	МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА **Рабочая программа дисциплины**

УТВЕРЖДАЮ
Декан
физико-математического факультета
ФГБОУ ВО «БГПУ»
_____Т.А. Меределина
«23» июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)

Профиль
«ИНФОРМАТИКА»

Профиль
«МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Принята
на заседании кафедры физического и математического образования
(протокол № 10 от «22» июня 2022 г.)

Благовещенск 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: дать будущему педагогу основу теоретической подготовки, необходимой для анализа, моделирования и решения различных задач и для преподавания элементов этой дисциплины в школе. Данный курс состоит из трех разделов: «Случайные события», «Случайные величины», «Случайные процессы». Курс имеет общеобразовательное и прикладное значение, способствует формированию вероятностного мышления.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Теория вероятностей» относится к дисциплинам предметного модуля по Математике части, формируемой участниками образовательных отношений Б1 (Б1.В.01.08). Преподавание курса связано с другими курсами государственного образовательного стандарта «Математический анализ», «Математическая статистика».

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ПК-2 :

- **УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикаторами** достижения которой является:

- УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; индикаторами достижения которой является:

- ПК-2.5 Применяет математический язык как универсальное средство построения модели явлений, процессов, для решения практических и экспериментальных задач, эмпирической проверки научных теорий.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- знать:

основные определения, теоремы и методы теории вероятностей, их практическое применение для решения прикладных задач;

- уметь:

- использовать теоремы, правила и методы исследования для решения задач теории вероятностей.

- владеть:

навыками решения типовых задач.

Преподавание данной дисциплины направлено на достижение следующих ***воспитательных целей:*** активизацию личностного саморазвития будущего педагога, его личностно-профессиональное становление, включающее формирование профессиональных компетенций; формирование культуры умственного труда студента: культуры мышления (проявляющейся в умениях анализа и синтеза, сравнения и классификации, абстрагирования и обобщения, «переноса» полученных знаний и приемов умственной деятельности в различные новые условия); устойчивого познавательного интереса, умения и навыков творческого решения познавательных задач; рациональных приемов и методов самостоятельной работы по добыванию знаний; гигиены умственного труда и его педагогически целесообразной организации, умения разумно использовать свое время и время одногруппников.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятностей» составляет 3 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (108 часов):

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 6
Общая трудоемкость	108	108
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	22	22
Практические занятия	24	24
Лабораторные работы	8	8
Самостоятельная работа	54	54
Вид итогового контроля		Зачет с оценкой

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

2.1 Очная форма обучения

Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	РАЗДЕЛ I. **Случайные события.**	**40**	**8**	**12**	**-**	**20**
1.	Основные понятия теории вероятностей.	8	2	2	-	4
2.	Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.	12	2	4	-	6
3.	Повторение испытаний.	12	2	4	-	6
4.	Аксиоматическое построение теории вероятностей.	8	2	2	-	4
	РАЗДЕЛ II. **Случайные величины.**	**36**	**8**	**10**		**18**
5.	Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ.	20	4	6	-	10
6.	Нормальное распределение.	8	2	2	-	4
7.	Закон больших чисел.	8	2	2	-	4
	РАЗДЕЛ III. **Математическая статистика**	**32**	**6**	**2**	**8**	**16**
8.	Выборочный метод	8	2	-	2	4
9.	Статистические оценки параметров распределения	6	1	-	2	3

10.	Статистическая проверка статистических гипотез	10	1	2	2	5
11.	Элементы теории корреляции и регрессионного анализа	8	2	-	2	4
ИТОГО		**108**	**22**	**24**	**8**	**54**

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ	ПР	Работа в парах	2
2.	Выборочный метод	ПР	Работа в парах	2
3.	Статистические оценки параметров распределения	ПР	Работа в парах	2
4.	Статистическая проверка статистических гипотез	ПР	Работа в парах	2
5.	Элементы теории корреляции и регрессионного анализа	ПР	Работа в парах	2
ИТОГО				**10**

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

РАЗДЕЛ I. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

Испытания и события. Виды случайных событий. Соотношения между событиями. Полная группа событий. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия

Теорема сложения вероятностей. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Свойства независимых событий. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Противоположные события. Вероятность появления хотя бы одного события. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.

Тема 3. Повторение испытаний

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли: теорема Пуассона, локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема и формула Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

Тема 4. Аксиоматическое построение теории вероятностей

Понятие алгебры событий, сигма-алгебры событий. Аксиомы, определяющие вероятность события. Свойства, следующие из аксиом. Свойство непрерывности вероятности. Возможность замены аксиомы счетной аддитивности свойством непрерывности вероятности. Геометрическое определение вероятности.

РАЗДЕЛ II. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Тема 5. Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин

Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Законы распределения ДСВ. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение. Гипергеометрическое распределение. Функция распределения вероятностей СВ и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной СВ, свойства плотности вероятности. Вероятностный смысл плотности вероятности. Равномерное распределение.

Математическое ожидание дискретной и непрерывной СВ, его свойства. Вероятностный смысл математического ожидания. Дисперсия дискретной и непрерывной СВ, её свойства. Среднее квадратическое отклонение СВ. Математическое ожидание и дисперсия СВ, имеющих распределения: биномиальное, Пуассона, равномерное.

Тема 6. Нормальное распределение

Плотность вероятности нормально распределенной СВ. Числовые характеристики нормально распределенной СВ. График плотности вероятностей нормально распределенной СВ. Вероятность попадания СВ в заданный интервал. Вероятность отклонения нормальной СВ от математического ожидания. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.

Тема 7. Закон больших чисел

Понятие о законе больших чисел. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее следствие. Теорема Бернулли и ее следствие (теорема Пуассона).

РАЗДЕЛ III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Тема 8. Выборочный метод

Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативность выборки. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Генеральная и выборочная средние. Генеральная и выборочная дисперсии. Групповая, внутригрупповая и межгрупповая дисперсии. Мода. Медиана.

Тема 9. Статистические оценки параметров распределения

Понятие точечной оценки. Требования к оценкам: несмещенность, эффективность, состоятельность. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Оценка генеральной дисперсии. Исправленная дисперсия. Исправленное среднеквадратическое отклонение. Понятие интервальной оценки. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном среднеквадратическом отклонении.

Тема 10. Статистическая проверка статистических гипотез

Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область, область принятия гипотезы. Критические точки. Правосторонняя, левосторонняя и двусторонняя критические области. Мощность критерия. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых известны (независимые выборки). Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности. Сравнение двух средних произвольно распределенных совокупностей. Проверка гипотезы о нормальном, равномерном распределениях.

Тема 11. Элементы теории корреляции и регрессионного анализа

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Условные средние. Выборочные уравнения регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным. Корреляционная таблица. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным

данным. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства. Криволинейная регрессия. Выборочное корреляционное отношение и его свойства.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Общие методические рекомендации

Согласно учебного плана организация учебной деятельности по дисциплине «Теория вероятностей» предусматривает следующие формы: лекция, практическое занятие, самостоятельная работа, контрольная работа. Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на семинарах, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

Рабочая программа призвана помочь студентам физико-математического факультета в организации самостоятельной работы по освоению курса теории вероятностей. Его преподавание имеет целью дать будущему учителю математики основу теоретической подготовки, необходимой для анализа и решения практических задач, а также для преподавания элементов теории вероятностей в школе.

Учебно-методические материалы по подготовке практических занятий содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для решения в группе и задания для самостоятельной работы.

В рабочей программе представлены примерные варианты контрольных и самостоятельных работ, которые позволят проверить уровень усвоения изученного материала.

4.2 Методические рекомендации по подготовке к лекциям

Курс лекций строится на основе четких понятий и формулировок, так как только при таком походе студенты приобретают культуру абстрактного мышления, необходимую для высококвалифицированного специалиста в любой отрасли знаний, а также на разборе типовых задач и алгоритмов их решения. Необходимо избегать механического записывания текста лекции без осмысливания его содержания.

4.3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

При подготовке к практическим занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

При изучении теории вероятностей полезны следующие рекомендации:

- При вычислении классической вероятности следует действовать по предложенной в лекционном материале схеме. Затруднения при вычислении классической вероятности чаще возникают из-за неумения дифференцировать испытание и событие, которое должно произойти в результате испытания. Также следует повторить элементы комбинаторики, знание которых необходимо для отыскания общего числа случаев и числа случаев, благоприятствующих появлению события.
- При представлении события в виде комбинации нескольких событий необходимо «проговаривать» записываемые комбинации: вместо логической связки «и» между событиями ставим знак умножения, вместо «или» - знак сложения. При вычислении вероятности суммы событий проверяем слагаемые на совместность, а при вычислении вероятности произведения событий. проверяем сомножители на зависимость.
- При вычислении вероятности числа успехов в серии из независимых испытаний Бернулли также следует придерживаться схемы решения. Следует обратить внимание на то, что вероятность успеха в одном испытании никак не связана с числом испытаний.
- При выборе формулы для вычисления вероятности числа успехов в серии из независимых испытаний Бернулли (формула Бернулли, локальная формула Муавра-Лапласа, формула Пуассона, интегральная формула Лапласа) следует хорошо знать усло-

вия теорем, из которых вытекает та или иная формула; также можно пользоваться схемой, предложенной в лекционном материале.

- Следует помнить, что залог успешного решения задач в теории вероятностей и статистике – хорошее знание теоретического материала.

4.4. Методические указания к самостоятельной работе студентов

Для успешного усвоения дисциплины необходима правильная организация самостоятельной работы студентов. Эта работа должна содержать:

– регулярную (еженедельную) проработку теоретического материала по конспектам лекций и рекомендованной литературе;

– регулярную (еженедельную) подготовку к практическим занятиям, в том числе выполнение домашних заданий;

– подготовка к контрольной работе и ее успешное выполнение.

В качестве образца решения задач следует брать те решения, которые приводились преподавателем на лекциях или выполнялись на практических занятиях. При появлении каких-либо вопросов следует обращаться к преподавателю в часы его консультаций. Критерием качества усвоения знаний могут служить аттестационные оценки по дисциплине и текущие оценки, выставляемые преподавателем в течение семестра. При подготовке к контрольной работе по определенному разделу дисциплины полезно выписать отдельно все формулы, относящиеся к данному разделу, и все используемые в них обозначения. Также при подготовке к контрольной работе следует просмотреть конспект практических занятий и выделить в практические задания, относящиеся к данному разделу. Если задания на какие–то темы не были разобраны на занятиях (или решения которых оказались не понятыми), следует обратиться к учебной литературе, рекомендованной преподавателем в качестве источника сведений. Полезно при подготовке к контрольной работе самостоятельно решить несколько типичных заданий по соответствующему разделу. В каждом семестре предусматривается проведение одной контрольной работы.

4.5. Методические указания к лабораторной работе

Прежде, чем приступить к выполнению лабораторной работы, необходимо повторить соответствующий теоретический материал по конспектам лекций и рекомендованной литературе. Следует внимательно прочитать задания к лабораторной работе. Если по заданиям имеются вопросы, их необходимо задать преподавателю для соответствующих разъяснений. По каждой лабораторной работе предусматривается собеседование. Лабораторная работа считается выполненной, если студент оформил ее в тетради и ответил на вопросы преподавателя по данной работе.

4.6. Методические указания к зачету

Подготовку к зачету наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент. К зачету допускаются студенты, выполнившие все лабораторные работы.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
Раздел I. Случайные события			
1.	Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	4
2.	Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	6
3.	Тема 3. Повторение испытаний.	Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам. Выполнение домашних работ.	6
4.	Тема 4. Аксиоматическое построение теории вероятностей.	Домашняя контрольная работа «Геометрическая вероятность»	4
Раздел II. Случайные величины			
5.	Тема 5. Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Индивидуальное задание по теме работы студентов в малых	10
6.	Тема 6. Нормальное распределение.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ. Домашняя контрольная работа по теме	4
7.	Тема 7. Закон больших чисел.	Подготовка к практическим занятиям. Выполнение домашних работ.	4
Раздел III. Математическая статистика			
8.	Тема 8. Выборочный метод	Подготовка к лабораторной работе и к ее защите. Изучение лекционного материала.	4
9.	Тема 9. Статистические оценки параметров распределения	Подготовка к лабораторной работе и к ее защите. Изучение лекционного материала.	3
10.	Тема 10. Статистическая проверка статистических гипотез	Подготовка к лабораторной работе и к ее защите. Изучение лекционного материала.	5
11.	Тема 11. Элементы теории корреляции и регрессионного анализа	Подготовка к лабораторной работе и к ее защите. Изучение лекционного материала.	4
	ИТОГО		**54**

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Раздел I. Случайные события

Практическое занятие № 1 «Тема 1. Основные понятия теории вероятностей (Классическое определение вероятности)».

Решите задачи

1. Монета искривлена, поэтому вероятность выпадения цифры втрое больше вероятности выпадения герба. Чему равны эти вероятности?

2. Игральная кость налита свинцом, в результате чего вероятность выпадения каждого числа очков обратно пропорциональна этому числу. Найдите вероятностное пространство для этого испытания.

3. Вероятность выигрыша партии в шахматы мастером А у перворазрядника В втрое больше вероятности того, что партия кончится вничью, а вероятность ничейного исхода вдвое больше, чем проигрыша мастера. Найдите вероятностное пространство для этого испытания.

4. Маша и Миша хотят определить, кто будет мыть сегодня посуду, следующим образом: каждый из них бросает кубик; если сумма очков, выпавших на двух кубиках, будет нечетной, то посуду будет мыть Маша, если – четной, то Миша. Но Миша решил, что тогда его шансы мыть посуду больше. Он рассуждал таким образом: «Ты, Маша, будешь мыть посуду, если общее число очков, выпавших на двух кубиках, будет нечетным. Таких случаев пять: 3, 5, 7, 9, 11. Я буду мыть посуду, если это число будет четное. Таких случаев шесть: 2, 4, 6, 8, 10, 12, то есть больше». Прав ли Миша?

5. На 5 карточках написано по одной цифре из набора 1, 2, 3, 4, 5. Наугад выбираются одна за другой две карточки. Какова вероятность того, что число на второй карточке больше, чем на первой?

6. Из пяти отрезков длиной 1, 3, 5, 7 и 9 наудачу выбирают три. Какова вероятность того, что из них можно построить треугольник?

7. Замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 6 секторов, отмеченных цифрами. Замок может быть открыт только в том случае, если все диски занимают определенные положения относительно корпуса замка, их цифры образуют определенное число, составляющее «секрет» замка. Какова вероятность открыть замок, установив произвольную комбинацию цифр?

8. Для дежурства на вечере путем жеребьевки выделяется 5 человек. Вечер проводит комиссия, в составе которой 21 юноша и 2 девушки. Найти вероятность т ого, что в число дежурных войдут обе девушки.

9. Из колоды (36 листов) извлекаются 2 карты. Определить вероятность того, что это будут: а) карты разной масти; б) одинаковые карты разной масти; в) 2 туза.

10. Четырем игрокам раздается поровну колода из 36 карт. Определите вероятность того, что каждый игрок получит карты только одной масти.

11. На книжной полке произвольным образом расставлены 4 книги по теории вероятностей и 3 книги по теории множеств. Какова вероятность того, что книги по одному и тому же предмету окажутся рядом?

12. В ящике лежат 13 зеленых, 10 красных и 7 синих одинаковых на ощупь шаров. Наудачу вынимают 8 шаров. Чему равна вероятность того, что вынули 3 зеленых, 2 красных и 3 синих шара.

13. На карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Наугад берут 4 карточки и выкладывают их в ряд. Какова вероятность того, что: 1) получится четное число, 2) получится число 1234?

14. Девять студентов университета случайным образом расселяются в общежитии по три человека в трех комнатах. Какова вероятность того, что два поссорившихся студента не будут жить в одной комнате?

Практическое занятие № 2 «Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия».

Решите задачи

1. Вероятность выигрыша по билету одной лотереи равна 0,08, а по билету другой – 0,09. Какова вероятность того, что лицо, купившее по одному билету каждой лотереи, выиграет по обоим билетам?

2. Вероятность улучшения спортсменом личного достижения по прыжку с шестом равна 0,2. Чему равна вероятность того, что он улучшит свой результат, если ему предоставлена возможность прыгать два раза?

3. Вероятность выполнения обязательств за первый квартал по реализации готовой продукции одним заводом – 0,9, другим – 0,95. Какова вероятность того, что хотя бы один из заводов выполнит свои обязательства, если они реализуют свою продукцию независимо друг от друга?

4. По шоссе в сторону бензоколонки движутся три машины. Вероятность того, что к бензоколонке подъедет для заправки первая машина, равна 0,7, вторая – 0,3 и третья – 0,5. Найдите вероятности того, что к бензоколонке для заправки а) подъедет только вторая машина, б) подъедет одна машина, в) подъедут все три машины, г) подъедут не более двух машин, д) подъедет хотя бы одна машина.

5. Два станка работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы в течение часа для первого станка равна 0,75, а для второго – 0,8. Какова вероятность того, что в течение часа будет: а) нарушение в работе только одного станка; б) нарушение в работе двух станков; в) нарушение в работе хотя бы одного станка?

8. 10 участников собрания носят галоши одинакового размера. Уходя с собрания домой, они вынуждены одевать галоши в темном коридоре, поэтому не могут отличить своих галош от чужих. Чему равна вероятность того, что каждый из участников собрания вернется домой в своих галошах?

9. Какова вероятность извлечь из колоды в 52 карты фигуру любой масти или карту пиковой масти? (фигурой называется валет, дама или король)

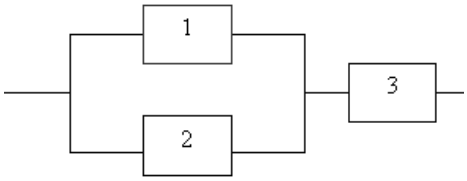
10. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что придется производить четвертый опыт.

11. Пусть $p(AB)=\frac{1}{4}$, $p(\overline{A})=\frac{1}{3}$, $p(B)=\frac{1}{2}$. Найдите $p(A+B)$.

12. Пусть $p(A)=\frac{1}{2}$, $p(B)=\frac{2}{3}$. Совместны ли события А и В?

13. Два охотника стреляют в волка, причем каждый делает по одному выстрелу. Для первого охотника вероятность попадания в цель 0,7, для второго – 0,8. Какова вероятность попадания в волка?

14. Вероятности безотказной работы для элементов 1, 2 и 3 на рисунке соответственно равны 0,3; 0,5 и 0,8. Какова вероятность того, что цепь будет работать?



15. В коробке имеется 2 красных, 3 синих и 2 зеленых карандаша. Из нее наудачу без возвращения вынимают один за другим по одному карандашу. Найти вероятность того, что красный карандаш появится раньше синего?

16. Из 30 учащихся юношеской спортивной школы 12 человек занимаются баскетболом, 15 – волейболом, 5 – волейболом и баскетболом, а остальные – другими видами спорта. Какова веро-

ятность того, что наудачу выбранный спортсмен занимается только волейболом или только баскетболом?

Дополнительно решаются задачи повышенного уровня сложности по теории вероятностей из открытого банка ЕГЭ по математике: https://prof.mathege.ru/cart/

Практическое занятие № 3 «Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей и их следствия».

Решите задачи

1. Имеются два одинаковых ящика с шарами. В первом ящике 2 белых и 1 черный шар, во втором – 1 белый и 4 черных шара. Наудачу выбирают один ящик и вынимают из него шар. Какова вероятность, что вынутый шар окажется белым?

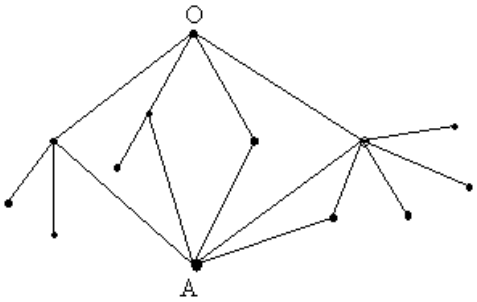
2. В цехе работают 20 станков. Из них 10 – марки А, 6- марки В, 4 – марки С. Вероятность того, что качество детали окажется отличным, для этих станков соответственно равна: 0,9; 0,8 и 0,7. Какой процент отличных деталей выпускает цех в целом?

3. На карточках написаны буквы, образующие слово «комбинаторика», но две карточки из этого набора утеряны. Наудачу извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что на ней окажется гласная буква?

4. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

5. Имеются две урны: в первой 3 белых шара и 2 черных; во второй 4 белых и 4 черных. Из первой урны во вторую перекладывают, не глядя, два шара. После этого из второй урны берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.

6. На рисунке изображена схема дорог. Туристы вышли из пункта О, выбирая дорогу наугад. Какова вероятность того, что они попадут в пункт А?



7. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

8. Турист, заблудившись в лесу, вышел на полянку, от которой в разные стороны ведут 5 дорог. Если турист пойдет по первой дороге, то вероятность выхода его из леса в течение часа составляет около 0,6; если по второй – 0,3; если по третьей – 0,2; если по четвертой – 0,1; если по пятой – 0,1. Какова вероятность того, что турист пошел по первой дороге, если через час он вышел из леса?

9. На фабрике, изготовляющей болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. 1) Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный? 2) Случайно выбранный из продукции болт оказался дефектным. Какова вероятность того, что он был произведен первой, второй, третьей машиной?

10. Предположим, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число.)

11. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что эта машина грузовая.

12. Имеется три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй, третьей партиях соответственно равно 20, 15, 10. Из наудачу взятой партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. После возвращения детали в партию из этой же партии вторично наудачу извлекли деталь, которая также оказалась стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

13. Решите предыдущую задачу, если первая извлеченная из партии деталь назад не возвращалась.

14. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,6; 0,5 и 0,4. (Гипотезы: H_1 – третий стрелок поразил мишень, H_2 – третий стрелок не попал в мишень.)

Дополнительно решаются задачи повышенного уровня сложности по теории вероятностей из открытого банка ЕГЭ по математике: https://prof.mathege.ru/cart/

Практическое занятие № 4 «Тема 3. Повторение опытов (Формула Бернулли)».

Решите задачи

1. В некотором приборе 10 ламп. Для любой лампы вероятность того, что она останется исправной в течение года, равна a. Какова вероятность того, что: 1) в течение года останется исправной одна лампа; 2) в течение года выйдет из строя одна лампа; 3) в течение года хотя бы одна лампа выйдет из строя; 4) в течение года выйдут из строя от 2 до 4 ламп?

2. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти наугад взятых изделий: а) нет ни одного испорченного, б) будут два испорченных.

3. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из случайно взятых в этом месяце 8 дней 3 дня окажутся дождливыми?

4. Для прядения смешаны поровну белый и окрашенный хлопок. Какова вероятность среди пяти случайно выбранных волокон смеси обнаружить менее двух окрашенных?

5. Найдите вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7?

6. Вы играете в шахматы с равным по силе партнером. Чего следует больше ожидать: трех побед в четырех партиях или шести побед в восьми партиях?

7. Батарея дала 14 выстрелов по объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти наивероятнейшее число попаданий и вероятность этого числа попаданий.

8. При проведении некоторого испытания вероятность появления ожидаемого результата 0,01. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью 0,5 можно было бы ожидать хотя бы одного появления этого результата?

9. Вероятность получения удачного результата при производстве сложного химического опыта равна 2/3. Найти наивероятнейшее число удачных опытов, если общее их количество равно 7.

10. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из орудия равна 0,8. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы вероятнейшее число попаданий было равно 20?

11. Какова вероятность получения на экзамене не менее 70% правильных ответов при простом отгадывании на экзамене, состоящем в определении истинности или ложности 10 утверждений?

12. Контрольная работа состоит из четырех вопросов. На каждый вопрос приведено 5 ответов, один из которых правильный. Какова вероятность того, что при простом угадывании правильный ответ буден дан на три вопроса?

Дополнительно решаются задачи повышенного уровня сложности по теории вероятностей из открытого банка ЕГЭ по математике: https://prof.mathege.ru/cart/

Следующие задания выполните на компьютере

1. Проводится серия из 10 испытаний. В каждом из них вероятность появления события А постоянна и равна 0,3. Определить с помощью функции БИНОМ.РАСП мастера функций f_x пакета Excelвероятность того, что событие А появится 7 раз; не более 5 раз.

2. Ученик не подготовился к тесту и поэтому отвечает на вопросы теста наугад. Составьте ряд распределения числа правильных ответов, если тест состоит из 7 вопросов, к каждому вопросу дается 4 ответа, причем только один из них верный. Всевозможные вероятности вычислите с помощью функции БИНОМ.РАСП мастера функций f_x пакета Excel.

3. Ученик не подготовился к тесту и поэтому отвечает на вопросы теста наугад. Начиная с какого числа правильных ответов, ученику можно ставить положительную оценку? Заполните таблицу, если тест состоит из n вопросов, к каждому вопросу дается m ответов, причем только tиз них верных:

n	m	t	p	*Число ответов, начиная с которого можно ставить положительную оценку*
5	2	1		
5	3	1		
5	4	1		
5	4	2		
6	2	1		
6	3	1		
6	4	1		
6	4	2		
7	2	1		
7	3	1		
10	2	1		
10	3	1		
10	4	1		

12	2	1		
12	3	1		
15	2	1		
20	2	1		

Практическое занятие № 5 «Тема 3. Повторение опытов (Приближения формулы Бернулли)».

Решите задачи

1. Прядильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет на 5 веретенах.

2. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 800 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 5 абонентов?

3. Имеется общество из 500 человек. Найти вероятность того, что у двух человек день рождения придется на Новый год.

4. Вероятность появления успеха в каждом испытании равна 0,25. Какова вероятность того, что при 300 испытаниях успех наступит: а) ровно 75 раз, б) ровно 85 раз?

5. Вероятность того, что на странице книги могут оказаться опечатки, равна 0,0025. Проверяется книга, содержащая 800 страниц. Найдите вероятность того, что с опечатками окажется: а) 5 страниц, б) от трех до пяти страниц?

6. В первые классы должно быть принято 200 детей. Определить вероятность того, что среди них окажется 100 девочек, если вероятность рождения мальчика равна 0,515.

7. Вероятность выигрыша на один билет денежной лотереи равна 0,02. Какова вероятность того, что из 100 билетов выигрыш выпадет: а) на 2 билета, б) хотя бы на один билет, в) на 2 или 3 билета?

8. Какова вероятность того, что в столбике из 100 наугад отобранных монет число монет, расположенных «гербом» вверх, будет от 45 до 55?

9. Производство дает 1% брака. Какова вероятность того, что из взятых на исследование 1100 изделий выбраковано будет не больше 17?

10. Вероятность появления успеха в каждом из 625 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что частота появления успеха отклонится по абсолютной величине от его вероятности не более чем на 0,04.

11. Сколько нужно произвести опытов с бросанием монеты, чтобы с вероятностью 0,92 можно было бы ожидать отклонение частоты появления «герба» от теоретической вероятности 0,5 на абсолютную величину, меньшую, чем 0,01?

12. Вероятность появления успеха в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число ε, что с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения частоты появления успеха от его вероятности 0,8 не превысит ε.

13. Вероятность того, что смерть человека произойдет на 21-ом году жизни равна 0,006. Застраховано 1000 двадцатилетних. Годовой взнос составляет 15 рублей с каждого. В случае смерти застрахованного его родственникам выплачивается 1200 рублей. Какова вероятность того, что в конце года выплата по страховкам превысит сумму страховых взносов?

14. В поселке А 2500 жителей. Каждый из них примерно 6 раз в месяц ездит на поезде в город В, выбирая дни поездок по случайным мотивам независимо от остальных.

Какую наименьшую вместительность должен иметь поезд, чтобы он переполнялся в среднем не чаще одного раза в 100 дней? (Поезд идет один раз в сутки).

Практическое занятие № 6 «Тема 4. Аксиоматическое определение вероятности (Геометрическое определение вероятности)».

Решите задачи

1. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих пароходов независимо и равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одному из пароходов придется ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода - один час, а второго – два часа.
2. Наудачу выбираются два числа x и y так, что сумма их квадратов меньше 20. Какова вероятность того, что число x окажется по абсолютной величине меньше двух, а число y окажется положительным, но меньше, чем квадрат числа x?
3. На окружности радиуса R наудачу поставлены три точки A, B и C. Какова вероятность того, что треугольник ABC остроугольный?
4. На окружности радиуса R поставлена точка A. Какова вероятность того, что брошенная на окружность точка B окажется от точки A на расстоянии R?
5. Проволоку длиной 20 см сгибают в наудачу выбранной точке. Затем проволоку сгибают так, чтобы получить прямоугольник. Какова вероятность того, что площадь полученного прямоугольника будет меньше 21 кв.см?
6. На шахматную доску 100 раз бросили монету радиусом 1 см. В 64 случаях монета целиком оказывалась внутри какой-нибудь клетки. Оцените размер одной клетки шахматной доски.

Раздел II. Случайные величины

Практическое занятие № 7 «Тема 5. Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ (Дискретные случайные величины)»

Решите задачи

1. Дискретная случайная величина X задана таблицей распределения:

X	0	2	4
p	0,3	0,5	0,2

Построить многоугольник распределения случайной величины. Найти числовые характеристики случайной величины. Найти функцию распределения случайной величины и построить ее график.

2. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Составьте закон распределения вероятностей случайной величины, означающей число выстрелов, если вероятность попадания при одном выстреле 0,2. Сколько раз в среднем придется стрелять охотнику?

3. Проверяемая книга насчитывает 800 страниц, а вероятность того, что на странице могут оказаться опечатки, равна 0,0025. Найдите $M(X)$, $D(X)$, если X означает число страниц с опечатками.

4. Найти $M(X)$ числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 40 билетов, причем вероятность выигрыша равна 0,05.

5. Производится 20 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления успеха равна 0,2. Найти дисперсию числа появления успеха в этих испытаниях.

6. Вероятность обрыва нити в течение времени t на каждом веретене одинакова и равна 0,005. Среднее число обрывов нитей за время t равно 5. Сколько веретен обслуживает прядильщица?

7. У дежурного гостиницы в кармане 8 различных ключей от разных комнат. Вынув наугад ключ, он пробует открыть дверь одной из комнат. Сколько раз в среднем ему придется пробовать открывать эту комнату, если: 1) проверенный ключ не кладется обратно в карман; 2) проверенный ключ кладется обратно в карман?

8. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

X	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
p	0,2	0,7	0,1

Построить ряд распределения случайной величины $Y = \sin X$, найти $M(Y)$, $D(Y)$

Практическое занятие № 8 «Тема 5. Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ (Непрерывные случайные величины)»

1. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & если \quad x < 2 \\ (x-2)^2, & если \quad 2 \le x \le 3 \\ 1, & если \quad x > 3 \end{cases}.$$

Найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) вероятность попадания величины X в интервал (1;2,5); в) найти $M(X)$, $D(X)$, σ.

2. Дана интегральная функция случайной величины X:

$$F(x) = \begin{cases} 4^x & при \quad x \le 0 \\ 0 & при \quad x > 0 \end{cases}.$$

а) Найти плотность вероятности $f(x)$; б) вычислить вероятность того, что в результате испытания случайная величина попадет в интервал (-0,5;0) двумя способами: с помощью $f(x)$ и с помощью $F(x)$.

3. (Распределение Коши) Функция распределения случайной величины X задана формулой $F(x) = A + B arctg x$ $(-\infty, +\infty)$. Найти: а) постоянные A и B; б) плотность вероятности $f(x)$; в) вероятность того, что X попадет в отрезок [-1;1].

4. Случайная величина X имеет плотность распределения вероятностей $f(x) = \dfrac{A}{1+x^2}$. Найти: а) коэффициент A и функцию распределения, б) вероятность осуществления неравенства $-1 < X < 1$. в) Существует ли математическое ожидание величины X?

5. Случайная величина X распределена равномерно. $M(X)=4$, $D(X)=3$. Найдите плотность распределения случайной величины X.

6. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X выражается формулой: $f(x) = \dfrac{1}{2} e^{-|x|}$. Найти $M(X)$.

Практическое занятие № 9 «Тема 5. Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ»

Занятие проводится в интерактивной форме. Студенты работают в парах над решением задач. Некоторые задачи решаются с помощью пакета Excel. Решенные задачи показываются преподавателю. Студенты отвечают на вопросы преподавателя.

1. Дан ряд распределения случайной величины X:

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2	0,2	?	0,1

Требуется: 1) построить многоугольник распределения; 2) построить функцию распределения и начертить ее график; 3) найти вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее 1; 4) найти вероятность того, что случайная величина примет значение, не превосходящее по абсолютной величине 1.

2. Монета подбрасывается 4 раза. Для случайного числа выпадений герба составьте таблицу распределения вероятностей. Найдите числовые характеристики и функцию распределения.

3. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос дано по 5 ответов, среди которых имеется один правильный. Составьте таблицу распределения вероятностей случайного числа правильных ответов, полученных при простом угадывании. Каково среднее число правильных ответов?

4. Плотность вероятности непрерывной случайной величины X равна:

$$f(x)=\begin{cases} 0, & если \quad x\le 1 \\ x-\dfrac{1}{2}, & если \quad 1<x\le 2 \\ 0, & если \quad x>2 \end{cases}.$$

а) Построить функцию распределения $F(x)$ и начертить ее график; б) найти числовые характеристики случайной величины.

5. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0, & если \quad x\le 0 \\ A\sin x, & если \quad 0<x\le \pi \\ 0, & если \quad x>\pi \end{cases}.$$

6. Найти: а) параметр A; б) функцию распределения $F(x)$; в) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение из интервала $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

7. В коробке имеется 7 карандашей, из которых 4 карандаша красные. Наудачу извлекаются 3 карандаша. Составить ряд распределения случайной величины, означающей число извлеченных красных карандашей. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график.

Практическое занятие № 10 «Тема 6. Нормальное распределение»

Решите задачи

1. Показать, что $U=\dfrac{X-a}{\sigma}$ - нормированная случайная величина если X – нормально распределенная случайная величина и $M(X)=a,\ D(X)=\sigma^2$.

2. Плотность вероятностей случайной величины *X*, подчиненной нормальному закону распределения, задана функцией $f(x)=Ae^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$. Найти коэффициент *A* и определить вероятность того, что в результате испытания случайная величина *X* примет значение в интервале (2; 5).

3. Используя свойства кривой плотности вероятности случайной величины *X*, подчиненной нормальному закону распределения, найти ее математическое ожидание, если известно, что $P(-\infty<X<-3)=P(7<X<+\infty)$. Сделайте чертеж.

4. Случайная величина *X* распределена нормально и имеет плотность вероятности $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$. Найти математическое ожидание случайной величины *Y*=4*X*-2.

5. Срок службы прибора представляет собой случайную величину, подчиненную нормальному закону распределения, с гарантией на 15 лет и средним квадратическим отклонением, равным трем годам. Определить вероятность того, что прибор прослужит от 10 до 20 лет.

6. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических (одного знака) погрешностей. Случайные погрешности взвешивания подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma=20$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с погрешностью, не превосходящей по абсолютной величине 10 г.

7. Номинальное значение толщины *X* установочного кольца, вытачиваемого на токарном автомате, равно $a=10$ мм. Среднее квадратическое отклонение равно 0,15 мм. Предполагается, что случайная величина *X* распределена нормально. Найти вероятность того, что изготовленное кольцо будет иметь толщину, отличающуюся от номинала более, чем на 3% номинала.

8. Измерительный прибор имеет систематическую ошибку 5 м и среднюю квадратическую ошибку 75 м. Какова вероятность того, что ошибка измерения не превзойдет по абсолютной величине 5 м?

9. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически: их средняя масса равна 1,06 кг. Найти стандартное отклонение, если 5% коробок имеют массу меньше 1 кг. Предполагается, что масса коробок распределена по нормальному закону.

10. Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шарика $d_0=5$ мм. Фактический диаметр – случайная величина с математическим ожиданием $d_1=5$ мм и среднеквадратическим отклонением 0,05 мм. При контроле бракуются все шарики, диаметр которых отличается от номинала более чем на 0,1 мм. Определить процент брака.

11. При измерении детали ее длина *X* является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $a=22$ см и $\sigma=0{,}2$ см. Найдите интервал, в который с вероятностью 0,9544 попадает *X*.

12. Случайная величина *X* имеет плотность вероятностей $f(x)=\frac{1}{0{,}5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-5)^2}{0{,}5}}$. Найти вероятность того, что при двух независимых испытаниях случайная величина *X* хотя бы один раз примет значение вне интервала (4; 6).

13. Бомбардировщик, пролетевший вдоль моста длиною 30 м и шириною 8 м, сбросил бомбы. Случайные величины *X* и *Y* (расстояние от вертикальной и горизонтальной осей симметрии моста до места падения бомбы) независимы и распределены нормально со средним квадратическим отклонениями, соответственно равными 6 м и 4м, и матема-

тическими ожиданиями, равными 0. Найти: а) вероятность попадания в мост одной сброшенной бомбой; б) вероятность разрушения моста, если сброшены две бомбы, причем для разрушения моста достаточно одного попадания.

14. На отрезке $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ случайным образом выбраны 162 числа, которые рассматриваются как значения 162 независимых и равномерно распределенных величин $X_1, X_2, ..., X_{162}$. Найти вероятность того, что их сумма заключена между 22 и 26.

Практическое занятие № 11 «Тема 7. Закон больших чисел»

Решите задачи

1. Средний срок службы прибора 10 лет. Используя неравенство Маркова, оценить вероятность того, что данный прибор не прослужит более 15 лет.
2. Парикмахерская обслуживает в среднем 120 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня в данной парикмахерской будет обслужено а) не менее 150 клиентов, б) менее 160 клиентов.
3. Средняя температура в квартире, подключенной к ТЭЦ, в период отопительного сезона составляет 20^0, а среднее квадратическое отклонение равно 2^0. Найти вероятность того, что температура в квартире отклонится от средней по абсолютной величине не более чем на 3^0.
4. Игральный кубик подбрасывается 350 раз. Оценить вероятность того, что среднее арифметическое числа выпавших очков отклонится от математического ожидания по абсолютной величине не более чем на 0,2.
5. Оценить вероятность того, что в результате подбрасывания игральной кости в течение 320 раз относительная частота появления на верхней грани 5 очков отклонится от вероятности этого события (по абсолютной величине) не более чем на 0,03.
6. Игральный кубик подбрасывается 180 раз. Используя неравенство Чебышева, оцените вероятность того, что 5 очков появится от 24 до 36 раз. Оцените вероятность этого же события с помощью интегральной теоремы Лапласа.
7. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,8. Проверяется 800 изделий. Случайная величина X – число изделий высшего качества. Укажите промежуток, в котором значения этой случайной величины можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0,5.
8. Дисперсия каждой из независимых случайных величин $X_к$, означающей продолжительность горения электролампочки, не превышает 20 час. Сколько надо взять для испытания лампочек, чтобы вероятность того, что абсолютное отклонение средней продолжительности горения лампочки от средней арифметической их математических ожиданий не превышает одного часа, была не меньше 0,95.
9. Применима ли к последовательности независимых случайных величин X_1, X_2, …, X_n, … теорема Чебышева, если каждая случайная величина X_n задана таблицей распределения:

а)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{2n^2}$	$1-\frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

б)

X	$-n\alpha$	0	$-n\alpha$
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

10. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0,6. Используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Лапласа, оцените вероятность

наличия от 340 до 380 изделий высшего качества в партии из 600 изделий. Сравните результаты.

11. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 800 новорожденных детей мальчиков будет от 370 до 430 включительно. Считать вероятность рождения мальчика равной 0,5.

12. Общая стоимость букетов в цветочном киоске составляет 18000 руб. Вероятность того, что стоимость наугад взятого букета не превышает 300 рублей, равна 0,7. Что можно сказать о количестве букетов в киоске?

13. Известно, что случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2e^{-x}}{2}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}.$$

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала $(0;6)$.

14. Общая стоимость всех букетов в цветочном киоске составляет 18000 руб. Вероятность того, что стоимость взятого наугад букета не превышает 300 рублей, равна 0,7. Что можно сказать о количестве букетов в киоске?

Раздел III. Математическая статистика

Лабораторная работа № 1 «Тема 8. Выборочный метод»

Занятие проводится в интерактивной форме: студенты работают в парах, обсуждают выполнение заданий, оформляют решения задач, показывают решения преподавателю. После успешного отчета по выполненным заданиям студенты могут оказать помощь другим студентам, испытывающим затруднения.

Задание 1

В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 9 класса:

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	48	38	46	42	44
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

На основании этих данных составить таблицу распределения по частотам значений случайной величины X - размеров одежды учащихся 9 класса.

1) Построить полигон частот.
2) Найти среднее значение величины X, медиану, моду, выборочную дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Задание 2

Даны наблюдавшиеся значения некоторой случайной величины. Требуется:

1. Построить сгруппированный статистический ряд.
2. Построить кумуляту.
3. Построить гистограмму и полигон относительных частот.
4. Найти выборочные точечные характеристики: среднюю, дисперсию, коэффициент асимметрии, эксцесс, моду, медиану, коэффициент вариации.

ВАРИАНТ 1

86	72	67	84	75	51	77	74	55	79	82	99	69	64

49	68	63	58	76	72	53	90	71	52	87	84	48	66
83	96	70	65	60	80	63	59	79	62	74	70	81	91
68	53	76	67	62	57	77	61	56	46	46	71	68	52

Лабораторная работа № 2 «Тема 9. Статистические оценки параметров распределения»

Занятие проводится в интерактивной форме: студенты работают в парах, обсуждают выполнение заданий, оформляют решения задач, показывают решения преподавателю. После успешного отчета по выполненным заданиям студенты могут оказать помощь другим студентам, испытывающим затруднения.

Приводятся результаты измерения некоторой величины, которые будем рассматривать как *n* реализаций случайной величины *X*. В предположении, что *X* имеет нормальное распределение:

1. Найти точечные несмещенные оценки математического ожидания a и среднего квадратического отклонения σ.
2. Найти доверительный интервал, покрывающий математическое ожидание с заданной доверительной вероятностью: $\gamma = 0{,}95$; $\gamma = 0{,}99$; $\gamma = 0{,}999$.
3. Найти погрешность, с которой среднее арифметическое оценивает математическое ожиданиеa случайной величины X, если доверительная вероятность $\gamma = 0{,}99$; $\gamma = 0{,}999$.
4. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестное среднее квадратическое отклонение с заданной доверительной вероятностью $\gamma = 0{,}95$.
5. Найти минимальный объем выборки, чтобы с доверительной вероятностью $\gamma = 0{,}95$ можно было утверждать, что, принимая среднее арифметическое за математическое ожидание случайной величины X, допускаем погрешность $\varepsilon = \frac{1}{3}\sigma$.

ВАРИАНТ 1

31,85	31,36	30,32	30,90	31,70	32,40
31,60	31,12	30,98	31,02	31,05	31,00

Практическое занятие № 12 «Тема 10. Статистическая проверка статистических гипотез»

<u>Сравнение дисперсий</u>

1. По двум независимым выборкам, объемы которых соответственно равны 10 и 18, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y, найдены исправленные выборочные дисперсии $s_X^2 = 1{,}23 s_Y^2 = 0{,}43$. При уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ проверить нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $\mathrm{H}_1: D(X) \neq D(Y)$.

<u>Сравнение дисперсий: исправленной и гипотетической генеральной</u>

2. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема 13 и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия $s^2 = 14{,}6$. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $\mathrm{H}_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 12$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы $\mathrm{H}_1: \sigma^2 > 12$.

<u>Сравнение средних</u>

3. Имеются данные Федеральной службы государственной статистики о среднедушевых денежных доходах населения (руб./мес) в 2008 году по некоторым областям Центрального и Приволжского Федеральных округов:

Центральный федеральный округ	доход	Приволжский федеральный округ	доход
Брянская обл.	10043	Р. Башкортостан	14253
Владимирская обл.	9596	Р. Марий Эл	7843
Воронежская обл.	10305	Удмуртская р-ка	9581
Ивановская обл.	8354	Чувашская р-ка	8594
Костромская обл.	9413	Пермский край	16119
Московская обл.	19776	Кировская обл.	10112
Орловская обл.	9815	Пензенская обл.	10173
Рязанская обл.	11311	Ульяновская обл.	9756
Тамбовская обл.	11253		
Тульская обл.	11389		

Выясните, одинаковы ли в среднем среднедушевые доходы населения в этих округах (при уровне значимости 0,05).

4. Уровень гистамина в мокроте у семи курильщиков, склонных к аллергии, составил (в микрограммах): 102,4; 100,0; 67,5; 65,9; 64,7; 39,6; 31,2, а у десяти курильщиков, не склонных к аллергии: 48,1; 45,5; 41,7; 35,4; 29,1; 18,9; 58,3; 66,8; 71,3; 94,3. Верно ли предположение о том, что уровень гистамина у курильщиков, подверженных аллергии, выше, чем у неаллергиков? (Уровень значимости 0,05).

5. Одним из факторов риска сердечно-сосудистых заболеваний является склад психоэмоциональной сферы человека. Медики выделяют две основных модели поведения людей. Модель А характеризуется постоянным острым дефицитом времени и склонностью к соперничеству, модель типа В - спокойствием и размеренностью. Склонность к сердечно-сосудистым заболеваниям характерна для людей с моделью поведения типа А. Высказано предположение о том, что различия в типах поведения индивидуумов обусловлено их физиологическими различиями. Чтобы проверить это предположение, исследователи сравнили максимальные уровни концентрации гормонов роста в плазме крови у испытуемых различных типов поведения. Получены результаты (в мг/мл):

А: 3,6; 2,6; 4,7; 8,0; 3,1; 8,8; 4,6; 5,8; 4,0; 4,6

В: 14,9; 16,6; 15,9; 5,3; 10,5; 16,2; 17,4; 8,5; 15,6; 5,4; 9,8.

Можно ли считать предположение верным?

6. Время на производство одной детали по первой технологии (с): 27, 28, 29, 27, 28, 29, 31, 32, 30, 29. Время на производство одной детали по второй технологии (с): 28, 29, 27, 28, 29, 32, 31, 33. Доверительная вероятность 95%. Можно ли сделать вывод, что время на производство одной детали в этих технологиях различается?

Выдвинем гипотезы:

H_0: время на производство одной детали в этих технологиях одинаково.

H_1: время на производство одной детали в этих технологиях различается.

Выполните данное задание с помощью надстройки ***Анализ данных*** пакета Excel.

Лабораторная работа № 3 «Тема 10. Статистическая проверка статистических гипотез»

Занятие проводится в интерактивной форме: студенты работают в парах, обсуждают выполнение заданий, оформляют решения задач, показывают решения преподавателю. После успешного отчета по выполненным заданиям студенты могут оказать помощь другим студентам, испытывающим затруднения.

Задание 1. Критерий χ^2 при проверке гипотезы о нормальном распределении

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки.

1)

x_i	8	11	14	17	20	23	26	29	32
n_i	6	14	17	22	25	20	18	10	8

2)

Границы интервалов	-10;-6	-6;-2	-2;-2	2;6	6;10	10;14
частота	6	13	19	12	6	4

Задание 2. Критерий χ^2 при проверке гипотезы о равномерном распределении

1. Возьмите игральный кубик. Подбросьте его 120 раз, результаты оформите в виде таблицы. Проверьте нулевую гипотезу о равномерном распределении числа выпавших очков.

Лабораторная работа № 4 «Тема 11. Элементы теории корреляции и регрессионного анализа»

Занятие проводится в интерактивной форме: студенты работают в парах, обсуждают выполнение заданий, оформляют решения задач, показывают решения преподавателю. После успешного отчета по выполненным заданиям студенты могут оказать помощь другим студентам, испытывающим затруднения.

Задание 1

По заданной выборке:

1) оценить тесноту линейной связи, вычислив выборочный коэффициент корреляции двумя способами: а) с помощью таблицы Excel или «вручную» и б) проверьте свои расчеты с помощью статистической функции КОРРЕЛ мастера функций f_xпакета Excel;

2) проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05.

X	9,7	10,4	10,3	9,8	10,1	10,2	10,0	9,9	9,6	9,8
Y	3,5	3,1	3,2	3,4	3,0	3,3	3,1	3,4	3,5	3,2

Задание 2

По корреляционной таблице:

1) в прямоугольной системе координат построить эмпирическую линию регрессии Y на X; 2) оценить тесноту линейной корреляционной связи;

3) проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции при уровне значимости 0,02;

4) составить линейное уравнение регрессии Y на X и построить линию регрессии в той же системе координат, где построена эмпирическая линия регрессии;

5) используя полученное уравнение регрессии, оценить ожидаемое среднее значение признака Y при x_0=58.

Y \ X	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	n_y
5-8	5	4				9
8-11		12	8	1		21
11-14			5	5		10
14-17			4	7		11
17-20				2	1	3

20-23					1	1
n_x	5	16	17	15	2	55

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компе-тенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, ПК-2	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Контрольная/ самостоятельная работа не засчитывается если студент: 1. допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой пересекается пороговый показатель; 2. или если правильно выполнил менее половины работы.
		Пороговый (удовлетворительно)	Если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил: 1. не более двух грубых ошибок; 2. или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; 3. или не более двух-трех негрубых ошибок; 4. или одной негрубой ошибки и трех недочетов; 5. или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
		Базовый (хорошо)	Если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней: 1. не более одной негрубой ошибки и одного недочета; 2. или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	Если студент: 1. выполнил работу без ошибок и недочетов; 2. допустил не более одного недочета.
УК-1	Индивидуальная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Работа студента не засчитывается если: студент обнаруживает неумение выполнять решения большей части задания, допускает грубые ошибки в решении задач, беспорядочно и неуверенно излагает материал.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент обнаруживает знание формул и понимание основных методов решения задач, но: 1) излагает решения неполно и допускает неточности в вычислениях;

			2) не умеет рационально решать задачи.
		Базовый (хорошо)	Студент выполняет работу полностью, обнаруживает понимание материала, но-: 1) допускает некоторые вычислительные ошибки; 2) небрежно оформляет решения; демонстрирует решения задач только в рамках алгоритмов, изученных на занятиях.
		Высокий (отлично)	Студент получает высокий балл, если: 1) выполняет задание в полном объеме; 2) обнаруживает понимание материала; 3) использует рациональные способы решения задач; 4) демонстрирует умение пользоваться дополнительными источниками знаний.
УК-1, ПК-2	Собеседование	Низкий (неудовлетворительно)	Студент отвечает неправильно, нечетко и неубедительно, дает неверные формулировки, в ответе отсутствует какое-либо представление о вопросе
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент отвечает неконкретно, слабо аргументировано и не убедительно, хотя и имеется какое-то представление о вопросе
		Базовый (хорошо)	Студент отвечает в целом правильно, но недостаточно полно, четко и убедительно
		Высокий (отлично)	Ставится, если продемонстрированы знание вопроса и самостоятельность мышления, ответ соответствует требованиям правильности, полноты и аргументированности.
ПК-2	Лабораторная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Работа студенту не зачитывается если: студент допустил ошибки в формулах или вычислениях, неверно интерпретировал результаты; беспорядочно оформил работу.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент оформил работу, верно использует формулы для расчетов но при этом: допустил погрешности в вычислениях; испытывает затруднения в интерпретации результатов. Или Студент не испытывает затруднений в интерпретации результатов вычислений, правильно использует формулы,

			но при этом работа оформлена некачественно, имеются пробелы в изложении.
		Базовый (хорошо)	Студент оформил работу, верно использует формулы для расчетов, правильно интерпретирует результаты, но при этом имеются: или погрешности в вычислениях, или недочеты при оформлении работы.
		Высокий (отлично)	Оформление работы имеет четкий структурированный характер, применяются формулы в соответствии с поставленной задачей, верно интерпретируются результаты работы и делаются верные выводы.

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет с оценкой.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценивания устного ответа на зачете с оценкой

Оценка 5 «отлично» выставляется студенту, если:
а) студент регулярно выполнял все задания в течение семестра;
б) знает определения понятий, формулировки теорем с доказательствами;
в) верно применяет теоретические знания к решению задач;
г) выполнил 85-100% заданий на зачете.
Оценка 4 «хорошо» выставляется студенту, если:
а) студент регулярно выполнял все задания в течение семестра;
б) знает определения понятий, формулировки теорем, но испытывает некоторые затруднения в доказательствами;
в) при решении задач может испытывать незначительные затруднения;
г) на зачете выполнил 75-84% заданий.
Оценка 3 «удовлетворительно» выставляется, если:
а) студент выполнял большую часть заданий в течение семестра;
б) знает определение основных понятий и формулировки теорем;
в) при решении задач испытывает затруднения, но может их преодолеть, беседуя с преподавателем;
г) на зачете выполнил 65-74% заданий.
Оценка 2 «неудовлетворительно» выставляется студенту если:
а) студент не знает определений понятий и формулировки теорем;
б) испытывает значительные трудности при решении задач;
в) в течение семестра не выполнял задания преподавателя;
г) на зачете смог выполнить не более 64% заданий.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

6.3.1 Контрольные работы

Контрольная работа по разделу «Случайные события»

1 вариант

1. В ящике содержится 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

2. Четыре пловца взяли старт на соревнованиях по плаванию. Вероятность уложиться в рекордное время у первого пловца равна 0,95, у второго – 0,92, у третьего – 0,9, у четвертого – 0,88. Найти вероятность того, что: а) все пловцы станут рекордсменами, б) один пловец станет рекордсменом.

3. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных шаров, в третьем – 20 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из первого ящика?

4. Для данного участника игры вероятность набросить кольцо на колышек равна 0,3. Какова вероятность того, что при шести бросках 3 кольца окажутся на колышке, если броски считать независимыми? Каково наиболее вероятное число попаданий кольца на колышек при восьми бросаниях?

5. Всхожесть семян данного растения равна 0,9. Найдите вероятность того, что из 900 посаженных семян число проросших будет заключено между 790 и 830.

6. См. задачу 5. Какова вероятность того, что частота проросших семян отклонится по абсолютной величине от вероятности прорастания не больше, чем на 0,01?

6.3.2 Домашние работы

Домашняя контрольная работа по теме «Геометрическое определение вероятности»

1 вариант

1. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма $x+y$ не превышает единицы, а произведение xy не меньше 0,09 .

2. На отрезке AB длиной l наудачу поставлены две точки L и M. Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M, чем к точке A.

Домашняя контрольная работа по теме «Нормальное распределение»

1 вариант

1. Нормально распределенная случайная величина X задана плотностью вероятности $f(x)=\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{50}}$. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение в интервале (7;9).

2. Используя свойства кривой плотности вероятностей случайной величины X, подчиненной нормальному закону распределения, найдите ее математическое ожидание, если известно, что $P(-\infty<X<-1)=P(4<X<+\infty)$. Запишите выражение для $f(x)$ и схематически изобразите график $f(x)$, если $\sigma=1$.

3. Автомат изготавливает шарики. Шарик считается годным, если отклонение X диаметра шарика от проектного размера по абсолютной величине меньше 0,7 мм. Считая,

что случайная величина X распределена нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma = 0{,}4$ мм, найти, сколько будет годных шариков среди ста изготовленных.

6.3.3 Индивидуальные работы

Индивидуальная работа по теме «Виды случайных величин. Функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины. Основные числовые характеристики СВ»

1. Случайная величина задана таблицей распределения:

X	-3	-2	0	1	3
p	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Вычислить $M(X)$, $D(X)$, σ, $P(X>0)$, $P(|X|>2)$.

2. Вероятность попадания из орудия в цель при одном выстреле равна $2/3$. Составить таблицу распределения числа попаданий при четырех выстрелах. Найти $M(X)$, $D(X)$, σ. Построить многоугольник распределения.

3. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу пока не попадет или пока не кончатся патроны. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7. Составить таблицу распределения числа выстрелов. Сколько раз в среднем придется стрелять охотнику?

4. В коробке 5 красных карандашей и 3 зеленых. Выбирают наудачу 3 карандаша. Составить таблицу распределения случайной величины, означающей число зеленых карандашей, оказавшихся в выборке. Найти $F(x)$, построить ее график.

5. Найти среднее число страниц с опечатками, если книга содержит 800 страниц, а вероятность опечатки на одной странице равна 0,05.

6. Задана интегральная функция распределения $F(x)$ случайной величины X. Требуется: 1) найти дифференциальную функцию $f(x)$, 2) найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$, 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

7. $$F(x) = \begin{cases} 0 \ \ при \quad x \le 0 \\ (x/2)^2 \quad при \quad 0 < x \le 2 \\ 1 \quad при \quad x > 2 \end{cases}$$

8. 3. Дана дифференциальная функция $f(x)$ случайной величины X. Требуется: 1) найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$, 2) найти интегральную функцию $F(x)$, 3) построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$.

9. $$f(x) = \begin{cases} 0 \quad при \quad x \notin (0;1/4] \\ 1/4 \quad при \quad x \in (0;1/4] \end{cases}$$

6.3.4 Вопросы к собеседованию

Вопросы к собеседованию по теме № 8 «Выборочный метод»

1. Что такое выборка? Какая выборка является репрезентативной?
2. Дайте определение понятия статистического ряда распределения?
3. Как строится сгруппированный статистический ряд?
4. Что такое полигон и гистограмма?
5. Покажите, что площадь фигуры, ограниченная гистограммой частот, равна объему выборки, а площадь фигуры, ограниченная гистограммой относительных частот, равна 1.

6. Дайте определение эмпирической функции распределения.
7. Что такое кумулята? Как она строится?
8. Что такое мода и медиана? Как графически их можно найти?
9. Запишите формулы для вычисления выборочной средней и выборочной дисперсии: а) если имеется дискретный статистический ряд, б) если имеется сгруппированный статистический ряд.
10. Как вычисляются центральные эмпирические моменты статистического распределения?

Вопросы к собеседованию по теме № 9 «Статистические оценки параметров распределения»

1. Дайте определение понятия оценки параметра.
2. Какие требования предъявляются к оценкам?
3. Какие оценки называются точечными?
4. Запишите формулы для нахождения точечных оценок.
5. Приведите примеры несмещенной и смещенной оценок.
6. Для чего вводят интервальные оценки?
7. Дайте определение доверительного интервала, надежности, точности оценки.
8. Какое распределение называется нормальным?
9. Запишите формулы для нахождения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном σ.
10. Каков алгоритм нахождения доверительного интервала для оценки математического ожидания нормального распределения при известном и неизвестном σ?

Вопросы к собеседованию по теме № 10 «Статистическая проверка статистических гипотез»

1. Что такое статистическая гипотеза?
2. Какая гипотеза называется нулевой, какая – конкурирующей?
3. Какие виды ошибок могут возникнуть при проверке нулевой гипотезы?
4. Что означает уровень значимости α?
5. Что такое статистический критерий?
6. Что такое критическая область? Каковы виды критических областей? Какими неравенствами они определяются?
7. Что такое критерий согласия?
8. В чем заключается критерий согласия Пирсона?
9. Сформулируйте правило проверки нулевой гипотезы.
10. Каков алгоритм отыскания теоретических частот в предположении нормального распределения генеральной совокупности в зависимости от различных исходных данных (вариационный ряд, интервальный ряд)?

Вопросы к собеседованию по теме № 11 «Элементы теории корреляции и регрессионного анализа»

1. Дайте определение понятия статистической и корреляционной зависимости.
2. Что понимают под условной средней?
3. Сформулируйте задачи корреляционного анализа.
4. В чем состоит суть метода наименьших квадратов?
5. Что собой представляет корреляционная таблица? В каких случаях целесообразно ее составление?
6. Что характеризует коэффициент корреляции? Каковы его свойства?
7. Что можно сказать о связи между двумя случайными величинами, если коэффициент корреляции равен нулю?
8. Запишите уравнение прямой регрессии.

9. Запишите формулу выборочного коэффициента корреляции.
10. Как связан коэффициент регрессии с коэффициентом корреляции?
11. Дайте определение понятия и укажите назначение коэффициента корреляции.
12. Как проверяется значимость выборочного коэффициента корреляции?
13. Каковы способы отыскания уравнения криволинейной регрессии?
14. Что является мерой любой корреляционной связи?

6.3.5 Вопросы к экзамену

1. Основные понятия теории вероятностей. Соотношения между событиями.
2. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности.
3. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Теорема сложения вероятностей. Свойства независимых событий. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
4. Независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли. Интегральная теорема Лапласа.
5. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Непрерывность вероятности. Геометрическое определение вероятности.
6. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение случайной величины.
7. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
8. Дискретные случайные величины, их законы распределения. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
9. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности, ее свойства. Примеры непрерывных случайных величин: равномерное и показательное распределения.
10. Нормальное распределение: плотность распределения, его числовые характеристики. Применение нормального распределения. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.
11. Понятие о законе больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее применение. Теорема Бернулли.
16. Основные понятия математической статистики. Выборочный метод.
17. Статистические оценки параметров распределения. Требования к оценкам. Точечная и интервальная оценки математического ожидания.
18. Понятие статистической зависимости. Отыскание коэффициентов a и b уравнения прямой линии регрессии по не сгруппированным данным.
19. Выборочный коэффициент корреляции, его свойства.
20. Статистическая проверка статистических гипотез: основные понятия. Критерий согласия.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования www.i-exam.ru»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

Основная литература

1. Баврин, И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2005. – 159 с. (30 экз.)
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510437 .
3. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510436.
4. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для вузов / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 130 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10082-2. — URL : https://urait.ru/bcode/490304

Дополнительная литература

1. Письменный, Д. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 288 с. (10 экз.)
2. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.1. Случайные события: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 107 с. (7 экз.)
3. Пушкина, О.Н. Теория вероятностей: в 2 ч. Ч.2. Случайные величины: учебное пособие для студентов вузов / О.Н. Пушкина. - Благовещенск: Изд-во БГПУ, 2009. – 123с. (7 экз.)

4. Солодовников, А.С. Теория вероятностей / А.С. Солодовников. – М.: Просвещение, 1983. - 207с. (39 экз.)

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Портал научной электронной библиотеки. - Режим доступа: http://elibrary.ru/defaultx.asp
2. Открытый колледж. Математика - Режим доступа: https://mathematics.ru/.
3. Федеральный портал «Российское образование» - Режим доступа: http://www.edu.ru.
4. Сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. - Режим доступа: http://www.obrnadzor.gov.ru/ru.
5. Сайт Министерства просвещения РФ. - Режим доступа: https://edu.gov.ru.
6. Сайт МЦНМО. – Режим доступа: MCCME: Moscow Center for Continuous Mathematical Education
7. Сайт ФИПИ. – Режим доступа: https://fipi.ru

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: https://urait.ru
2. Полпред (обзор СМИ). - Режим доступа: https://polpred.com/news

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Microsoft®WINEDUperDVC AllLng Upgrade/SoftwareAssurancePack Academic OLV 1License LevelE Platform 1Year; Microsoft®OfficeProPlusEducation AllLng License/SoftwareAssurancePack Academic OLV 1License LevelE Platform 1Year; Dr.Web Security Suite; Java Runtime Environment; Calculate Linux.

Разработчик: Пушкина О.Н., кандидат педагогических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 20__/20__ уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 20__/20__ уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № ___ от «____» _____ 20__ г.). В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением:	
Исключить:	Включить:
№ изменения: 2 № страницы с изменением:	
Исключить:	Включить: