движений в прямоугольной системе координат
Преобразования плоскости: Группа движений плоскости и её подгруппы. Классификация движений.	1	[1], ч-1, Гл. V	Конспект теоретического материала

Преобразования плоскости: Преобразование подобия, свойства подобия	1	[1], ч-1, Гл. V	Уравнения подобия в прямоугольной системе
Преобразования плоскости: Аффинные преобразования. Групповой подход в геометрии		[1], ч-1, Гл. V	Конспект по теме «Аффинные преобразования.»
Преобразования плоскости: Приложение преобразований плоскости к решению задач		[1], ч-1, Гл. V	Конспект теоретического материала
Преобразования плоскости: Приложение преобразований плоскости к решению задач		[1], ч-1, Гл. V	Конспект теоретического материала
Методы изображений: Изображение плоских фигур в параллельной проекции	2	[1], ч-2, Гл. III	Самостоятельное решение задач
Методы изображений: Изображение пространственных фигур в параллельной проекции	2	[1], ч-2, Гл. III	Самостоятельное решение задач
Методы изображений: Построение сечений многогранников. Метод следов.	2	[1], ч-2, Гл. III	Индивидуальная работа по теме «Построение сечений многогранников»
Методы изображений: Построение сечений многогранников. Метод внутреннего проектирования.	2	[1], ч-2, Гл. III	Индивидуальная работа по теме «Построение сечений многогранников»
ВСЕГО:	12		

Занятие 1. «Движение, его свойства, способы задания. Частные виды движений плоскости»

Теоретические вопросы

1. Геометрическое преобразование плоскости. Обратное преобразование, композиция преобразований, тождественное преобразование.
 2. Определение движения. Свойства.
 3. Способы задания движения:
 - а) двумя ортонормированными реперами;
 - б) аналитическое выражение движения на плоскости.
- Интерактив: круглый стол:
4. Частные виды движения на плоскости, неподвижная точка.
 - а) осевая симметрия;
 - б) параллельные перенос;
 - в) скользящая симметрия;
 - г) поворот.

Самостоятельно:

Вывод уравнения движения плоскости. [1] ч-1, Гл. V, §45

Примерный набор типовых задач

1. В данной прямоугольной декартовой системе координат записать аналитическое задание преобразования переноса, определяемого векторами:

- а) $a_1\{-3, 5\}$;
 б) $a_2\{1, 7\}$;
 в) $a_3\{-1, 4\}$;
 г) $a_4\{0, -6\}$.
2. В данной прямоугольной декартовой системе координат записать аналитическое задание центральной симметрии с центром в следующих точках:
 а) $C_1(1, 3)$;
 б) $C_2(-2, 5)$;
 в) $C_3(-2, 0)$;
 г) $C_4(0, 3)$.
3. В каждом из следующих случаев записать в прямоугольной декартовой системе координат координатное задание вращения с центром в точке C на угол φ :
 а) $C_1(0, 0)$, $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$;
 б) $C_2(-1, 3)$, $\varphi_2 = -\frac{\pi}{3}$;
 в) $C_3(2, -1)$, $\varphi_3 = \frac{\pi}{2}$.
4. В каждом из следующих случаев записать координатное задание осевой симметрии, ось которой в прямоугольной декартовой системе координат имеет уравнение:
 а) $x - y = 0$;
 б) $x - y + 4 = 0$;
 в) $3x + 4y - 10 = 0$;
 г) $5x - 12y - 27 = 0$.
5. В прямоугольной декартовой системе координат записать координатное задание скользящей симметрии с осью l и вектором параллельного переноса p в каждом из следующих случаев:
 а) $(l_1) 2x - y + 1 = 0$, $p_1\{2, 4\}$;
 б) $(l_2) x - 3y - 6 = 0$, $p_2\{3, 1\}$;
 в) $(l_3) 2x + 7 = 0$, $p_3\{0, 3\}$.

Домашнее задание

- Подготовить тему «Группа движений плоскости и её подгруппы. Классификация движений».
- Решить задачи:
 В каждом из следующих случаев записать координатное задание осевой симметрии, ось которой в прямоугольной декартовой системе координат имеет уравнение:
 а) $x - y = 0$; б) $x - y + 4 = 0$; в) $3x + 4y - 10 = 0$; г) $5x - 12y - 27 = 0$.

Литература:

- Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
- Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
- Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
- Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 2. «Группа движений плоскости и её подгруппы. Классификация движений» (семинар)

Теоретические вопросы

1. Движение 1 и 2 рода.
2. Теорема Шаля. Классификация движений плоскости.
3. Конструктивные теоремы движений плоскости.
4. Группа движений плоскости. Инварианты групп движений.
5. Группа движений 1-го рода, её подгруппа.

Темы докладов

1. Виды движений пространства.
2. Классификация движений пространства.
3. Группа симметрий геометрической фигуры на плоскости.
4. Группа симметрий геометрической фигуры в пространстве.

Домашнее задание

1. Подготовить тему «Преобразование подобия, свойства подобия».
2. Составить конспект «Конструктивные теоремы движений плоскости».

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 3. «Преобразование подобия, свойства подобия»

Теоретические вопросы

1. Определение подобия, его свойства.
2. Способы задания подобия:
 - а) двумя реперами;
 - б) аналитической выражение подобия.
3. Гомотетия, её свойства. Гомотетия, движение – примеры подобий.
4. Подобие 1 и 2 рода.
5. Подобие фигур.

Самостоятельно:

Вывести уравнение подобия в прямоугольной системе координат. [1] ч-1, Гл. V, §46

Примерный набор типовых задач

1. В данной прямоугольной декартовой системе координат записать координатные задания следующих преобразований:
 - а) гомотетии с центром в точке $C(-2, 1)$ и коэффициентом $k = 3$;
 - б) центрально-подобного вращения с центром в начале координат, углом поворота $\varphi = \frac{\pi}{3}$ и коэффициентом $k = 5$;
 - в) центрально-подобной симметрии относительно оси $x = 2$ с центром в точке $(2, 1)$ и коэффициентом $k = 2$.

2. Выяснить, какие из преобразований являются: 1) движениями; 2) преобразованиями подобия, если они заданы в прямоугольной декартовой системе координат следующими соотношениями:
- $x' = 2x, y' = 2y;$
 - $x' = 3x, y' = y;$
 - $x' = 3x + 4y, y' = 5x - 6y;$
 - $x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1, y' = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 15;$
 - $x' = 8x - y + 1, y' = x + 8y;$
 - $x' = x, y' = -y.$
3. В каждом из следующих случаев выяснить характер преобразования, если в прямоугольной декартовой системе координат оно дано уравнениями:
- $x' = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y + 1, y' = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y;$
 - $x' = -x - 6, y' = y;$
 - $x' = -x + 1, y' = -y;$
 - $x' = x + 3, y' = -y.$
4. В прямоугольной декартовой системе координат даны координатные задания точечных преобразований плоскости. В каждом из следующих случаев выяснить характер преобразования:
- $x' = -5y, y' = 5x;$
 - $x' = 3x, y' = 3y;$
 - $x' = \frac{3}{2}\sqrt{3}x - \frac{3}{2}y, y' = \frac{3}{2}y + \frac{3}{2}\sqrt{3}x;$
 - $x' = 2x, y' = -2y.$
 - $x' = 5x - 4, y' = -5y + 3;$
 - $x' = -3y - 7, y' = 3x + 1.$
5. На плоскости дана прямоугольная декартова система координат Oxy . Точка M плоскости первоначально переводится в точку M_1 , симметричную точке M относительно оси Ox ; затем вектор $\overrightarrow{OM_1}$ поворотом вокруг точки O на угол φ преобразуется в вектор $\overrightarrow{OM'}$. Записать аналитическое задание отображения, при котором точка M переходит в точку M' . Выяснить, будет ли это отображение преобразованием подобия.

Домашнее задание

- Подготовить тему «Аффинные преобразования. Групповой подход в геометрии».
- Подготовить индивидуальные сообщения.

Литература:

- Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
- Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
- Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
- Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 4. «Аффинные преобразования. Групповой подход в геометрии» (сам-но)

Теоретические вопросы

- Понятие аффинного преобразования. Примеры.

2. Способы задания аффинного преобразования.
3. Аффинные преобразования 1 и 2 рода.
4. Группа аффинных преобразований.
5. Группа подобий – подгруппа группы аффинных преобразований. Инварианты групп подобий.
6. Групповой подход в геометрии.

Самостоятельно:

Аффинные преобразования. [1] ч-1, Гл. V, §48

Темы докладов

1. Подобие фигур.
2. Конструктивные теоремы подобия.
3. Аффинно-эквивалентные фигуры.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 5,6. «Приложение преобразований плоскости к решению задач» (**сам-но**)

Теоретические вопросы

1. Метод параллельного переноса (теоретическая основа, суть).
2. Метод осевой симметрии (теоретическая основа, суть).
3. Метод порота (теоретическая основа и суть применения).

Примерный набор типовых задач

1. Построить трапецию по четырём её сторонам.
2. Построить четырехугольник ABCD, если даны его стороны и известно, что диагональ AC делит угол A пополам.
3. В данный квадрат вписать равносторонний треугольник, одна из вершин которого дана на стороне квадрата.
4. Построить треугольник по двум углам и периметру.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 7,8. «Изображение плоских фигур в параллельной проекции»

Теоретические вопросы

1. Понятие параллельного проектирования.
2. Свойства параллельного проектирования.
3. Понятие изображения. Требования, предъявляемые к изображению.
4. Теорема об изображении треугольника.
5. Изображение треугольников.

Проверка в форме математического диктанта

Основные типы задач, решаемые на занятии:

1. Построить изображение параллелограмма, ромба, квадрата, прямоугольника.
2. Построить изображение произвольного четырехугольника, пятиугольника.
3. Построить изображение трапеции (равнобокой трапеции).
4. На изображении прямоугольного треугольника с острым углом 60 гр. изобразить биссектрисы внутреннего и внешнего углов при вершине этого острого угла.
5. На изображении равностороннего треугольника изобразить перпендикуляры, опущенные из середины основания на высоты треугольника.
6. На изображении эллипса построить его центр.
7. На изображении эллипса построить его диаметр, сопряжены данному.
8. На изображении эллипса построить касательную к данной точке эллипса.

Домашнее задание

1. Дана параллельная проекция окружности. построить проекцию квадрата:
 - а) вписанного в окружность, если одна из вершин задана;
 - б) описанного около окружности.
2. Дана параллельная проекция окружности. Построить проекцию правильного треугольника:
 - а) вписанного в окружность, если одна из вершин задана;
 - б) описанного около окружности.
3. Построить изображение правильного шестиугольника.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для вузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 9. «Изображение пространственных фигур в параллельной проекции»

Теоретические вопросы

1. Понятие аффинно-эквивалентного преобразования. Примеры.
2. Аффинно-эквивалентные четырехугольники.

3. Лемма.
4. Теорема Польке-Шварца.
5. Возможность построения изображения произвольной точки пространства.
6. Изображение многогранников.
7. Изображение тел вращения. Анализ ошибок при их изображении.

Примерный набор типовых задач

1. Построить изображение четырехугольной пирамиды.
2. построить изображение прямоугольного параллелепипеда.
3. построить изображение конуса и его осевого сечения.
4. Построить изображение сферы, её диаметра, полюсов.

Домашнее задание

1. Построить изображение правильной шестиугольной пирамиды.
2. Построить изображение параллелепипеда; правильной треугольной призмы.
3. Построить изображение цилиндра и его осевого сечения.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 10,12. «Построение сечений многогранников. Метод следов. Метод внутреннего проектирования»

Теоретические вопросы

1. Задание точки, прямой, плоскости на проекционном чертеже.
2. Полное и неполное изображение.
3. Позиционные задачи на полном изображении. Примеры.
4. Построение сечений многогранников методом следов. Вспомогательные задачи.
5. Построение сечений многогранника методом внутреннего проектирования. Вспомогательная задача.

Интерактив: работа в парах: решение задач типа:

1. Построить сечения пятиугольной призмы (пирамиды) плоскостью, проходящей через сторону основания и точку, принадлежащую боковому ребру.
2. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через середины двух смежных ребер куба и наиболее удаленную от соединяющих их прямой вершину куба.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.

2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.

3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 13. «Построение сечения многогранников методом следов»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты работают в парах, отрабатывая навыки построения сечений многогранников методом следов и решая следующие виды задач:

Построить сечение четырехугольной (пятиугольной) призмы (пирамиды) плоскостью, проходящей через три точки, если:

- а) одна принадлежит боковому ребру, а две боковые – граням;
- б) одна принадлежит основанию, а две – боковым граням;
- в) одна принадлежит боковому ребру, вторая – боковой грани, а третья – внутренней области многогранника;
- г) все три точки принадлежат внутренней области многогранника;

Интерактив: работа в парах: решение позиционных задач

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.

2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.

3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.

4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

5 семестр

Раздел 4. Основания геометрии. Проективное пространство. Аффинное и евклидово n -мерные пространства.

Тематический план практических занятий

Тема	Часы	Литература	Самостоятельная работа
Общие вопросы аксиоматики	2	[1] ч-2, Гл. X, §77,78,79	Конспект теоретического материала
Обоснование евклидовой геометрии. Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля	2	[1] ч-2, Гл. X, §81-83	Конспект теоретического материала

Исторический обзор обоснований геометрии. Элементы геометрии Лобачевского	4	[1] ч-2, Гл. X, §81-83	Конспект теоретического материала
Проективное пространство	4	[1] ч-2, Гл. X, §84-85	Конспект теоретического материала
Аффинное и евклидово n- мерное пространство. Квадратичные формы и квадратики		[1] ч-1, Гл. X	Конспект теоретического материала
ВСЕГО:	12		

Содержание практических занятий

Занятие 1. «Математическая структура, её интерпретация. Требования, предъявляемые к системе аксиом»

Письменный теоретический контроль

1. Дать определение математической структуре. Привести пример.
2. Перечислить требования, предъявляемые аксиомам.
3. Сформулировать суть аксиоматического метода построения математической теории.

Теоретические вопросы

1. Множества. Отношения между элементами множеств.
2. Математическая структура, интерпретация математической структуры.
3. Изоморфность моделей математической структуры.
4. Непротиворечивость системы аксиом.
5. Независимость системы аксиом.
6. Полнота системы аксиом.
7. Суть аксиоматического метода построения теории.

Примерный набор типовых заданий

1. Перечислите аксиомы математической структуры:
 - а) группа;
 - б) абелева группа.
2. Назовите базовые множества, отношения, аксиомы математической структуры трёхмерного векторного линейного пространства V_3 .
3. Проверьте, выполняются ли аксиомы группы, если:
 - в) Z – базовое множество, операция «+» - основное отношение;
 - г) R – базовое множество, операция « \times » - основное отношение;
 - д) V – множество векторов плоскости, сложение векторов – основное отношение;
 - е) V – множество векторов пространства, скалярное умножение векторов – основное отношение.

Можно ли данные структуры считать моделями системы аксиом группы?
4. Пусть дана математическая структура $\langle G, *, A_1, A_2, A_3 \rangle$, где A_1, A_2, A_3 - аксиомы группы. Докажите изоморфность её моделей $S' = \{R_+, " + ", A_1, A_2, A_3\}$ и $S'' = \{R, " \times ", A_1, A_2, A_3\}$.
5. Докажите, что система аксиом абелевой группы непротиворечива.
6. Докажите, что аксиома коммутативности абелевой группы не зависит от остальных аксиом структуры.
7. Является ли система аксиом математической структуры «группа» полной. Ответ обоснуйте.

Домашнее задание.

1. Подготовить теорию по теме «Система аксиом Вейля, её непротиворечивость и полнота».
2. Докажите, что система аксиом векторного линейного пространства непротиворечива.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 2. «Система аксиом Вейля, её непротиворечивость и полнота» (сам-но)

Теоретические вопросы

1. Основные неопределяемые понятия системы аксиом Вейля.
2. Группы аксиом Вейля.
3. Математические структуры, определяемые группами аксиом Вейля.
4. Арифметическая модель, непротиворечивость системы аксиом Вейля.
5. Полнота системы аксиом Вейля.
6. Примеры определения геометрических понятий в теории, построенной на системе аксиом Вейля.
7. Примеры доказательства теорем.

Примерный набор типовых заданий

1. Докажите, что в арифметической модели выполняются аксиомы:
 - а) размерности;
 - б) скалярного произведения векторов.
2. Назовём вектором матрицу A_{22} , суммой векторов A_{22} и B_{22} - матрицу $A_{22} + B_{22}$, умножением числа λ на вектор A_{22} - матрицу λA_{22} . Докажите, что в данной интерпретации выполняются аксиомы групп сложения векторов и умножения вектора на число.
3. Дополним соглашения, сформулированные в задании 2. Под скалярным произведением векторов A_{22} и B_{22} будем понимать число $a_{11} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{22}$. Выполняется ли в данной интерпретации аксиома скалярного умножения векторов.
4. Пользуясь арифметической моделью системы аксиом Вейля, докажите, что аксиома I_1 не зависит от остальных аксиом системы.
5. Пользуясь интерпретацией, описанной в задании 2, докажите, что аксиома I_1 не зависит от остальных аксиом системы.
6. Докажите, что в геометрии, построенной на системе аксиом Вейля, выполняется утверждение: Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит не более одной прямой, параллельной данной.
7. Опираясь на систему аксиом Вейля, докажите:
 - в) теорему Пифагора;
 - г) теорему косинусов;
 - д) теорему о трёх перпендикулярах.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 3. «Непротиворечивость системы аксиом Вейля. Построение арифметической модели»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты работают в малых группах. Каждая группа описывает арифметическую модель системы аксиом Вейля и проверяет в ней выполнимость какой-либо группы аксиом:

- 1-я группа: аксиомы сложения
- 2-я группа: аксиомы умножения вектора на число
- 3-я группа: аксиомы скалярного произведения векторов
- 4-я группа: аксиомы размерности и аксиомы откладывания вектора от точки

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 4. «Система аксиом школьного курса геометрии. Анализ современных школьных учебников» (сам-но)

План:

1. Система аксиом А.В. Погорелова школьного курса геометрии. Зависимые аксиомы, их роль.
2. Простейшие следствия системы аксиом Погорелова.
3. Арифметическая модель системы аксиом Погорелова.
4. Обзор системы аксиом Л.С. Атанасяна. Зависимые аксиомы, их назначение.
5. Непротиворечивость системы аксиом Л.С. Атанасяна.
6. Анализ системы аксиом современных школьных учебников по геометрии.

Пункт 6 выносится на самостоятельное изучение: студенты анализируют школьные учебники авторов А.В. Погорелова, Л.С. Атанасяна, А.Д. Александрова по плану: основные объекты и отношения, группы аксиом, примеры определения понятий и доказательства теорем.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 5. «Начала Евклида. Проблема пятого постулата. Попытки его доказательства»

Интерактив: круглый стол. Тематика сообщений:

1. «Начала» Евклида
2. Пятый постулат Евклида, «предложение Плейфера» и их эквивалентность.
3. Эквиваленты пятого постулата Евклида.
4. Попытки доказательства пятого постулата ал-Джаухари, Ибн-Корра, ан-Найризи (IXв).
5. Развитие учения о параллельных в трудах Омара Хайями и Насирэддинаат-Туси (XI-XIIвв).
6. Попытки доказательства пятого постулата в Средневековой Европе.
7. Попытки доказательства пятого постулата методом от противного Джироламо Саккери.
8. Попытки доказательства пятого постулата Ламбертом и Лежандром.
9. Вклад Яноша Бояй и Н.И. Лобачевского в развитие учения о параллельных.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 6. «Система аксиом Лобачевского»

Математический диктант

1. Перечислите основные неопределяемые понятия системы аксиом Лобачевского.
2. Сформулируйте аксиому параллельных по Лобачевскому.
3. Сколько прямых, параллельных данной, можно провести через точку, не лежащую на данной прямой, на плоскости Лобачевского?
4. В каких пределах изменяется угол параллельности?
5. Какие прямые называются расходящимися?
6. Перечислите кривые линии на плоскости Лобачевского.
7. Установите взаимосвязь между понятиями «евклидова геометрия», «абсолютная геометрия», «геометрия Лобачевского».

Теоретические вопросы

1. Система аксиом Н.И. Лобачевского
2. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского, их свойства.
3. Угол параллельности, функция Лобачевского
4. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского, их свойства.
5. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.
6. Треугольники на плоскости Лобачевского.
7. Четырёхугольники на плоскости Лобачевского.
8. Окружность, эквидистанта, орицикл.

Примерный набор типовых заданий

1. Докажите утверждение: «Сумма углов треугольника не постоянна»
2. Пусть $A_1B_1 \parallel A_2B_2$. Докажите, что если прямая АВ лежит между прямыми A_1B_1 и A_2B_2 , и не пересекает ни одну из них, то она параллельна данным прямым.
3. Пусть AA' и BB' - две различные прямые. Прямая АВ называется прямой равного наклона этих прямых, если $\angle BAA' \cong \angle ABB'$, точки A' и B' лежат по одну и ту же сторону от прямой АВ. Докажите утверждения:
 - а) любые две прямые равного наклона на непересекающихся прямых AA' и BB' отсекают конгруэнтные отрезки;
 - б) через каждую точку одной из двух данных непересекающихся прямых AA' и BB' проходит одна и только одна прямая равного наклона.
4. Докажите, что на плоскости Лобачевского угол, вписанный в окружность и опирающийся на диаметр, меньше прямого.
5. Пусть в четырёхугольнике ABCD углы А и D прямые. Докажите:
 - в) если $|CD| \cong |AB|$, то $\angle B \cong \angle C$;
 - г) если $|CD| > |AB|$, то $\angle B > \angle C$.
6. Пусть ABCD – четырёхугольник Саккери, где $\angle A = \angle D = 90^\circ$, боковые стороны АВ и CD конгруэнтны. Докажите:
 - д) $\angle B \cong \angle C$ и они острые;
 - е) прямая, соединяющая середины оснований AD и BC, перпендикулярна этим основаниям;
 - ж) основания AD и BC принадлежат расходящимся прямым.

Домашнее задание

1. Подготовить теорию по теме «Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского. Модель А. Пуанкаре»
2. Решить задачи 3(а), 5(б), 6(б, в).
3. Индивидуальное задание: подготовить историческую справку о математике А. Пуанкаре.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 7. «Элементы геометрии Лобачевского»

Занятие проходит в интерактивной форме. Студенты работают в малых группах исследуя различные элементы геометрии Лобачевского по плану:

- 1) Теоретические основы вопроса.
- 2) Соответствующие модели в Евклидовой геометрии.
- 3) Подбор и решение задач.
- 4) Презентация материалов.

Задания для групп:

1-я группа: треугольники на плоскости Лобачевского

2-я группа: четырехугольники на плоскости Лобачевского

3-я группа: линии на плоскости Лобачевского

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 8,9. «Модель А. Пуанкаре плоскости Лобачевского. Непротиворечивость системы аксиом плоскости Лобачевского»

Теоретические вопросы

1. Интерпретация основных объектов системы аксиом Лобачевского в модели Пуанкаре.
2. Интерпретация основных отношений системы аксиом Лобачевского в модели Пуанкаре.
3. Проверка выполнимости аксиом плоскости Лобачевского.
4. Выполнимость аксиомы параллельных Лобачевского в модели Пуанкаре.
5. Непротиворечивость системы аксиом Н.И. Лобачевского.
6. Интерпретация пересекающихся, параллельных, расходящихся прямых в модели Пуанкаре.
7. Анри Пуанкаре и его вклад в развитие оснований геометрии.

Примерный набор типовых заданий

Задачи решаются в интерпретации Пуанкаре (построения выполняются при помощи циркуля и линейки)

1. Даны две точки А и В. Постройте прямую, проходящую через эти точки.
2. Дана точка А и прямая a , не проходящая через эту точку. Через точку А провести прямую, параллельную прямой a .
3. Построить прямую, проходящую через данную точку А и перпендикулярную данной прямой a .
4. Дана точка А и прямая a . Построить орицикл, проходящий через данную точку, для которого данная направленная прямая является осью.
5. Даны две точки А и В. Построить орицикл, проходящий через данные точки.
6. Даны две точки А и О. Построить окружность плоскости Лобачевского, проходящую через точку А с центром в точке О.

7. Дана точка A и две расходящиеся прямые. Построить эквидистанту, проходящую через точку A , для которой данные прямые являются осями.

Домашнее задание

1. Подготовить теорию к семинарскому занятию по теме «Модель Бельтрами -Клейна плоскости Лобачевского. Независимость аксиомы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии».
2. Индивидуальное задание: подготовить историческую справку о математиках Кели, Клейне, Бельтрами.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 10. «Модель плоскости Лобачевского Бельтрами-Клейна. Независимость аксиомы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии» (форма занятия - семинар)

Теоретические вопросы

1. Интерпретация основных объектов система аксиом Лобачевского в модели Бельтрами-Клейна.
 2. Интерпретация основных отношений системы аксиом Лобачевского в модели Бельтрами-Клейна.
 3. Проверка выполнимости аксиом плоскости Лобачевского.
 4. Выполнимость аксиомы параллельных Лобачевского в модели Бельтрами-Клейна.
 5. Независимость аксиомы параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии.
 6. Интерпретация пересекающихся, параллельных, расходящихся прямых в модели Бельтрами-Клейна.
 7. Угол параллельности, интерпретация его свойств. Формула Лобачевского.
 8. Кели, Клейн, Бельтрами; их вклад в развитие аксиоматического метода.
- (по данным вопросам студенты выступают с сообщениями)

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 12. «Аффинное n -мерное пространство» (семинар)

Теоретические вопросы:

1. Векторное n -мерное пространство (V_n). Аксиомы векторного пространства.
2. Базис n -мерного векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.
3. Векторное подпространство, его размерность.
4. Понятие аффинного n -мерного пространства (A_n).
5. Аксиомы A_n , следствия из них.
6. Аффинная n -мерная система координат. Координаты точки.
7. Формулы преобразования аффинной системы координат A_n .
8. k -мерные плоскости. (вопрос выносится на самостоятельное изучение Литература: [1], ч I, гл. X, параграф 86)

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 13. «Евклидово n -мерное пространство» (сам-но)

Теоретические вопросы:

1. Понятие билинейной формы, матрицы билинейной формы. Положительно определённая билинейная форма.
2. Сопряжённость векторов относительно симметрической билинейной формы.
3. Понятие евклидова n -мерного пространства (E_n).
4. Скалярное произведение векторов в E_n его свойства.
5. Скалярный квадрат вектора, норма вектора, угол между векторами.
6. Ортогональные вектора. Ортонормированный базис векторов в E_n .
7. Прямоугольная декартова система координат в E_n .
8. Формула расстояния между точками A_i B в E_n .

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 14. «Аксиомы принадлежности проективной геометрии. Теорема Дезарга, её приложение к решению задач. Принцип двойственности»

Математический диктант

1. Что является предметом изучения проективной геометрии?
2. Назовите основные неопределяемые понятия проективной геометрии.
3. Перечислите группы аксиом проективной геометрии.
4. Чем отличается группа аксиом принадлежности проективной геометрии от евклидовой геометрии?
5. Сформулируйте принцип двойственности.

Теоретические вопросы

1. Основные неопределяемые понятия проективной геометрии.
2. Аксиомы принадлежности проективной геометрии.
3. Простейшие следствия аксиом принадлежности.
4. Понятие трёхвершинника. Определение центра и оси перспективы.
5. Теорема Дезарга.
6. Принцип двойственности.

Примерный набор типовых задач

1. Докажите утверждение: если a и b - скрещивающиеся прямые P_3 и точка A не принадлежит ни одной из них, то существует единственная прямая, проходящая через точку A и пересекающая обе прямые a и b .
2. Докажите утверждение: если три прямые попарно пересекаются и не лежат в одной плоскости, то они имеют единственную общую точку.
3. Сформулировать (доказать) предложение, двойственное предложению задачи 2.
4. Сформулировать предложения, двойственные прямой и обратной теоремам Дезарга.
5. В плоскости трёхвершинника ABC дана точка S , не лежащая на его сторонах. Пусть $A' = (AS) \cap (BC)$, $B' = (BS) \cap (AC)$, $C' = (CS) \cap (AB)$. Докажите, что точки пересечения прямых (BC) и $(B'C')$, (AC) и $(A'C')$, (AB) и $(A'B')$ коллинеарны.
6. Прямая p лежит в плоскости трёхвершинника ABC и не проходит через его вершины. Пусть $(BC) \cap p = A_1$, $(CA) \cap p = B_1$, $(AB) \cap p = C_1$; $(BB_1) \cap (CC_1) = R$, $(CC_1) \cap (AA_1) = S$, $(AA_1) \cap (BB_1) = T$. Докажите, что прямые AR , BS , CT принадлежат одному пучку.
7. Докажите, что если оси перспективы трёх попарно перспективных трёхвершинников ABC , $A'B'C'$, $A''B''C''$ совпадают, то их центры перспективы лежат на одной прямой.
8. Да тетраэдра расположены в P_3 так, что прямые, соединяющие соответственные вершины, принадлежат одной связке. Докажите, что прямые, по которым пересекаются соответственные грани, лежат в одной плоскости.
(Тетраэдр это четыре точки, не лежащие в одной плоскости, шесть прямых, попарно соединяющие эти точки, и четыре плоскости, определяемые каждой тройкой из данных четырёх точек)
9. Дан трёхвершинник ABC и три точки P, Q, R в его плоскости, лежащие на одной прямой a . Постройте трёхвершинник XYZ так, чтобы его вершины X, Y, Z лежали соответственно на сторонах BC, CA, AB трёхвершинника ABC , а его стороны YZ, ZX, XY проходили соответственно через точки P, Q, R .
10. Сформулируйте задачу, двойственную задаче 9 и решите её с помощью принципа двойственности на плоскости.

Домашнее задание

1. Подготовить теорию по теме: «Сложное отношение четырёх точек прямой, квадрики в проективном пространстве».

2. Выполнить конспект: теорема Штейнера, теорема Паскаля, теорема Бриансона. (Литература: Базылев В.Т., Геометрия. Учеб. пособие. Ч-II, гл. II, п. 19).
3. Решить задачи № 3,4,10.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 15. «Сложное отношение четырёх точек прямой. Гармонические четвёрки. Квадрики в проективном пространстве»

Теоретические вопросы

1. Формула сложного отношения четырёх точек прямой.
2. Свойства сложного отношения.
3. Гармонические четвёрки точек.
4. Линии второго порядка.
5. Проективная классификация линий второго порядка.
6. Полюс и поляр.
7. Конструктивные теоремы:
 - а) Теорема Штейнера;
 - б) Теорема Паскаля;
 - в) Теорема Бриансона.

Примерный набор типовых задач

1. На прямой l в системе O_1O_2E даны точки неоднородными координатами $A(a), B(b), C(c), D(d)$. Докажите соотношения:
 - а) $(ABCD) = \frac{(a-c)(d-b)}{(a-d)(c-b)}$;
 - б) $(O_1ABC) = \frac{c-a}{b-a}$.
2. А, В, С, D, E – попарно различные точки проективной прямой. Докажите, что: $(ABCD)(ABDE)(ABEC)=1$.
3. На проективной плоскости даны точки декартовыми координатами $A(-2;1), B(0;1), C(1;2), D(2;3)$. Вычислите $(ABCD)$.
4. Докажите, что $(ABCB)=0, (ABCC)=1$.
5. Известно сложное отношение $(ABCD)=\alpha$. Найдите $(BACD), (ACBD), (DCAB), (CBDA)$.
6. Определите, к какому типу принадлежат линии второго порядка:
 - а) $4x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 12x_1x_3 - 6x_2x_3 = 0$;
 - б) $2x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 3x_1x_2 - x_1x_3 + 2x_2x_3 = 0$;
 - в) $x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3 = 0$;
 - г) $5x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 = 0$.
7. Дана линия второго порядка γ : $2x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2 - 6x_1x_2 + 4x_2x_3 = 0$.
 - а) Напишите уравнение поляр относительно γ следующих точек $O_1(1;0;0), O_2(0;1;0), O_3(0;0;1), E(1;1;1), M(2;-1;5)$.

- б) Найдите координаты полюса прямой $7x_1 + 4x_2 - 10x_3 = 0$ относительно линии γ .
8. Найдите уравнения касательных, проведённых из точки $A(3;-2;2)$ к линии, заданной уравнением: $3x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3 = 0$.
9. Атанасян Л.С. Сборник задач по геометрии. Учеб. пособие, Ч – Ш. М., «Просвещение», 1975, 176 с : № 178, 179, 180, 182, 183, 184.

Домашнее задание

1. Подготовить теорию. Гармонические четвёрки точек и прямых, их свойства. Гармонизм в полном четырёхвершиннике.
2. Решить задачи пункта 9.

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

Занятие 16. «Гармонические четвёрки точек и прямых. Гармонические свойства полного четырёхвершинника»

Теоретические вопросы

1. Понятие гармонической четверки точек, понятие гармонической четвёрки прямых.
2. Свойства гармонической четвёрки точек.
3. Понятие полного четырёхвершинника.
4. Теорема о гармонических свойствах полного четырёхвершинника. Следствие из неё.
5. Построение четвёртой гармонической точки.
6. Задачи школьной геометрии на расширенной плоскости.

Интерактив: работа в парах: построение четвертой гармонической точки.

Примерный набор типовых задач

1. На прямой даны три различные точки A, B, C . С помощью одной линейки постройте точку D такую, что $(ABCD) = -1$. (Построение выполните двумя способами: а) данная прямая – сторона полного четырёхвершинника; б) данная прямая его диагональ.)
2. Постройте через произвольную точку P прямую, параллельную прямой AB с помощью одной линейки, если на прямой дан отрезок AB и его середина – точка C .
3. Даны две параллельные прямые и отрезок на одной из них. Только с помощью одной линейки разделить этот отрезок пополам.

Домашнее задание

1. Базылев В.Т. Геометрия. Уче. пособие. М., «Просвещение», 1975, Ч-II, п. 22. Разобрать решение задач № 5,6,7,8,9.
2. Подготовить теорию по теме «Параллельное проектирование, его свойства. Изображение плоских фигур в параллельной проекции».

Литература:

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с.
2. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб.пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. – 422 с.: ил.
3. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с.
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, УК-1.1, ОПК-8	Индивидуальные задания	Низкий (неудовлетворительно)	<p>Ответ студенту не зачитывается если:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Задание выполнено менее, чем на половину; • Студент обнаруживает незнание большей части соответствующего материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	<p>Задание выполнено более, чем на половину. Студент обнаруживает знание и понимание основных положений задания, но:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий; • Не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; • Излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

		Базовый (хорошо)	<p>Задание в основном выполнено. Ответы правильные, но:</p> <ul style="list-style-type: none"> • В ответе допущены малозначительные ошибки и недостаточно полно раскрыто содержание вопроса; • Не приведены иллюстрирующие примеры, недостаточно чётко выражено обобщающее мнение студента; • Допущено 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
		Высокий (отлично)	<p>Задание выполнено в максимальном объеме. Ответы полные и правильные.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; • Обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры; • Излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	<p>Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3»; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	<p>Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	<p>Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.

		Высокий (отлично)	Оценка «отлично» ставится, если студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.
ПК-2 ПК-2.2, ОПК-8	Индивидуальные задания	Низкий (неудовлетворительно)	Ответ студенту не зачитывается если: • Задание выполнено менее, чем на половину; • Студент обнаруживает незнание большей части соответствующего материала, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Задание выполнено более, чем на половину. Студент обнаруживает знание и понимание основных положений задания, но: • Излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий; • Не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; • Излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	Задание в основном выполнено. Ответы правильные, но: • В ответе допущены малозначительные ошибки и недостаточно полно раскрыто содержание вопроса; • Не приведены иллюстрирующие примеры, недостаточно четко выражено обобщающее мнение студента; • Допущено 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
		Высокий (отлично)	Задание выполнено в максимальном объеме. Ответы полные и правильные. • Студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; • Обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры; • Излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент: 1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3»; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
	Пороговый (удовлетворительно)	Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
	Базовый (хорошо)	Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: 1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.
	Высокий (отлично)	Оценка «отлично» ставится, если студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачёт/экзамен.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- выполнены все контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу;
- даны полные обоснованные ответы на два пункта билета.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- не выполнены контрольные мероприятия из фонда оценочных средств по разделу геометрия;
- не представлены верные обоснованные ответы на два пункта билета.

Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Оценка 5 (отлично) ставится, если:

- представлен полный обоснованный ответ на первый теоретический вопрос;
- представлен полный обоснованный ответ на второй теоретический вопрос;
- верна решена задача.

Оценка 4 (хорошо) ставится, если:

- представлены верные обоснованные ответы по двум из трёх пунктов, а ответ по одному третьему пункту не полный;

Оценка 3 (удовлетворительно) ставится, если:

- представлен верный обоснованный ответ по одному из пунктов и имеются верные продвижения в решении задачи;

Оценка 2 (неудовлетворительно) ставится, если:

- не представлены верные ответы ни по одному из трёх пунктов билета.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Индивидуальные задания

Индивидуальное задание по теме « Векторы на плоскости»

Вариант 1

1. Дан правильный пятиугольник. Приняв $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{n}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{p}$, $\overrightarrow{DE} = \vec{q}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{s}$. Постройте: $\vec{a} = 2\vec{n} + \vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q} - \vec{s}$; $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n} + \vec{p} + \vec{q} - 2\vec{s}$, $\vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{m} - \vec{q}) + 2(\vec{p} - \vec{s}) + \vec{n}$.
2. Дан параллелограмм $ABCD$. Пусть $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Разложите по векторам \vec{a} и \vec{b} векторы \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{AN} , где N – середина \overrightarrow{DC} .
3. Проверьте, что векторы $\vec{e}_1 = (1; -1)$ и $\vec{e}_2 = (2; 3)$ образуют базис, и найдите разложение вектора \vec{a} по этому базису $\vec{a} = (-4; -11)$.
4. Найдите угол между векторами \vec{a} и $\vec{a} + \vec{b}$, где $\vec{a} = (2; 2)$ и $\vec{b} = (3; -2)$.
5. Найдите орт вектора $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a} = (4; 1)$, $\vec{b} = (-2; 3)$.
6. Дан треугольник ABC . Найдите длину медианы AE , если $\overrightarrow{AB} = \vec{m} + 2\vec{n}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{m} - 4\vec{n}$, где $|\vec{m}| = \sqrt{2}$, $|\vec{n}| = 1$, $\left(\vec{m}, \vec{n}\right) = \frac{\pi}{4}$.

Индивидуальное задание по теме «Метод координат. Прямая на плоскости»

Дан треугольник ABC , известны координаты его вершин A, B, C $A(8; -1)$, $B(8; -5)$, $C(4; -5)$. Найдите:

- 1) уравнения сторон треугольника;
- 2) уравнения медиан треугольника;
- 3) уравнения серединных перпендикуляров треугольника;
- 4) уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника параллельно сторонам;
- 5) полярные уравнения сторон;
- 6) нормальные уравнения сторон;
- 7) уравнения биссектрис;

- 8) центр тяжести треугольника;
- 9) расстояние от центра тяжести до сторон треугольника;
- 10) углы между медианами;
- 11) центр вписанной окружности;
- 12) радиус вписанной окружности;
- 13) отношение, в котором биссектриса острого угла делит противоположную сторону;
- 14) длины сторон треугольника;
- 15) площадь треугольника.

Индивидуальное задание по теме «Линии второго порядка»

1. Дан эллипс γ . Найдите его полуоси; оси; вершины; фокусы; эксцентриситет; уравнения директрис. Постройте эллипс.
2. Дана гипербола δ . Найдите полуоси a и b ; фокусы; эксцентриситет; уравнения директрис и асимптот. Постройте гиперболу δ .
3. Даны параболы ϕ и ψ . Определите величину параметра, фокус, уравнение директрисы. Постройте параболы ϕ и ψ .

Вариант 0.

$$\gamma: 9x^2 + 25y^2 = 225; \delta: 16x^2 - 9y^2 = 144; \phi: y^2 = 6x; \psi: x^2 = -4y.$$

Индивидуальное задание по теме «Векторы в пространстве»

Вариант № 0

6. В параллелепипеде $ABCD A' B' C' D'$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\vec{AB} = \vec{n}$, $\vec{AD} = \vec{m}$, $\vec{AA'} = \vec{p}$. Построить каждый из следующих векторов: $\vec{m} + \vec{n} + \vec{p}$, $\vec{m} + \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}$, $\frac{1}{2}\vec{m} + \frac{1}{2}\vec{n} + \vec{p}$, $-\vec{m} - \vec{n} + \frac{1}{2}\vec{p}$.
7. Найти вектор \vec{x} из уравнения $3(\vec{a}_1 - \vec{x}) + 2(\vec{a}_2 + \vec{x}) = 5(\vec{a}_3 + \vec{x})$, где $\vec{a}_1 = (5, -6, -2)$, $\vec{a}_2 = (2, -1, 4)$, $\vec{a}_3 = (-3, 2, -5)$.
8. Даны три силы $\vec{M} = (3, -4, 2)$, $\vec{N} = (2, 3, -5)$, $\vec{P} = (-3, -2, 4)$, приложенные к одной точке. Вычислить, какую работу производит равнодействующая этих сил, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается вдоль вектора $\vec{r} = (-1, -4, 3)$.
9. Вычислить площадь и высоту треугольника ABC , где $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, -3)$, $C(5, 2, 6)$.
10. При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{k}$ компланарны?

Индивидуальное задание по теме «Поверхности 2-го порядка»

ВАРИАНТ № 0.

Построить поверхности, заданные уравнениями:

1. $\frac{x^2}{9} + y^2 + \frac{z^2}{16} = 1$; 7. $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$;
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} + z^2 = 1$; 8. $y^2 = 2x$;

$$3. -\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = 1; \quad 9. \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 0;$$

$$4. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = z; \quad 10. z^2 - 16 = 0;$$

$$5. \frac{x^2}{9} - \frac{z^2}{4} = y; \quad 11. x^2 = 0;$$

$$6. \frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1; \quad 12. -\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 0.$$

**Контрольные работы
4 семестр**

Геометрические преобразования, изображения. Сечения многогранников

Вариант 1

1. Построить равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, так, чтобы вершины острых углов A и B лежали на двух данных окружностях, а вершина прямого угла C дана.
2. Дано изображение окружности. Построить изображение вписанного в неё квадрата, если задана одна его вершина.
3. Дана прямая пятиугольная призма. Точка P принадлежит грани, не содержащей точки M и N. Точки M и N принадлежат ребрам. Построить сечения призмы плоскостью (PMN). Задачу решить:
 - а) методом следов;
 - б) методом внутреннего проектирования.

Вариант 2

1. На данной окружности и данной прямой построить вершины B и C правильного треугольника, если его третья вершина A дана.
2. Дана окружность. Построить изображение правильного треугольника, вписанного в окружность, если одна из его вершин задана.
3. Дана прямая пятиугольная пирамида. Точка P принадлежит грани, не содержащей точки M и N. Точки M и N принадлежат ребрам. Построить сечения пирамиды плоскостью (PMN). Задачу решить:
 - а) методом следов;
 - б) методом внутреннего проектирования.

**5 семестр
Основания геометрии**

Вариант 1

1. Назовите основные понятия системы аксиом Гильберта.
2. Суть аксиоматического метода.
3. Непротиворечивость аксиом Вейля, её арифметическая модель. Показать выполнимость в этой модели аксиом I_2, II_2, IV_2 .
4. Суть проблемы V постулата Евклида.
5. Система аксиом Лобачевского.
6. Изобразить в модели Пуанкаре параллельные, расходящиеся, пересекающиеся прямые на плоскости Лобачевского.

Вариант 2

1. Назовите основные понятия школьной системы аксиом Погорелова.
2. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
3. Непротиворечивость системы аксиом Вейля, её арифметическая модель. Показать выполнимость в этой модели аксиом I_3, II_3, IV_3 .
4. Перечислите известные вам эквиваленты V постулата Евклида.
5. Параллельные прямые по Лобачевскому.

6. Кривые на плоскости Лобачевского, окружность, эквидистанта, орицикл.

Вариант 3

1. Назовите основные понятия школьной системы аксиом Атанасяна.
2. В чём принципиальные отличия евклидовой геометрии от неевклидовой?
3. Непротиворечивость системы аксиом Вейля, её арифметическая модель. Показать выполнимость в этой модели аксиом I_4, II_4, IV_4 .
4. Поль Н.И. Лобачевского в разрешении проблемы Упостулата Евклида.
5. Расположение прямых на плоскости Лобачевского.
6. Изобразить в модели Кэли-Клейна параллельные, расходящиеся, пересекающиеся прямые на плоскости Лобачевского.

Вопросы к зачету по программе 2 семестра

1. Понятие вектора.
2. Отношения над векторами.
3. Сложение векторов. Свойства сложения.
4. Вычитание векторов. Теорема о существовании и единственности вычитания.
5. Умножение вектора на число. Свойства.
6. Умножение вектора на число. Признак коллинеарности векторов.
7. Линейная комбинация векторов. Основная теорема векторной алгебры.
8. Аффинный базис, аффинные координаты вектора. Ортонормированный базис векторов плоскости. Координаты вектора в этом базисе.
9. Линейные операции над векторами в координатах.
10. Признаки равенства и коллинеарности векторов в координатах.
11. Скалярное произведение векторов. Его свойство. Условие перпендикулярности векторов.
12. Скалярное произведение в координатах. Длина вектора, угол между векторами.
13. Приложения скалярного произведения (физический смысл, проекция, направляющие косинусы)
14. Координаты точек на плоскости. Аффинная и прямоугольная система координат. Полярная система координат.
15. Определение координат точки, делящей данный отрезок в данном отношении
16. Простейшие задачи аналитической геометрии: координаты вектора, длина вектора, условие коллинеарности трёх точек.
17. Простейшие задачи аналитической геометрии: расстояние между точками, координаты центра тяжести треугольника, площадь треугольника.
18. Суть координатного метода. ГМТ, уравнение ГМТ. Уравнение окружности
19. Каноническое уравнение прямой. Общее уравнение прямой. Параметрическое задание прямой
20. Уравнение прямой, заданное двумя фиксированными точками.
21. Уравнение прямой «в отрезках»
22. Уравнение прямой, заданной фиксированной точкой и вектором нормали, нормальное уравнение прямой, уравнение прямой в полярных координатах
23. Угловой коэффициент, его геометрический смысл. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
24. Взаимное расположение двух прямых на плоскости
25. Расположение прямой в системе координат
26. Расстояние от точки до прямой
27. Расстояние между параллельными прямыми
28. Угол между двумя прямыми
29. Геометрический смысл знака трёхчлена $ax+by+c$
30. Эллипс, вывод уравнения

31. Эллипс, каноническое уравнение (без вывода), свойства, построение
32. Гипербола, вывод уравнения
33. Гипербола, каноническое уравнение (без вывода), свойства, построение
34. Парабола
35. Директриса эллипса, гиперболы, параболы
36. Эксцентриситет эллипса, гиперболы, параболы, его геометрический смысл
37. Касательные линии второго порядка
38. Диаметры линий второго порядка
39. Линии второго порядка в полярных координатах
40. Общее уравнение линии второго порядка. Классификация линий второго порядка. Отображения и преобразования. Виды движений.

Вопросы к зачету по программе 3 семестра

1. Система координат в пространстве.
2. Координаты точки в пространстве.
3. Простейшие задачи в координатах.
4. Скалярное произведение векторов в пространстве. Определение, свойства, физический смысл.
5. Скалярное произведение векторов в координатах. Длина вектора, угол между векторами.
6. Векторное произведение, определение, свойства.
7. Геометрический смысл векторного произведения, условие коллинеарности векторов.
8. Векторное произведение в координатах.
9. Смешанное произведение векторов. Свойства.
10. Условие компланарности векторов. Зависимость знака смешанного произведения от ориентации тройки векторов.
11. Геометрический смысл смешанного произведения векторов.
12. Уравнение плоскости, заданной фиксированной точкой и вектором нормали, общее уравнение плоскости.
13. Задание плоскости тремя неколлинеарными точками, уравнение плоскости в отрезках.
14. Задание плоскости двумя направляющими векторами и фиксированной точкой, задание плоскости двумя различными точками M_1, M_2 и вектором \vec{p} , параллельным плоскости, где \vec{p} неколлинеарен $\overrightarrow{M_1M_2}$.
15. Условие принадлежности точки и вектора плоскости.
16. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
17. Угол между плоскостями.
18. Расстояние от точки до плоскости.
19. Расстояние между параллельными плоскостями.
20. Расположение плоскости относительно системы координат.
21. Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$.
22. Канонические уравнения прямой, задание прямой двумя различными точками.
23. Задание прямой двумя плоскостями, определение направляющего вектора этой прямой и фиксированной точки. Параметрическое задание прямой.
24. Взаимное расположение прямых в пространстве.
25. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
26. Угол между прямыми, между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности.
27. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
28. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

29. Цилиндрические поверхности. Определение. Теорема о задании в $\{0; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k}\}$.
30. Классификация цилиндрических поверхностей.
31. Поверхности вращения. Определение. Теорема о задании в $\{0; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k}\}$.
32. Эллипсоид. Вывод уравнения.
33. Эллипсоид, уравнение (без вывода), свойства, изучение формы методом сечений, изображение, свойства.
34. Однополостный гиперболоид, вывод уравнения.
35. Однополостный гиперболоид, уравнение (без вывода), свойства, изучение формы методом сечений, изображение.
36. Двуполостный гиперболоид, вывод уравнения.
37. Двуполостный гиперболоид, уравнение (без вывода), свойства. Изучение формы методом сечений, изображение.
38. Эллиптический параболоид, вывод уравнения.
39. Эллиптический параболоид, уравнение (без вывода), свойства, изучение формы методом сечений, изображение.
40. Гиперболический параболоид, уравнение, свойства, изучение формы методом сечений, изображение.
41. Конические поверхности. Уравнение эллиптического конуса, круговой конус.
42. Прямолинейные образующие эллипсоида, двуполостного гиперболоида, эллиптического параболоида.
43. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.
44. Конические поверхности. Общее уравнение конуса.
45. Классификация поверхностей второго порядка.

Вопросы к экзамену по программе 4 семестра

1. Геометрические преобразования плоскости. Обратное преобразование, композиция преобразований, тождественное преобразование.
2. Теорема о группе преобразований плоскости. Подгруппа группы преобразований.
3. Движения плоскости. Определение, свойства.
4. Движения плоскости. Способы задания движения.
5. Движения плоскости. Виды движений.
6. Движения I и II рода. Теорема Шаля.
7. Классификация движений III рода. Неподвижные точки.
8. Группа движений плоскости, её подгруппы. Инварианты движений плоскости.
9. Определение подобия, его свойства.
10. Способы задания подобия двумя реперами.
11. Способы задания подобия. Аналитическое выражение подобия.
12. Гомотетия, её свойства. Гомотетия – пример подобия.
13. Подобия I и II рода.
14. Группа подобия. Её подгруппы.
15. Подобие фигур.
16. Понятие аффинного преобразования. Примеры.
17. Способы задания аффинного преобразования. Аффинные преобразования I и II рода.
18. Группа аффинных преобразований, её подгруппы.
19. Аффинно-эквивалентные фигуры.
20. Параллельное проектирование. Его свойства.
21. Понятие изображения. Теорема об изображении произвольного треугольника. Возможность построения изображения любой точки плоскости, если дано изображение трёх точек общего положения.
22. Изображение плоских фигур: параллелограмма, трапеции, правильного шестиугольника, окружности.
23. Теорема Польке-Шварца.

24. Изображение многогранников. Теорема об изображении любой точки пространства.
25. Изображение тел вращения: конуса, цилиндра, шара (на примере одного из них).
26. Полное и неполное изображение. Позиционные задачи.
27. Построение сечений многогранников методом следов.
28. Построение сечений многогранников методом внутреннего проектирования.
29. Теорема Эйлера для выпуклого многогранника.
30. Правильные многогранники.

Вопросы к экзамену по программе 5 семестра

1. Математическая структура. Модель системы аксиом.
2. Суть аксиоматического метода.
3. Система аксиом Вейля – пример евклидовой аксиоматики.
4. Система аксиом Гильберта.
5. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Непротиворечивость.
6. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Независимость.
7. Требования, предъявляемые к системе аксиом. Полнота.
8. Непротиворечивость системы аксиом Вейля. Арифметическая модель ΣV . Проиллюстрировать выполнение аксиом I гр, III гр.
9. Арифметическая модель ΣV . Проиллюстрировать выполнение аксиом II гр, IV гр, V гр. Непротиворечивость ΣV .
10. Проблема V-го постулата Евклида и её разрешение.
11. Система аксиом Лобачевского.
12. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского. Угол параллельности.
13. Расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского. Их свойства.
14. Расположение прямых на плоскости Лобачевского.
15. Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского.
16. Векторное n-мерное пространство. Базис n-мерного векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе.
17. аффинное n-мерное пространство. Аксиомы, следствия из них.
18. Аффинная n-мерная система координат. Координаты точки. Формулы преобразований аффинной системы координат в A_n .
19. Евклидово n-мерное пространство. Скалярное произведение векторов в E_n , его свойства.
20. Прямоугольная декартова система координат в E_n . Расстояние между точками в E_n .
21. Аксиомы принадлежности проективной геометрии. Простейшие следствия из них.
22. Теорема Дезарга.
23. Однородные координаты. Несобственные элементы. Построение проективного пространства.
24. Проективные координаты, их свойства. Проективная система координат.
25. Проективное преобразование пространства. Группа проективных преобразований.
26. Сложное отношение 4-х точек. Его свойства.
27. Сложное отношение пучка 4-х прямых.
28. Гармонические четвёрки точек и прямых.
29. Полный четырёхвершинник. Теорема о гармонизме в полном четырёхвершиннике.
30. Принцип двойственности в проективной геометрии.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии—обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаи-

модействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Корпоративная сеть и корпоративная электронная почта БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования www.i-exam.ru»;
- Система «Антиплагиат.ВУЗ»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий;

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ ИЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Атанасян, Л.С. Геометрия. В 2 ч. Ч. 1 учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 396 с. (40 экз.)
2. Баврин, И.И. Аналитическая геометрия: учебник для студ. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высшая школа, 2005. – 85 с. (15 экз.)
3. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. для вузов / Д.В. Беклемишев. – 10-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 304 с. (17 экз.)
4. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997.- Ч.1.- 352 с. (18 экз.)
5. Вернер, А.Л. Геометрия: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А.Л.Вернер, Б.Е.Кантор, С.А.Франгулов. – СПб.: Специальная Литература, 1997. - Ч.2. - 320 с. (23 экз.)
6. Веселов, А.П. Лекции по аналитической геометрии: учеб.пособие / А.П. Веселов, Е.В. Троицкий. – СПб.: Лань, 2003. – 159 с. (20 экз.)
7. Глухов, М.М. Алгебра и аналитическая геометрия: учеб.пособие / М.М. Глухов. – М.: Гелиос АРВ, 2005. – 392 с. (10 экз.)

8. Грешилов, А.А. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Кривые второго порядка: Компьютерный курс: учеб.пособие / А.А. Грешилов, Т.И. Белова. – М.: Логос, 2004. – 128 с. (28 экз.)
9. Ефимов, Н.В. Краткий курс аналитической геометрии: учебник для студ. вузов / Н.В. Ефимов. – 13-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 240 с. (56 экз.)
10. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: уч. пособие для втузов / Д.В. Клетеник. – 17-е изд. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2005. – 200 с. (39 экз.)

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Открытый колледж. Математика - Режим доступа: <https://mathematics.ru/>.
2. Математические этюды. - Режим доступа: <http://www.etudes.ru/>.
3. Федеральный портал «Российское образование» -Режим доступа: <http://www.edu.ru>.
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - Режим доступа: <http://www.window.edu.ru>.
5. Портал Электронная библиотека: диссертации-Режим доступа: <http://diss.rsl.ru/?menu=disscatalog>.
6. Портал научной электронной библиотеки-Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.
7. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: <https://minobrnauki.gov.ru>.
8. Сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. - Режим доступа: <http://www.obrnadzor.gov.ru/ru>.
9. Сайт Министерства просвещения РФ. - Режим доступа: <https://edu.gov.ru>.
10. Сайт МЦНМО. – Режим доступа: www.mcsme.ru

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: <https://urait.ru>
2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: <https://polpred.com/news>

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащенные учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (стенды, карты, таблицы, мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoftoffice, Libreoffice, OpenOffice; AdobePhotoshop, Matlab, DrWebantivirus.

Разработчик: Калабина Е.В., кандидат педагогических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2020/2021 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 10 от «16» июня 2020 г.).

В рабочую программу дисциплины внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: Титульный лист	
Исключить:	Включить:
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Утверждение изменений в рабочей программе дисциплины для реализации в 2021/2022 уч. г.

Рабочая программа дисциплины пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры (протокол № 8 от «21» апреля 2021 г.).

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.
РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 1 от 21 сентября 2022 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 2	
----------------	--

№ страницы с изменением: 59	
В Раздел 9 внесены изменения в список литературы, в базы данных и информационно-справочные системы, в электронно-библиотечные ресурсы. Указаны ссылки, обеспечивающие доступ обучающимся к электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам с сайта ФГБОУ ВО «БГПУ».	

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2023/2024 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2023/2024 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 10 от «21» июня 2023 г.).