

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Щёкина Нера Викторовна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 01.05.2019 12:04  
Уникальный программный ключ:  
a2232a55157e176551a8999b1191891af5898947d47d556b0r375a454e57789



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования**

**«Благовещенский государственный педагогический университет»**

**ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА**

**Рабочая программа дисциплины**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Декан  
индустриально-педагогического  
факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»**

**Л.М. Калнина  
«22» мая 2019 г.**

**Рабочая программа дисциплины**

**МАТЕМАТИКА**

**Направление подготовки  
44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

**Профиль  
ТЕХНОЛОГИЯ**

**Уровень высшего образования  
БАКАЛАВРИАТ**

**Принята на заседании кафедры  
Экономики, управления и технологии  
(протокол № 7 от «15» мая 2019 г.)**

**Благовещенск 2019**

**СОДЕРЖАНИЕ**

<b>1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....</b>	<b>3</b>
<b>2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) .....</b>	<b>4</b>
<b>4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>	<b>6</b>
<b>5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ .....</b>	<b>10</b>
<b>6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА.....</b>	<b>22</b>
<b>7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ .....</b>	<b>25</b>
<b>В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ .....</b>	<b>25</b>
<b>8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ .....</b>	<b>26</b>
<b>9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ .....</b>	<b>26</b>
<b>10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА .....</b>	<b>26</b>
<b>11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ .....</b>	<b>27</b>

## 1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**1.1 Цель дисциплины:** формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук.

**1.2 Место дисциплины в структуре ООП:** Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 (Б1.О.24).

**1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ОПК-8 :**

**ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний, **индикатором** достижения которой является:

ОПК-8.3 - **Демонстрирует** специальные научные знания, в том числе в предметной области.

**УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

УК-1.2 Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.

УК-1.3 Аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.

**1.4 Перечень планируемых результатов обучения.** В результате изучения дисциплины студент должен

**знать:**

- основные понятия курса математики,
- основные свойства, теоремы курса математики,
- основные методы и модели алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики

**уметь:**

- решать типовые задачи по дисциплине «Математика»,
- применять методы алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики при проведении исследований при решении классических математических задач;
- находить численные значения различных математических величин;

**владеть:**

- навыками решения практических задач курса математика;
- навыками использования математического аппарата в современных методах и технологиях диагностики.

**1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математика»** составляет 9 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (324 часа):

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

**1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности**

**Объем дисциплины и виды учебной деятельности (заочная форма обучения)**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр 1	Семестр 2
Общая трудоемкость	324	108	216

Аудиторные занятия	34	12	22
Лекции	14	6	8
Практические занятия	20	6	14
Самостоятельная работа (в том числе выполнение 2 контрольных работ)	277	92 Контрольная работа	185 Контрольная работа
Вид итогового контроля	13	4-зачет	9-экзамен

## 2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 2.1 Заочная форма обучения

#### Учебно-тематический план

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа (в том числе выполнение КР)
			Лекции	Практические занятия	
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	52	2	3	47
2.	Математический анализ: теория пределов	51	2	3	46
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	53	3	4	46
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	53	3	4	46
5.	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных	51	2	3	46
6.	Математический анализ: ряды	51	2	3	46
Зачёт, Экзамен		13			
<b>ИТОГО</b>		324	14	20	277

#### Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Линейная алгебра	ПЗ	Работа в парах	2
2.	Математический анализ: теория пределов	ПЗ	Работа в парах	2
3.	Математический анализ: теория пределов	ПЗ	Работа в парах	2
4.	Математический анализ: дифференциальное и инте-	ПЗ	Работа в парах	2

	гравальное исчисления функций нескольких переменных			
5.	Математический анализ: ряды	ПЗ	Работа в парах	2
<b>ИТОГО</b>				<b>10</b>

### 3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

#### **Раздел I. Аналитическая геометрия и линейная алгебра**

Определители и матрицы: Матрицы. Операции с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Основы теории определителей. Определители второго и третьего порядка, их основные свойства. Системы уравнений. Решение систем двух и трех линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Метод Гаусса, правило Крамера.

Система координат. Векторы, линейные операции над ними. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов и их основные свойства.

Линии на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола).

Поверхности второго порядка: Изучение поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям

#### **Раздел II. Математический анализ: теория пределов.**

Действительные числа. Модуль. Функция: Множество  $\mathbf{R}$ . Модуль, свойства модуля. Понятие функция, область определения функции. Свойства функции. Обратная функция.

Теория пределов функции одной переменной: Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные свойства функций, имеющих предел, Бесконечно малые и их свойства. Операции над функциями, имеющими предел. Односторонние пределы. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.

Непрерывность функции: Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

#### **Раздел III. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Производная и дифференциал: Дифференцируемость функции. Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного. Дифференцирование сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных. Производные высших порядков. Механический смысл второй производной. Дифференциалы высших порядков.

Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций.

#### **Раздел IV. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной**

Неопределенный интеграл: Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших иррациональных функций.

Определенный интеграл: Интегрируемость функции и определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирова-

ние по частям. Интегрирование заменой переменной. Некоторые приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, вычисление объема тела, вычисление длины гладкой дуги). Несобственные интегралы I и II рода, их свойства.

#### **Раздел V. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное интегральное и исчисление функций нескольких переменных**

Функции нескольких переменных: Понятие функции. График функции двух переменных. Предел и непрерывность.

Дифференцируемые функции. Неявные функции: Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Понятие неявных функций, их существование и дифференцируемость.

Экстремумы функции: Понятие максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума для функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Кратные интегралы: двойной интеграл, его свойства, методы вычисления: тройной интеграл, его свойства, методы вычисления.

#### **Раздел VI. Математический анализ: ряды.**

Числовые ряды: Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши). Знакопередающиеся ряды; теорема Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Структура области сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд; ряд Тейлора. Некоторые применения степенных рядов.

## **4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

Для успешного проведения практических занятий необходима целенаправленная предварительная подготовка студента. Студенты получают от преподавателя конкретные задания на самостоятельную работу в форме вопросов, которые потребуют от них не только изучения литературы, но и выработки своего собственного мнения, которое они должны суметь аргументировать и защищать (отстаивать свои и аргументированно отвергать противоречащие ему мнения). Практическое занятие в сравнении с другими формами обучения требует от студентов высокого уровня самостоятельности в работе с литературой, инициативы, а именно:

- умение работать с несколькими источниками;
- осуществить сравнение того, как один и тот же вопрос излагается различными авторами;
- сделать собственные обобщения и выводы.

Все это создает благоприятные условия для организации дискуссий, повышает уровень осмысления и обобщения изученного материала. В процессе семинара идет активное обсуждение, дискуссии и выступления студентов, где они под руководством преподавателя делают обобщающие выводы и заключения. В ходе семинара студент учится публично выступать, видеть реакцию слушателей, логично, ясно, четко, грамотным литературным языком излагать свои мысли, приводить доводы, формулировать аргументы в защиту своей позиции. На семинаре каждый студент имеет возможность критически оценить свои

знания, сравнить со знаниями и умениями их излагать других студентов, сделать выводы о необходимости более углубленной и ответственной работы над обсуждаемыми проблемами. В ходе семинара каждый студент опирается на свои конспекты, сделанные на лекции, собственные выписки из учебников, первоисточников, статей, периодической литературы, нормативного материала. Семинар стимулирует у студента стремление к совершенствованию своего конспекта, желание сделать его более информативным, качественным. При проведении практических занятий реализуется принцип совместной деятельности студентов. При этом процесс мышления и усвоения знаний более эффективен в том случае, если решение задачи осуществляется не индивидуально, а предполагает коллективные усилия.

Готовясь к практическому занятию, студенты должны:

1. Познакомиться с рекомендуемой преподавателем литературой.
2. Рассмотреть различные точки зрения по изучаемой теме, используя все доступные источники информации.
3. Выделить проблемные области и неоднозначные подходы к решению поставленных вопросов.
4. Сформулировать собственную точку зрения.
5. Предусмотреть возникновение спорных хозяйственных ситуаций при решении отдельных вопросов и быть готовыми сформулировать свой дискуссионный вопрос.

#### **Рекомендации по подготовке докладов и сообщений**

При подготовке докладов или сообщений студент должен правильно оценить выбранный для освещения вопрос. При этом необходимо правильно уметь пользоваться учебной и дополнительной литературой. Значение поисков необходимой литературы огромно, ибо от полноты изучения материала зависит качество работы. Подготовка доклада требует от студента большой самостоятельности и серьезной интеллектуальной работы. Она включает несколько этапов:

- составление плана доклада путем обобщения и логического построения материала доклада;
- подбор основных источников информации;
- систематизация полученных сведений;
- формулирование выводов и обобщений в результате анализа изученного материала, выделения наиболее значимых для раскрытия темы доклада фактов, мнений и требований нормативных документов.

К докладу по укрупненной теме могут привлекаться несколько студентов, между которыми распределяются вопросы выступления.

В качестве тем для докладов как правило предлагается тот материал учебного курса, который не освещается в лекциях, а выносится на самостоятельное изучение студентами. Поэтому доклады с одной стороны, позволяют дополнить лекционный материал, а с другой – дают преподавателю возможность оценить умения студентов самостоятельно работать с учебным и научным материалом.

Построение доклада, как и любой другой научной работы, традиционно включает три части: вступление, основную часть и заключение. Во вступлении обозначается актуальность исследуемой в докладе темы, устанавливается логическая связь ее с другими темами. В заключении формулируются выводы, делаются предложения и подчеркивается значение рассмотренной проблемы.

#### **Рекомендации по организации самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- изучение и систематизацию официальных государственных документов - законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем "Консультант-плюс", "Гарант", глобальной сети "Интернет";

- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;

- подготовку докладов;

- участие в работе студенческих конференций.

Самостоятельная работа бакалавров по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;

- выполнение заданий для самостоятельной работы;

- изучение теоретического и лекционного материала, а также основной и дополнительной литературы при подготовке к практическим занятиям, написании докладов;

- самостоятельное изучение материалов официальных сайтов налоговых органов.

Алгоритм самостоятельной работы студентов:

1 этап – поиск в литературе и изучение теоретического материала на предложенные преподавателем темы и вопросы;

2 этап – осмысление полученной информации из основной и дополнительной литературы, освоение терминов и понятий, механизма решения задач;

3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос или алгоритма решения задачи.

### **Рекомендации по работе с литературой**

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.



Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

**Рекомендации по подготовке к зачету и экзамену:**

При подготовке к зачету и экзамену по дисциплине «Математика» особое внимание следует обратить на четкое знание понятийного аппарата дисциплины. Для того чтобы избежать трудностей при ответах по вышеназванным разделам, студентам рекомендуется регулярная подготовка к занятиям, изучение базового перечня учебной информации, в том числе периодических литературных источников.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы  
студентов по дисциплине**

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно- тематическим планом
1.	Аналитическая геометрия и линейная алгебра	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ, выполнение контрольной работы	47
2.	Математический анализ: теория пределов	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ, выполнение контрольной работы	46
3.	Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ, выполнение контрольной работы	46
4.	Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ, выполнение контрольной работы	46

5.	Математический анализ: теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисления функций нескольких переменных	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ, выполнение контрольной работы	46
6.	Математический анализ: ряды	Проработка теоретического материала по конспектам лекций и в СЭО БГПУ, выполнение заданий и тестов в СЭО БГПУ, выполнение контрольной работы	46
<b>ИТОГО</b>			<b>277</b>

## 5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Раздел 1. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.

Практическое занятие

**Матрицы их виды.**

1. Вычислить: 1)  $3A - 4B$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ , 2)  $2A + \lambda E$ ,  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Найти произведение матриц  $AB$  и  $BA$ : 1)  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ , 2)

$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ , 3)  $A = (4 \ 0 \ -2 \ 3 \ 1)$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ . 4)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,

$B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Найти произведение матриц:  $A \cdot A^T$  и  $A^T \cdot A$  если  $A = (1 \ 2 \ 3 \ 4)$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ .

4. Проверить коммутируют ли матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Найти значение матричного многочлена  $f(A)$ , если,  $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ ,  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

$f(x) = x^2 - 5x + 1$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Практическое занятие

**Определители и их свойства**

1. Вычислить определители: 1)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} -\sqrt{5} & -3 \\ 2 & \sqrt{5} \end{vmatrix}$ , 3)  $\begin{vmatrix} n+1 & n \\ n & n-1 \end{vmatrix}$ , 4)  $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix}$ , 5)  $\begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнения: 1)  $\begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0$ , 2)  $\begin{vmatrix} x^2 & x+1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = -1$ .

3. Вычислить определители: 1)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ , 3)  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$ , 4)  $\begin{vmatrix} \cos \alpha & 1 & 1 \\ \cos \beta & 1 & 0 \\ \cos \gamma & 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

4. Решить: 1)  $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ , 2)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ x+2 & 0 & 1 \\ -2 & 3-x & 1 \end{vmatrix} < 0$

5. Вычислить определитель, используя свойства: 1)  $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & 1 & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & 1 & \cos^2 \beta \\ \sin^2 \gamma & 1 & \cos^2 \gamma \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} a & a^2+1 & (a+1)^2 \\ b & b^2+1 & (b+1)^2 \\ c & c^2+1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$ .

6. Вычислить определитель: 1)  $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ , 2)  $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$ , 3)

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} n & n & n & \dots & n & n & n \\ n & n-1 & n & \dots & n & n & n \\ n & n & n-2 & \dots & n & n & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n & n & \dots & 3 & n & n \\ n & n & n & \dots & n & 2 & n \\ n & n & n & \dots & n & n & 1 \end{vmatrix}$$

Практическое занятие  
Ранг матрицы, обратная матрица

1. Найти ранг матрицы и указать какой-либо ее базисный минор: 1)  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ ,

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix}, \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad 4) \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad 5)$$

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix},$$

$$6) \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}, \quad 7) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad 8) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 4 \\ 2 & -6 & 4 & 3 \\ 3 & -9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти обратные матрицы для следующих матриц: 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , 2)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ , 3)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,

$$4) \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad 5) \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad 6) \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 6 & -3 & 2 \\ 1 & 7 & -3 \end{pmatrix}, \quad 7) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad 8)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

### Практическое занятие

#### Решение матричных уравнений

1. Решить матричные уравнения: 1)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ , 2)  $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$ ,

$$3) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 2 & -4 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad 5) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Для данного определителя  $\Delta$  найти миноры и алгебраические дополнения элементов  $a_{i2}$ ,  $a_{3j}$ . Вычислить определитель: а) разложением его по элементам  $i$ -ой строки; б) разложением его по элементам  $j$ -го столбца; в) получив предварительно нули в  $i$ -ой стро-

$$\text{ке: 1) } \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$i=4, j=1.$                        $i=4, j=1.$

Практическое занятие  
Системы линейных уравнений.

1. Решить системы линейных уравнений методов Крамера, Гаусса или матричным методом:

$$\text{дом: 1) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 = 1. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 7. \end{cases} \quad 5)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 0, \\ -3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -2, \\ -5x_1 + 7x_2 - 7x_3 + 5x_4 = -2, \\ 8x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 6x_4 = -5. \end{cases}$$

2. Найти неизвестные коэффициенты многочлена  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , удовлетворяющего условиям:  $f(-2) = -8$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = -4$ .

**Раздел 2. Математический анализ: теория пределов**

Практическое занятие

**Функция, область определения, свойства функции.**

1. Определить область существования функции: а)  $f(x) = 2^{\frac{1}{x}} + \arcsin \frac{x+2}{3}$ ;

б)  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{|x^2 - 2|}} + \sqrt{x-7} + \sqrt{10-x}$ ; в)  $f(x) = \cos \frac{1}{x} + \ln(x+1) + \sqrt[9]{\pi-x}$ .

2. Найти множества значений функции: а)  $f(x) = x^2 + 4x + 1$ ; б)  $f(x) = 3 - 5 \cos x$ ; в)  $y = \sqrt{16 - x^2}$ ; г)  $y = 4^{-x^2}$ ; д)  $y = 5/x$ ; е)  $y = |x| + 1$ .

3. Для функции  $f(x)$  найти соответствующие значения:

а)  $f(x) = x^3 \cdot 2^x$ ;  $f(1)$ ,  $f(-\sqrt[5]{5})$ ,  $f(3x)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(b-2)$ ; б)

$$g(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } x < 2 \\ 0, & \text{при } x = 2; \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases} \quad g(0), g(2), g(-20), g(t^2).$$

4. Решить уравнение:  $f(x) = f(1)$ , если  $f(x) = 4x^3 - 4x + 1$ .

5. Найти сложные функции  $f \circ f$ ,  $f \circ q$ ,  $q \circ f$ : а)  $f(x) = x^2$ ,  $q(x) = x + 2$ ; б)

$$f(x) = \frac{1}{x-3}, \quad q(x) = \frac{x-1}{x}.$$

6. Какие из следующих функций четные, нечетные, а какие общего вида: а)  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ ; б)

$f(x) = x^5 - 3x^3 - x$ ; в)  $f(x) = \sqrt{x}$ ; г)  $f(x) = \arcsin x$ ; д)  $f(x) = \frac{3}{x^2 - 1}$ ; е)  $f(x) = |x| - 2$ ; ж)

$f(x) = \sin x + \cos x$ ; з)  $f(x) = x \cdot e^x$

7. Определить является ли функция периодической, найти ее наименьший период если он существует: а)  $f(x) = \sin 4x$ ; б)  $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ ; в)  $f(x) = \cos^2 5x$ ; г)  $f(x) = x^2$ ; д)

$f(x) = \sin \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x$ ; е)  $f(x) = 3$ ; ж)  $f(x) = \operatorname{tg} 3x + \cos 4x$ .

8. Выяснить какие из следующих функций являются монотонными, какие ограниченными: а)  $f(x) = c$ ; б)  $f(x) = -x^2 + 2x$ ; в)  $f(x) = \frac{x+2}{x+5}$ .

9. Дана функция  $f(x) = x, x \in [0, +\infty)$ . Доопределить ее на интервале  $(-\infty, 0)$ , так чтобы новая функция  $g(x)$  определена на интервале  $(-\infty, +\infty)$  была: а) четной; б) нечетной; в) общего вида.

10. Найти  $y(0), y(2), y(\frac{x}{2}), y(h^2), 3y(5x)$ , если: а)  $y(x) = \sqrt{2x+7}$ ; б)  $y(x) = \begin{cases} 5, & x < 2 \\ 0, & x = 2. \\ -5, & x > 2 \end{cases}$

11. Построить график функции: а)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2+x}, & -4 \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \\ e^x, & x \geq 1 \end{cases}$  б)  $y = \begin{cases} \ln(-x), & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 1; \\ \frac{1}{x-3}, & x \geq 1 \end{cases}$  в)

$y = \frac{|x|}{x}$ , г)  $y = \cos x - |\cos x|$ ; д)  $y = \sin x - 2|\sin x|$ ; е)  $f(x) = \log_2|x|$ ; ж)  $f(x) = \arcsin|x|$ .

### Практическое занятие

#### Предел функции в точке, его вычисление.

1. Доказать, что : 1)  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x-1) = 3$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{1}{2}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+5x-3}{x+3} = -7$ .

2. Вычислить пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-x-1}{-6x^2+5x+4}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$ ; 4)

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x}-27}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3-(1+5x)}{x^2+x^5}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-5x+2}{\sqrt{x+3}-2}$ ; 8)

$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2+3x-3}{2x^3-2x^2+x-1}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{\sqrt{x^2+6x}-4}$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{\sqrt[3]{5-x}-\sqrt[3]{x-3}}$ .

### Практическое занятие

#### Предел функции на бесконечности.

1. Доказать, что : 1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2-14x+6}{x-3} = 10$ ; 2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n+5} = 1$ ; 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-1}{n^2+1} = 2$ .

2. Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+3x^2}{x^2+7x-2}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-x^2}{x^2-2x-2}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+5x+6}{x^2+7x-2x^4-1}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x^2}{x^2+7x^3-2}$ ; 5)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x^2-5}{x^2+5x+2}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+3x-1}{x^2+x-2}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+4}-x)$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$  9)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{5x^2+1} - \frac{x^2}{5x-3} \right)$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)^{30}(2x-3)^{10}}{(5x+11)^{40}}$ ; 12)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$

### Практическое занятие

#### Первый замечательный предел

Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+mx)}{x}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{2^x - 1}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x^2}}{1 - \cos x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{ctg}^3 x}{1 - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x}$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$ ; 12)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}$ ; 13)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tga}}{x - a}$ ; 14)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x + 2x}{\arcsin x - 2x}$ .

**Практическое занятие**  
**Второй замечательный предел**

Вычислить: 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{2x-1} \right)^{x^2}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-1}{x^2+1} \right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7} \right)^x$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2]{1+3x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+3) - \ln x)$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x-5) - \ln(x+1))$ ; 11)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+\operatorname{tg} x}{1+\sin x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$ ; 12)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x \cos \sqrt{x}}$ ; 13)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{5}{x}}$ ; 14)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$ ; 15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ .

**Практическое занятие**  
**Непрерывность функции**

1. Пользуясь определением, доказать непрерывность функции: 1)  $y = x^3$ ; 2)  $y = \sin x$ .  
2. Исследовать на непрерывность функции и построить их графики: 1)  $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ ; 2)  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ ; 3)  $f(x) = \begin{cases} 2, & x < 2 \\ \sqrt{4-x^2}, & -2 < x < 2 \\ x-2, & x > 2 \end{cases}$ ; 4)  $y = \frac{2^{x-2} - 1}{2^{x-2} + 1}$ ; 5)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0;1] \\ -2, & x = 1 \\ x+3, & x \in (1;3) \\ x-2, & x > 3 \end{cases}$ ; 6)  $y = \frac{1}{1 - e^{1-x}}$ ;  
7)  $y = 4^{\frac{2}{1-2x}}$ ; 8)  $y = \frac{1}{(x-1)(x-6)}$ ; 9)  $y = \frac{1+x}{1+x^3}$ ; 10)  $y = \frac{1}{e^x + 1}$ .

**Раздел 3. Математический анализ: дифференциальное исчисление функций одной переменной**

**Практическое занятие. Правила дифференцирования**

1. Найти производные следующих функций: 1)  $y = 11x^3 + 3x^2 - x - 0.7$ , 2)  $y = x^{\frac{3}{2}} - 2x^{-\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}}$ , 3)  $y = \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{7x^4}$ , 4)  $y = 5\sqrt{x} + 3x\sqrt[3]{x} - 4\sqrt{x}$ , 5)  $y = (3x-2)(7x+4)$ , 6)  $y = (\sqrt{x}+1)\left(\frac{3}{x} + 5x^3\right)$ , 7)  $y = (1+x)(x^2+4)\sqrt[3]{x}$ , 8)  $y = \frac{2x}{1-x^2}$ , 2)  $y = \frac{x^2+x+2}{1-x^3}$ .

2. Найти производные следующих функций: 1)  $y = (3x^3 - 4x + 1)^5$ , 2)  $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$ , 3)

$$y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}, 4) y = \left(\frac{a}{b}\right)^x \left(\frac{b}{x}\right)^a \left(\frac{x}{a}\right)^b, 5) y = \sin(\cos^2 x) \cdot \cos(\sin^2 x), 6) y = \sin(\cos^2(\operatorname{tg}^{3x})), 7)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - \ln \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x}; 8) y = \frac{1}{10} e^{-x} (3 \sin 3x - \cos 3x); 9) y = \ln \frac{\sqrt{x^2 + a^2} + x}{\sqrt{x^2 + a^2} - x}; 10)$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{6} \ln \frac{x-1}{x+1}; 11) y = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 - \sqrt{3}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 2 + \sqrt{3}}; 12) y = \operatorname{arctg} \frac{x \sin a}{1 - x \cos a}; 13)$$

$$y = x^4 (a - 2x^3)^2.$$

2. Пусть  $\varphi(x), \psi(x)$  - дифференцируемые функции от  $x$ . Найти производную от функции  $y$ :

$$1) y = \sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}, 2) y = e^{\varphi^2(x)} \cdot \ln \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}.$$

3. Докажите, что функция  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$xy' - 2x^2 = 3y.$$

4. Найти производную функции: 1)  $y = \operatorname{sh}^3 4x + \operatorname{ch}^3 \sqrt{x}$ , 2)  $y = \operatorname{sh}(\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}))$ , 3)

$$F(x) = \begin{vmatrix} x-1 & 1 & 2 \\ -3 & x & 3 \\ -2 & -3 & x+1 \end{vmatrix}.$$

5. Найти производную показательно-степенной функции:

$$1) y = x^x, 2) y = (x+1)^{\frac{1}{\sin x}}, 3) y = x^{\frac{x}{\ln^2 x}}, 4) y = x + x^x + x^{x^x}, 5) y = \left( \frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\arccos(\cos^2 x)} \right)^{\operatorname{arctg}^2 x}.$$

6. Найти производную и построить график функции и ее производной

$$y = \begin{cases} 1-x & \text{при } -\infty < x < 1; \\ (1-x)(2-x) & \text{при } 1 \leq x \leq 2; \\ -(2-x) & \text{при } 2 < x < +\infty. \end{cases}$$

7. Найти логарифмическую производную от функций: 1)  $y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}$ , 2)

$$y = (x + \sqrt{1+x^2})^n.$$

### Практическое занятие

#### Геометрический и механический смысл производной. Правило Лопиталья

1. Написать уравнение нормали и касательной к графику функции  $y = \frac{1}{x}$  в точке  $x=2$ .
2. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = (x+1)\sqrt[3]{3-x}$  в точках с абсциссами  $x=-1, x=2$ .
3. Написать уравнение касательной и нормали к параболе  $y = x^2 + 2x - 1$  в точке пересечения с параболой  $y = 2x^2$ .
4. На параболе  $y = x^2$  взяты 2 точки с абсциссами  $x_1=1; x_2=3$ . Через эти точки проведена секущая. В какой точке параболы касательная к ней будет параллельна проведенной секущей.



5. Точка движется прямолинейно по закону  $s = t^3$ . Найти мгновенную скорость в момент времени  $t = k$ .

6. Колесо вращается так, что величина угла поворота пропорциональна кубу времени. Первые два оборота были сделаны колесом за 4 с. Найти угловую скорость через 16 с. После начала движения.

7. Найти следующие пределы: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\sin x - \cos x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$ ; 5)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x - \sec x)$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x - \sin x}$ ; 8)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 6x + 8}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 + 2x - 15}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$ .

#### Практическое занятие

### Производные и дифференциалы высших порядков, исследование функции на монотонность

1. Найти производную указанного порядка:

1)  $y = x\sqrt{1+x^2}$ ,  $y''$ , 2)  $y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ ,  $y''$ , 3)  $y = x^2 \ln x$ ,  $y'''$ , 4)  $y = \sin x$ ,  $y^{(n)}$ , 5)  $y = \sqrt{x}$ ,  $y^{(10)}$ .

2. Вычислить дифференциал второго порядка для следующих функций: 1)  $y = \sqrt[3]{x^2}$ , 2)  $y = \ln \frac{1-x^2}{1+x^2}$ .

3. Найти производную указанного порядка:

1)  $y = x^2 \sin 2x$ ,  $y^{(50)}$ , 2)  $y = (4x^3 + 3x - 1)^{11} (x^4 + 4)^{12} (x^7 - 5)^6$ ,  $y^{(123)}$ ,  $y^{(124)}$ .

4. Определить промежутки монотонности функций: 1)  $y = 3x - x^3$ ; 2)  $y = \frac{\sqrt{x}}{x+100}$ ; 3)  $y = \frac{x^2}{2^x}$ ;

4)  $y = x^2 - \ln x^2$ ; 5)  $y = x \left( \sqrt{\frac{3}{2}} + \sin \ln x \right)$ ,  $f(0) = 0$ .

5. Найти экстремумы следующих функций: 1)  $y = \frac{x}{1+x^2}$ ; 2)  $y = x^2 e^{-x}$ ;  $y = \sqrt{x} \ln x$ ; 4)

$y = \ln x + \frac{1}{x}$ ; 5)  $y = \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$ .

#### Практическое занятие

### Исследование функции и построение графиков функции

1. Исследовать и построить графики функций: 1)  $y = 2x^4 - x^2 + 1$ ; 2)  $y = x \ln x$ ; 3)  $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$ ; 4)  $y = x + \sin x$ ; 5)  $y = \ln \sin x$ ; 6)  $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$ .

### Раздел 4. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной

#### Практическое занятие

### Первообразная и неопределенный интеграл. Интегрирование заменой переменной и по частям.

1. Вычислить интегралы, используя метод непосредственного интегрирования:

$$1) \int (x^2 + 1)^3 dx; \quad 2) \int \left( \frac{2+x}{x} \right)^2 dx; \quad 3) \int \frac{\sqrt{x} - 3\sqrt[5]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx; \quad 4) \int (5\operatorname{sh}x - 7\operatorname{ch}x + 1) dx; \quad 5) \int \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 1} dx.$$

2. Применяя метод подстановки, найти интегралы:

$$1) \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}x}}{\cos^2 x} dx; \quad 2) \int \cos^{11} 2x \cdot \sin 2x dx; \quad 3) \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}; \quad 4) \int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}; \quad 5) \int \frac{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{dx}{1+x}.$$

3. Применяя метод интегрирования по частям, найти интегралы:

$$1) \int x \ln x dx; \quad 2) \int (x^2 - 4x + 1)e^{-x} dx; \quad 3) \int \cos \ln x dx; \quad 4) \int x \cdot \operatorname{arctg}x \cdot dx; \quad 5) \int (e^x - \sin x)^2 dx.$$

#### Практическое занятие

#### Интегрирование рациональных функций.

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{dx}{(2x+3)^3}; \quad 2) \int \frac{dx}{2x^2+1}; \quad 3) \int \frac{x^4}{x-1} dx; \quad 4) \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx; \quad 5) \int \frac{x^5}{x^2+x-2} dx; \quad 6) \int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)} dx; \quad 7) \int \left( \frac{x}{x^2-3x+2} \right)^2 dx; \quad 8) \int \frac{dx}{x^5+x^4-2x^3-2x^2+x+1}; \quad 9) \int \frac{x dx}{x^3-1}; \quad 10) \int \frac{(x^2+5x+4)dx}{x^4+5x^2+4}; \quad 11) \int \frac{dx}{x^6+1}.$$

#### Практическое занятие

#### Интегрирование тригонометрических функций

Вычислить интегралы:

$$1) \int \sin^3 x \cdot \cos x dx; \quad 2) \int \operatorname{ctg}x \cdot dx; \quad 3) \int \cos^5 x dx; \quad 4) \int \operatorname{ctg}^3 x dx; \quad 5) \int \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 5x dx; \quad 6) \int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}; \quad 7) \int \frac{dx}{\sin x}; \quad 8) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}; \quad 9) \int \operatorname{tg}^5 x dx; \quad 10) \int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx; \quad 11) \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x}.$$

Практическое занятие **Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница**

1. Вычислить определенный интеграл:

$$1) \int_0^2 3x^2 dx; \quad 2) \int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2-9}; \quad 3) \int_2^3 \frac{2x^4-5x^2+3}{x^2-1} dx; \quad 4) \int_1^2 x \ln x dx; \quad 5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 x dx; \quad 6) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\cos x}.$$

2. Не вычисляя интегралов, установить, какой из интегралов больше:

$$1) \int_0^1 x dx \quad \text{или} \quad \int_0^1 x^2 dx; \quad 2) \int_{-2}^{-1} \left( \frac{1}{3} \right)^x dx \quad \text{или} \quad \int_{-2}^{-1} 3^x dx.$$

$$3. \text{Найти: } \int_0^2 f(x) dx, \text{ если } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x & \text{при } 1 < x \leq 2 \end{cases}.$$

4. Вычислить определенный интеграл:

$$1) \int_0^1 \arccos x dx; 2) \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx; 3) \int_0^1 x(2-x^2)^{12} dx; 4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 2x \sin 3x dx.$$

Практическое занятие **Приложение определенного интеграла.**

1. Найти площадь фигур, ограниченных кривыми: 1)  $y = x^2$ ;  $x = a$ ;  $x = b$ ;  $y = 0$ ; 2)

$$\begin{cases} x = 2 + 3 \cos t, \\ y = 3 + 2 \sin t. \end{cases}$$

3)  $y = \arccos x$ ;  $x = -1$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ ; 4)  $r = 1$ ;  $r = 3$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ; 5)  $r = 2 \cos \varphi$ ;  $r = 1$  (вне круга);

2. Вычислить длину дуги плоской кривой: 1)  $y = \frac{x^2}{2}$ ;  $x = 0$ ;  $x = 1$ ; 2)

$$y = \ln \sin x; x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2};$$

$$3) y = \operatorname{ch} x; x = 0; x = 1; 4) r = 1 - \cos \varphi; 5) \begin{cases} x = \frac{t^3}{3} - t \\ y = t^2 + 2 \end{cases}; t = 0; t = 3.$$

3. Вычислить объемы тел: 1) найти объем шара радиуса  $R$ .

2) Вычислить объем усеченного конуса с радиусами основания  $R$  и  $r$  и высотой  $h$ .

3) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью образованной вращением вокруг оси  $OX$  синусоиды от  $x = 0$  до  $x = \pi$ .

4)  $y = 2x - x^2$ ;  $y = 0$  вокруг оси  $OY$ .

Практическое занятие **Несобственные интегралы**

1. Вычислить несобственные интегралы: 1)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$ ; 2)  $\int_0^{+\infty} e^{-4x} dx$ ; 3)  $\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ ; 4)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 12}$ ;

5)  $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$ ; 6)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ . 2. Вычислить несобственные интегралы от неограниченных

функций: 1)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ; 2)  $\int_0^1 x \ln x dx$ ; 3)  $\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$ ; 4)  $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ ,  $\alpha > 0$ .

**Раздел 5. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной переменной**

Практическое занятие

**Функция нескольких переменных, ее область определения и график функции.**

1. Выразить площадь треугольника как функцию длин двух ее сторон  $x$ ,  $y$  при условии, что известен полупериметр треугольника  $p$ .

2. Выразить объем конуса как функцию его образующей  $l$  и высоты  $h$ . Указать область определения этой функции.

3. Дано  $f(x; y) = \frac{(x+y)^2}{2xy}$ . Найти: а)  $f(2; 3)$ , б)  $f\left(1; \frac{y}{x}\right)$ , в)  $f(x; -x)$ , г)  $f(0; y)$ .

4. Дано  $f(x; y; z) = \frac{x-y}{y-z}$ . Показать, что  $f(-x; -y; -z) = f\left(1; \frac{y}{x}; \frac{z}{x}\right) = f(x; y; z)$ .
5. Найти область определения следующих функций: 1)  $z = \sqrt{y \cdot \sin x}$ ; 2)  $z = x + \arccos y$ ; 3)  $z = \frac{1}{\sqrt{y - \sqrt{x}}}$ ;
- 4)  $z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - y^2}$ ; 5)  $u = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .
6. Найти семейство линий уровня функций: 1)  $z = xy$ ; 2)  $z = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$ .
7. Найти поверхности уровня: 1)  $u = x^2 + y^2 + z^2$ ; 2)  $u = \frac{x^2 + y^2 + 2z}{x^2 + y^2}$ .
8. Построить тело, ограниченное поверхностями:  $y + z = 2$ ;  $z = 0$ ;  $x^2 = y$ .
9. Написать аналитическое выражение функции  $z = f(x; y)$  так, чтобы ее область определения была: 1) заключена между параболлами  $y = x^2$ ;  $x = y^2$ ; 2) плоскость с выброшенной точкой  $A(2; -3)$ .

#### Практическое занятие

#### Частные производные и дифференциалы высших порядков.

1. Найти  $\frac{dz}{dt}$ , если: 1)  $z = x^2 + y^2 + xy$ ,  $\begin{cases} x = a \sin t \\ y = a \cos t \end{cases}$ ; 2)  $z = x^y$ ,  $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \sin t \end{cases}$ .
2. Дана  $z = f(x; y)$ ,  $x = X(u; v)$ ,  $y = Y(u; v)$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$ ,  $dz$ . 1)  $z = x^3 + y^3$ ,  $\begin{cases} x = uv \\ y = \frac{u}{v} \end{cases}$ ; 2)  $z = \sqrt{x+y}$ ,  $\begin{cases} x = u \cdot \operatorname{tg} v \\ y = u \cdot \operatorname{ctg} v \end{cases}$ .
3. Для заданной функции найдите требуемую производную: 1)  $z = \sin x \cdot \sin y$ ,  $d^2 z$ ;
- 2)  $z = xy + \sin(x+y)$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ; 3)  $z = \sin(x + \cos y)$ ,  $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ ; 4)  $z = \cos(ax + e^y)$ ,  $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ ; 5)  $u = x^3 \sin y + y^3 \sin x$ ,  $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ .
4. Проверить следующие равенства: 1)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $z = \varphi(x^2 + y^2)$ ; 2)  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ ,  $z = \frac{y^2}{3x} + \varphi(xy)$ .
5. Построить тело:  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ .
6. Показать, что функция  $u(x, t) = A \sin(at + \varphi) \sin \lambda x$ , удовлетворяет уравнению колебаний струны  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ .
7. Вычислить приближенно: 1)  $1,02^{4,07}$ ; 2)  $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$ ; 3)  $\sqrt{5e^{0,02} + 2,04^2}$ .

#### Практическое занятие № 6

#### Экстремумы функции двух переменных

1. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функции:  
 1)  $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$ ; 2)  $f(x, y) = 6x^2 - 7xy + 2y^2 + 6x - 3y$ ;

- 3)  $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$
2. Для данной функции найти наибольшее и наименьшее значение в замкнутой области  $D$ ;
- 1)  $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$ ;  $D: OX, OY, x + y = -5$ ; 2)  $z = x^2 + y^2$ ;  $D: 3|x| + 4|y| \leq 12$
- 3)  $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$ ;  $D$ : прямоугольник с вершинами  $A(4; -3), B(4; 2), C(1; 2), D(1; 3)$ .
4. Из всех прямоугольных параллелепипедов, имеющих данный объем, найти тот, полная поверхность которого наименьшая.
5. Представить положительное число  $a$ , в виде произведения трех положительных сомножителей так, чтобы их сумма была наименьшей.
6. На плоскости  $3x - 2z = 0$  найти точку, сумма квадратов расстояний которой от точек  $A(1, 1, 1), B(2, 3, 4)$  наименьшая.
7. В плоскости треугольника с вершинами  $A(x_1, y_1); D(x_2, y_2); C(x_3, y_3)$  найти точку, сумма квадратов расстояний которой до вершин треугольника является наименьшей.

### Практическое занятие №

#### Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному.

1. Вычислить двойной интеграл по заданной области:
- 1)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ ;  $D: y = x, e = 2, x = 0, y = 1$ ; 2)  $\int_D e^{x+\sin y} \cos y dx dy$ ;  $D: 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
- 3)  $\iint_D \sin(x+y) dx dy$ ;  $D: x = 0, y = x, y = \frac{\pi}{2}$ ; 4)  $\iint_D y \ln x dx dy$ ;  $D: xy = 1, y = \sqrt{x}, x = 2$ .
2. Изменить порядок интегрирования:
- 1)  $\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy$ ; 2)  $\int_0^1 dy \int_{e^x}^e f(x, y) dx$ ; 3)  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x-2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_4^6 dx \int_{\sqrt{x-2}}^2 f(x, y) dy$ .
3. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями:
- 1)  $x = y^2 - 2y, x + y = 0$ ; 2)  $y = 4x - x^2, y = 2x^2 - 5x$ .
4. Вычислить объем тела ограниченного поверхностями:
- 1)  $z = \frac{1}{2}y^2, 2x + 3y - 12 = 0, x = 0, z = 0$ ; 2)  $x + y + z = 6, 3x + 2y = 12, 3x + y = 6, z = 0, y = 0$ .
5. Вычислить и изобразить область: 1)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{1+\cos x} y^2 \sin x dy$ ; 2)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_{\cos x}^1 y^4 dy$ .

### Практическое занятие

#### Тройной интеграл. Замена переменной в тройном интеграле.

1. Найти объем тела: 1) тело № 1.; 2) тело № 2.; 3) тело № 3.; 4) тело № 4.
2. Вычислить тройной интеграл: 1)  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{(x+y+z)^3}$ ;  $1 \leq x \leq 2; 1 \leq y \leq 2; 1 \leq z \leq 2$ .
- 2)  $\iiint_V \frac{z \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1)}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} dx dy dz, x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ; 3)
- $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz, y^2 + z^2 = x^2; x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ .
3. Работа по группам, вычислить объем тела: 1 гр.  $z = 4 - x^2 - y^2; x = 1; z = 0$ ;
- 2 гр.  $y = \sqrt{9 - x^2}, z = 3y, z = 0$ ; 3 гр.  $x^2 + y^2 = 4y, z = y, z = 2y$ ; 4 гр.  $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{y}, x + z = 4, z = 0$ .
- 5 гр. Тело № 5.  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z, x^2 + y^2 = z^2$ .

### Раздел 6. Математический анализ: ряды

#### Практическое занятие

### Числовые ряды. Необходимый признак сходимости числовых рядов

1. Используя определение сходимости числовых рядов, определить поведение ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 19n + 90}; 4) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}$$

2. Применяя необходимый признак сходимости, определить расходимость ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n-3}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{n^2 + 2}\right)^{n^2}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{3n-1}{2n+3}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2 + 3n - 1}.$$

Практическое занятие.

### Признаки Даламбера и Коши

1. Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Даламбера:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5^{\frac{n}{2}}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}.$$

2. Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Коши:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n+1}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^n; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an}{n+1}\right)^n, a > 0.$$

Практическое занятие

### Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов

Исследовать на сходимость ряд, если ряд сходится установить условно или абсолютно.

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2\sqrt{n+1}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+1)}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{n(n+2)}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln 2; 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{2^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 - 1}{5 + 2n^2}; 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n \sqrt{\ln \ln n}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

Практическое занятие № 7

### Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора

- Разложить в ряд по степеням  $x$  функцию: 1)  $f(x) = 3^x$ ; 2)  $f(x) = e^{-2x}$ ; 3)  $f(x) = \sin^2 x$ .
- Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности указанной точки: 1)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x_0 = 2$ ; 2)

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}, x_0 = 2; 3) f(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x^3} - 1}{x}; 4) f(x) = \frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 3x - 4}{x^2 + x - 2}, x_0 = -1.$$

3. Практическое занятие № 8

### Приближенные вычисления с помощью степенных рядов

- Вычислить с точностью до 0,001: 1)  $e$ ; 2)  $\sin 9^\circ$ ; 3)  $\operatorname{ch} 0,3$ ; 4)  $\ln 3$ ; 5)  $\ln 0,98$ ; 6)  $\sqrt{123}$ ; 7)  $\sqrt[5]{1,1}$ .
- Найти: 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2 - 2x - x^2}{x - \sin x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1 - x}$ .
- Вычислить с точностью до 0,0001: 1)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx$ ; 2)  $\int_0^{0,5} x \ln(1+x^2) dx$ ; 3)  $\int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx$ .

### 6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

## 6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1 ОПК-8	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	студент: 1) правильно выполнил менее половины работы, 2) или допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3».
		Пороговый (удовлетворительно)	студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил при выполнении работы: 1) не более двух грубых ошибок, 2) или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, 3) или не более двух – трех негрубых ошибок, 4) или одной негрубой ошибки и двух недочетов, 5) или при отсутствии ошибок, но при наличии 4 – 5 недочетов.
		Базовый (хорошо)	студент выполнил работу полностью (т.е. решил задачи), но допустил в ней 1) не более одной ошибки, 2) или не более двух недочетов.
		Высокий (отлично)	студент 1) выполнил работу без ошибок и недочетов, 2) или допустил не более одного недочета.
УК-1 ОПК-8	Ответ на практическом занятии	Низкий (неудовлетворительно)	студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.
		Пороговый (удовлетворительно)	студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем, 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения, 3) излагает материал непоследователь-

			но, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
		Базовый (хорошо)	студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого
		Высокий (отлично)	1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи, 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи, 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение, 4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

## 6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет, экзамен.

### Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- Вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок.
- Показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами.
- Продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков.
- Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- Не раскрыто основное содержание учебного материала.
- Обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала.
- Допущены ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
- Не сформированы компетенции, умения и навыки.

### Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Критерии оценивания:

- 1) полнота и правильность решения задачи,
- 2) полнота и правильность ответа при решении задачи,
- 3) степень осознанности, понимания изученного,
- 4) языковое оформление ответа,



5) грамотное оформление решения.

Оценка «отлично» ставится, если

- 1) студент полно излагает материал, дает правильные определения, необходимые при решении задачи,
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания при решении задачи,
- 3) правильно решить задачу, грамотно оформить решение,
- 4) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1 – 2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1 – 2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знания и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определениях понятий, алгоритмах, формулировках правил, теорем,
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения,
- 3) излагает материал непоследовательно, допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не может решить задачу, обнаруживает незнание большей части вопроса соответствующего задаче или заданию, допускает ошибки в формулировках определений, теорем, правил, искажает их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к овладению последующим материалом.

### **6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины**

#### **Примеры устных вопросов по теме матрицы**

1. Дайте определение матрицы.
2. Перечислите виды матриц.
3. Дайте определение сумме, разности двух матриц.
4. Какие матрицы можно перемножать.

#### **Пример контрольной работы**

1. Исследовать совместность системы линейных уравнений. Если система совместна,

то решить её с помощью формул Крамера: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

2. Исследовать совместность системы линейных уравнений. Если система совместна, то с помощью метода Гаусса найти общее решение и указать одно частное решение:

ние: 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

3. Решить однородную систему уравнений: 
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$
4. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$  и  $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$ , если  $|\vec{p}| = 4$ ,  $|\vec{q}| = 1$ , угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  равен  $\frac{\pi}{4}$ .
5. Дана пирамида с вершинами  $A_1(7; 2; 4)$ ,  $A_2(7; -1; -2)$ ,  $A_3(3; 3; 1)$ ,  $A_4(-4; 2; 1)$ .  
Найдите:
- 1) угол между рёбрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
  - 2) объём пирамиды;
  - 3) длину высоты, опущенной на грань  $A_1A_2A_3$ .

## 7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

**Информационные технологии** – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Официальный сайт БГПУ;
- Корпоративная сеть и корпоративная электронная почта БГПУ;
- Система электронного обучения ФГБОУ ВО «БГПУ»;
- Система тестирования на основе единого портала «Интернет-тестирования в сфере образования [www.i-exam.ru](http://www.i-exam.ru)»;
- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий;

## 8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

## 9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

### 9.1 Литература

1. Баврин, И.И. Общий курс высшей математики: учеб. для студ. физ.-мат. спец. вузов / И. И. Баврин, В. Л. Матросов. - М.: Просвещение, 1995. - 462 с. (45)
2. Кудрявцев, В. А. Краткий курс высшей математики : учеб. пособие для естеств. спец. ун-тов / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. - 6-е изд. - М. : Наука, 1986. – 575 с. (8)
3. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный. - 4-е изд. - М. : Айрис Пресс, 2006. - 602 с. (16)

## **9.2 Базы данных и информационно-справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование» - <http://www.edu.ru>.
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - <http://www.window.edu.ru>.
3. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов - <http://fcior.edu.ru>.
4. Российский портал открытого образования - <http://www.openet.ru/University.nsf/>
5. Глобальная сеть дистанционного образования - <http://www.cito.ru/gdenet>.
6. Портал бесплатного дистанционного образования - [www.anriintern.com](http://www.anriintern.com)
7. Портал научной электронной библиотеки - <http://elibrary.ru/defaultx.asp>.

## **9.3 Электронно-библиотечные ресурсы**

1. Polpred.com Обзор СМИ/Справочник [http:// polpred.com/news](http://polpred.com/news).
2. ЭБС «Юрайт». - Режим доступа: <https://urait.ru>

## **10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА**

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащенные учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, с выходом в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office.

**Разработчик: Ланина С.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент.**

## **11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ**

**Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2020/2021 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры экономики, управления и технологии (протокол № 10 от «15» июня 2020 г.). В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: титульный лист	
Исключить: МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ	Включить: МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2021/2022 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. на заседании кафедры экономики, управления и технологии (протокол № 8 от «21» апреля 2021 г.).

**Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.**

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 уч. г. на заседании кафедры экономики, управления и технологии (протокол № 9 от «26» мая 2022 г.).

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры экономики, управления и технологии (протокол № 1 от 7 сентября 2022 г.). В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 2 № страницы с изменением: 27	
В Раздел 9 внесены изменения в список литературы, в базы данных и информационно-справочные системы, в электронно-библиотечные ресурсы. Указаны ссылки, обеспечивающие доступ обучающимся к электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам с сайта ФГБОУ ВО «БГПУ».	