Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Щёкина Вера Витальевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 10.1[illegible]02.2025 14:44
Уникальный программный ключ:
a2232a55157e576551a8999b1190892af539894204203 36ffbf573a434e57789

	МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Благовещенский государственный педагогический университет»
	ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА **Рабочая программа дисциплины**

УТВЕРЖДАЮ
И.о. декана физико-математического факультета ФГБОУ ВО «БГПУ»

_____О.А. Днепровская
«22» мая 2019 г.

Рабочая программа дисциплины
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)

Профиль
«ИНФОРМАТИКА»

Профиль
«МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Принята на заседании кафедры физического и математического образования
(протокол № _9_ от «15» мая 2019 г.)

Благовещенск 2019

СОДЕРЖАНИЕ

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА 3
2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 6
3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ) 8
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ 10
5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 12
6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА 20
7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ..... В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ 30
8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ 31
9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ 31
10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА 34
11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ 35

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель дисциплины: овладение классическими методами математики, как общенаучными; формирование систематических знаний основных определений, теорем, теорий из курса математики, алгоритмов и методов решения математических задач и задач, связанных с математическим моделированием; научное обоснование теорем, предложений и методов математики; изучение роли и места дисциплины в системе математических и естественных наук; формирование умений описывать математическим языком реальные физические процессы при решении задач.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части (части, формируемой участниками образовательных отношений) блока Б1 (Б1.О.22).

Дисциплина «Математический анализ» органично продолжает изучение математики, расширяет и углубляет математические знания студентов, развивает их умения, навыки решать математические и физические задачи.

1.3 Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций: УК-1, ПК-2:

- **УК-1.** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, **индикатором** достижения которой является:

- УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему.

- **ОПК-8.** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

- ОПК-8.3. Демонстрирует специальные научные знания в т.ч.в предметной области

-

- **ПК-2.** Способен осуществлять педагогическую деятельность по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования; **индикатором** достижения которой является:

- ПК-2.2 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, системой основных математических структур и методов.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения. В результате изучения дисциплины студент должен

- знать:

- основные понятия, утверждения и методы теории функций одной переменной: понятия функции одной переменной, области определения и множества значений функции, последовательности, предела, функции непрерывной в точке, на множестве; свойства основных элементарных функций, свойства функций, имеющей предел, методы вычисления пределов; свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке, алгоритм исследования функции на непрерывность;
- основные понятия, теоремы и алгоритмы дифференциального исчисления функций одной переменной: понятие производной, правила нахождения производных, таблицу производных основных элементарных функций, геометрический смысл производной функции в точке, дифференциала функции в точке, уравнение касательной, нормали, свойства дифференцируемых функций в точке и на отрезке, алгоритмы исследования функций на экстремум и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, алгоритм полного исследования функции и построения графика;
- основные понятия, теоремы и методы интегрального исчисления функций одной переменной: понятия неопределенный и определенный интеграл, их свойства, формулу Ньютона – Лейбница, методы интегрирования (с помощью таблицы, заменой переменной, по частям),

простейшие дроби и методы их интегрирования, приложения интегрального исчисления в геометрии;
- основные понятия, теоремы и методы теории функций нескольких переменных: понятия: функции 2-х, 3-х переменной, области определения, множества значений, графика функции 2-х переменных, линии уровня, поверхности уровня, предела функции, непрерывности функции в точке, частной производной первого и высших порядков, дифференциала первого и высших порядков, экстремума функции 2-х переменных, производной по направлению, градиента, экстремума функции 2-х переменных двойного и тройного интегралов, криволинейных интегралов I и II рода; свойства предела функции и функций, непрерывных в точке; уравнение касательной плоскости и нормали, алгоритмы нахождения производных высших порядков; алгоритмы нахождения экстремума функций двух переменных, наибольшего и наименьшего значений функции на компакте; свойства двойного и тройного интегралов, криволинейных интегралов I и II рода, методы их вычисления; алгоритм восстановления функции с помощью полного дифференциала;
- основные понятия, теоремы и применения теории рядов: понятия числового, функционального, степенного ряда, сходящегося и расходящегося рядов, абсолютно и условно сходящегося ряда, ряда Фурье; свойства сходящихся рядов; необходимый признак сходимости; достаточные признаки сходимости положительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, Коши, интегральный признак Коши; алгоритм разложения функции в степенной ряд; табличные степенные ряды, их применения; формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье; теорему Дирихле; алгоритмы разложения 2π, $2l$ – периодических, четных и нечетных функций в ряд Фурье;
- основные понятия и методы решения дифференциальных уравнений: понятия: дифференциального уравнения n-го порядка, первого порядка, решения, общего, частного, особого решений, изоклины, поля направлений, линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами, системы дифференциальных уравнений, нормальной системы дифференциальных уравнений, системы линейных дифференциальных уравнений; теорему существования и единственности решения задачи Коши; типы дифференциальных уравнений первого порядка; методы решений уравнений с разделяющимися переменными, с однородными функциями, в полных дифференциалах, линейных, Бернулли; типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка, методы их решения, методы решения линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами, методы решения системы дифференциальных уравнений, нормальной системы дифференциальных уравнений, системы линейных дифференциальных уравнений.

- уметь:
- находить область определения функции, строить графики функций с помощью графиков основных элементарных функций, находить пределы функций, используя основные правила и теоремы теории пределов, исследовать непрерывность функции;
- находить производную функции, дифференциал, составлять уравнение касательной и нормали к графику функции, приближенно вычислять значения функции, используя геометрический смысл дифференциала функции, проводить исследование монотонности функции, выпуклостей графика функции, находить асимптоты графика функции, проведя исследование функции, построить график, исследовать экстремальные свойства функции;
- находить неопределенные интегралы и вычислять определенные по таблице, заменяя переменную, по частям, от рациональной, тригонометрической, иррациональной функций, вычислять площадь, длину дуги кривой, объём тела вращения;
- находить и строить на чертеже область определения функции 2-х, 3-х переменных, вычислять пределы функции 2-х переменных, исследовать непрерывность функции 2-х переменных в точке,
- находить частные производные, дифференциалы,
- составлять уравнение касательной плоскости, нормали,

- исследовать экстремум функции 2-х переменных,
- находить наибольшее и наименьшее значения функции 2-х переменных на компакте,
- вычислять двойные, тройные, криволинейные интегралы,
- восстанавливать функцию с помощью криволинейного интеграла II рода;
- исследовать положительный и знакочередующийся ряды на сходимость,
- находить область сходимости степенного ряда,
- раскладывать функцию в ряд,
- приближенно вычислять значения функций и определенных интегралов,
- раскладывать в ряд Фурье 2π, $2l$ – периодических, четных и нечетных функций;
- определять порядок дифференциального уравнения,
- определять тип дифференциального уравнения, в соответствии с типом, выбирать метод решения дифференциального уравнения первого порядка,
- решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, с однородными функциями и приводящиеся к ним, в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, линейные, Бернулли,
- определять тип дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка, выбирать метод его решения и решать дифференциальное уравнений,
- решать линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального типа или производной правой частью,
- определить тип системы дифференциальных уравнений,
- решать нормальные системы дифференциальных уравнений методами: сведения к одному дифференциальному уравнению высшего порядка, интегрируемых комбинаций,
решать линейные системы дифференциальных уравнений методом Эйлера.

- владеть: умениями

- находить область определения функции, раскрывать неопределенности $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, 1^{∞}, вычислять пределы, исследовать непрерывность в точке;
- вычислять производную функции в точке, используя правила дифференцирования находить производную функции, приближенно вычислять значение функции, составлять уравнения касательной и нормали, исследовать экстремальные свойства функции и находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке;
- находить неопределенные интегралы и вычислять определенные по таблице, заменяя переменную, по частям, интегрировать простейшие дроби I, II, III типа, вычислять площадь криволинейной трапеции;
- находить область определения функции 2-х переменных, находить пределы функции 2-х переменных, применяя полярные координаты,
- находить частные производные,
- исследовать экстремум функции 2-х переменных,
- находить наибольшее и наименьшее значения на компакте,
- строить область интегрирования, вычислять повторные интегралы, двойные, криволинейные II рода;
- исследовать положительный и знакочередующийся ряды на сходимость,
- находить область сходимости степенного ряда,
- раскладывать функцию в ряд, приближенно вычислять значения функций и определенных интегралов,
- раскладывать в ряд Фурье 2π, $2l$ – периодические, четные и нечетные функции;
- отличать дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения,
- определять порядок дифференциального уравнения,

- решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, с однородными функциями, в полных дифференциалах, линейные, Бернулли, линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с правой частью квазимногочленом,
- решать нормальные системы дифференциальных уравнений методом сведения к одному дифференциальному уравнению высшего порядка, линейные системы дифференциальных уравнений методом Эйлера.

1.5 Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет 15 зачетных единиц (далее – ЗЕ) (540 часов):

№	Наименование раздела	Курс	Семестр	Кол-во часов	ЗЕ
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	1	1	90	2,5
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал	1	1	54	1,5
3.	Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	1	2	54	1,5
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	1	2	90	2,5
5.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	3	108	3
6.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	2	3	36	1
7.	Ряды	2	4	36	1
8.	Дифференциальные уравнения	3	5	72	2

Программа предусматривает изучение материала на лекциях и практических занятиях. Предусмотрена самостоятельная работа студентов по темам и разделам. Проверка знаний осуществляется фронтально, индивидуально.

1.6 Объем дисциплины и виды учебной деятельности

Объем дисциплины и виды учебной деятельности (очная форма обучения)

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр1	Семестр2	Семестр3	Семестр4	Семестр5
Общая трудоемкость	**540**	**144**	**144**	**108**	**72**	**72**
Аудиторные занятия	216	54	54	36	36	36
Лекции	86	22	22	14	14	14
Практические занятия	130	32	32	22	22	22
Самостоятельная работа	216	54	54	36	36	36
	-	экзамен	экзамен	экзамен	зачет	Зачет

Вид итогового контроля	108	36	36	36		

2 УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Учебно-тематический план I семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	62	14	22	26
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал	46	8	10	28
	Экзамен	36			
ИТОГО		**144**	**22**	**32**	**54**

Учебно-тематический план II семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
3.	Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	36	6	10	20
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	72	16	22	34
	Экзамен	36			
ИТОГО		**144**	**22**	**32**	**54**

Учебно-тематический план III семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
5.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	40	8	12	20
6.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	32	6	10	16
	Экзамен	36			
ИТОГО		**108**	**14**	**22**	**36**

Учебно-тематический план IV семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
7.	Ряды	72	14	22	36
	Зачёт				
ИТОГО		**72**	**14**	**22**	**36**

Учебно-тематический план V семестр

№	Наименование тем (разделов)	Всего часов	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	
8.	Дифференциальные уравнения	72	14	22	36
	Зачёт				
ИТОГО		**72**	**14**	**22**	**36**

Интерактивное обучение по дисциплине

№	Наименование тем (разделов)	Вид занятия	Форма интерактивного занятия	Кол-во часов
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	5
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	1,5
3.	Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	8
5.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Практическое занятие	Работа в парах, по группам, индивидуальная работа студента с отчетом преподавателю	4,5
6.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	2
7.	Ряды	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	3
8.	Дифференциальные уравнения	Практическое занятие	Работа в парах, по группам	7
ИТОГО				**35**

3 СОДЕРЖАНИЕ ТЕМ (РАЗДЕЛОВ)

Тема 1. Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность

Множество действительных чисел. Ограниченные, неограниченные множества. Промежутки. Точная верхняя и точная нижняя грани ограниченного множества, их существование.

Отображения. Действительная функция действительной переменной. Свойства функций. Сложная функция. Обратная функция.

Предел функции в точке. Свойства функции, имеющей предел в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности и бесконечный предел. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел суммы, произведения, частного. Предельный переход в неравенствах. Предел сложной функции. Первый замечательный предел. Число e. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность элементарных функций. Предельный переход под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал

Производная функции, её геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции в точке. Связь между непрерывностью функции и существованием производной. Правила дифференцирования функции. Производные основных элементарных функций. Дифференцируемость функции. Критерий дифференцируемости функции в точке. Дифференциал функции в точке, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения и частного, сложной функции. Инвариантность формы записи дифференциала. Параметрически заданные функции, их дифференцирование. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 3. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной

Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке. Максимум и минимум. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Полное исследование функций и построение графиков функций.

Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование по частям. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование простейших иррациональных функций, биномиальный дифференциал. Интегрирование простейших трансцендентных функций.

Интегрируемость функции и определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функций. Некоторые классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и заменой переменной под знаком определенного интеграла. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела. Вычисление длины гладкой дуги.

Несобственные интегралы I и II рода, их свойства. Сходимость несобственных интегралов. Геометрический смысл несобственных интегралов.

Тема 5. Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Понятие функций 2-х, 3-х переменных. График функции двух переменных. Предел и непрерывность функций 2-х, 3-х переменных. Частные производные функций нескольких переменных, из геометрический смысл. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференциал и дифференцируемость функции нескольких переменных; геометрический смысл полного дифференциала. Дифференцируемость сложной функции, инвариантность формы записи полного дифференциала. Дифференцирование неявно заданных функций. Производная по направлению; градиент; производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных.

Тема 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Двойной интеграл, его свойства, методы вычисления, применения в геометрии. Тройной интеграл, его свойства, методы вычисления, применения в геометрии. Криволинейные интегралы I и II рода, их свойства, методы вычисления, некоторые применения.

Тема 7. Ряды

Числовые ряды: Основные понятия теории числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши). Знакочередующиеся ряды; теорема Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Степенные ряды: Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда. Радиус, интервал сходимости. Область сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенной ряд; ряд Тейлора. Некоторые применения степенных рядов.

Ряды Фурье: Тригонометрический ряд Фурье. Разложение 2π-периодической функции в ряд Фурье (теорема Дирихле, разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций). Разложение $2l$-периодической функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода; представление непериодической функции рядом Фурье.

Тема 8. Дифференциальные уравнения

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения n-го порядка: основные понятия и общие свойства. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью. Основные понятия теории систем линейных дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Интегрирование систем дифференциальных уравнений.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Данные рекомендации предназначены для студентов физико-математического факультета направления подготовки бакалавра «44.03.05 Педагогическое образование» профиль «Математика», профиль «Информатика».

Процесс обучения указанной дисциплине преследует следующие **цели**:

- ознакомить студентов с основными понятиями математического анализа, методами решения задач, относящимися к математическому анализу,

- научно обосновать теоремы и предложения курса,

- в комплексе с другими математическими дисциплинами продолжить развитие математической культуры логических рассуждений и правильной устной и письменной математической речи.

В результате изучения дисциплины студент **должен иметь представление** о месте и роли математического анализа в истории науки, в современной математике, об использовании методов математического анализа в физике и других естественных науках; **должен знать** основные понятия, теоремы курса, виды моделей и способы их построения, предлагаемые этой дисциплиной, методы решения основных типов задач; **должен уметь** находить пределы функций одной и нескольких переменных, в том числе и комплексных функций, дифференцировать, интегрировать функции одной и нескольких переменных, в том числе комплексные функции, исследовать сходимость числовых рядов, раскладывать функции в ряды Тейлора и Фурье, решать дифференциальные уравнения и их системы.

Теоретический материал курса представлен планом лекционных занятий с указанием вопросов, рассматриваемых на каждой лекции.

Учебно-методические материалы по подготовке практических занятий содержат планы проведения занятий с указанием последовательности рассматриваемых тем, задания для решения в группе и задания для самостоятельной работы.

В рабочей программе представлен примерный вариант контрольных и самостоятельных работ, которые позволяет проверить уровень усвоения изученного материала.

Рабочая программа содержит программы зачета и экзамена, которые позволят наиболее эффективно организовать подготовку к ним. При подготовке к занятиям, зачету и экзамену студенты могут использовать литературу, приведенную в рабочей программе.

Подготовку к зачету или экзамену наиболее рационально осуществлять путем повторения и систематизации курса с помощью кратких конспектов. При работе с теоретическим материалом студент должен уяснить наиболее важные идеи каждой темы, уметь пользоваться основными понятиями и утверждениями (знать их формулировки, демонстрировать их использование на примерах, понимать условия применения и т.д.). Как правило, каждая тема, изученная в рамках курса, содержит ряд основных задач, приемами и методами решения которых должен владеть студент.

Изучать материал рекомендуется по плану, представленному в плане лекций (см. выше). После изучения теоретических основ каждой темы рекомендуется выполнить задания из практического занятия.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование раздела (темы)	Формы/виды самостоятельной работы	Количество часов, в соответствии с учебно-тематическим планом
1.	Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	26
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал	Домашнее задание Подготовка к экзамену	28
3.	Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	20
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	Домашнее задание Контрольная работа	34

		Подготовка к экзамену	
5.	Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к экзамену	20
6.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Домашнее задание Подготовка к экзамену	16
7.	Ряды	Домашнее задание Подготовка к зачёту	36
8.	Дифференциальные уравнения	Домашнее задание Подготовка к зачёту	36
	ИТОГО		**216**

5 ПРАКТИКУМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

I СЕМЕСТР

Тема 1. Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность

Практическое занятие 1. Действительные числа. Ограниченные множества. Модуль действительного числа

1. Укажите множества, ограниченные сверху, снизу, просто ограниченные. Найдите точную нижнюю, верхнюю грани.
2. Изобразите на числовой прямой множества чисел, удовлетворяющих неравенствам.
3. Решите уравнения с модулем.
4. Решите неравенства с модулем.

Практическое занятие 2, 3. Последовательности, их свойства. Предел последовательности

1. Для перечисленных последовательностей, найдите первые четыре члена последовательности $\{x_n\}$.
2. Найдите общий член последовательности x_n, если заданы первые несколько членов этой последовательности.
3. Какие из следующих последовательностей ограничены сверху? ограничены снизу? ограничены?
4. Исследуйте монотонность и ограниченность последовательностей.
5. Найдите последовательности $\{x_n \pm y_n\}$, $\{x_n \cdot y_n\}$, $\left\{\dfrac{x_n}{y_n}\right\}$.
6. Найдите последовательность $\{\alpha x_n + \beta y_n\}$.
7. Работа в парах: применяя правила нахождения пределов, вычислите пределы.

Практическое занятие 4. Предел функции. Раскрытие неопределённостей:

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty.$$

1. Докажите, используя определение.
2. Работа в парах: вычислить пределы, применяя правила и раскрывая неопределённости.

Практическое занятие 5. Первый замечательный предел

Работа в парах: применяя первый замечательный предел, вычислить пределы.

Практическое занятие 6. Второй замечательный предел

Работа в парах: применяя второй замечательный предел, вычислить пределы.

Практическое занятие 7. Вычисление пределов с помощью сравнения бесконечно малых

Работа в парах: применяя таблицу эквивалентных бесконечно малых величин, вычислить пределы.

Практическое занятие 8. Методы вычисления пределов

Применяя различные методы, вычислить пределы.

Практическое занятие 9, 10. Непрерывность функции

1. Найдите приращение функции $f(x)$ в заданной точке.
2. Используя определение, докажите непрерывность функции $f(x)$ в точке x_0, принадлежащей области определения.
3. Исследуйте непрерывность функции и постройте её график.
4. Исследуйте непрерывность функции в указанной точке.
5. Используя свойства непрерывных функций, докажите непрерывность функций на множестве действительных чисел.
6. Исследуйте функции на непрерывность на отрезках.

Работа по группам: исследование непрерывности функции, поиск точек разрыва (задания 3, 4, 5).

Практическое занятие 11. Контрольная работа «Предел функции. Непрерывность функции»

Индивидуальная письменная работа студента с отчетом преподавателю.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–303 с.
3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 608 с.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал

Практическое занятие 1, 2. Производная и дифференциал функции

I. Работа в парах: найдите производные и дифференциалы следующих функций.
II. Найдите значение производной в указанной точке:
III. Найдите производную неявно заданной функции:

Практическое занятие 3. Производная неявно заданной функции. Геометрический смысл производной и дифференциала функции. Касательная и нормаль к кривой

1. Найдите производные неявно заданных функций.
2. Найдите производную неявно заданной функции в точке.
3. Работа в парах: напишите уравнение касательной и нормали к кривой в заданной точке.
4. Найдите точки, в которых касательная к графику заданной функции, параллельна указанной прямой.
5. Найдите угол, под которым пересекаются кривые.
6. Вычислите приближённо значения функций, применяя геометрический смысл дифференциала функции.

Практическое занятие 4, 5. Дифференцирование сложной и неявно заданной функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности

1. Найдите производную $\frac{dz}{dt}$ сложной функции.
2. Найдите частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ и полный дифференциал dz сложной функции.

3. Найдите производную $y'(x)$ неявно заданной функции.

4. Составьте уравнение касательной и нормали к кривой, заданной неявно уравнением $F(x;y)=0$ в точке $M_0(x_0;y_0)$.

5. Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке.

6. К поверхности проведите касательные плоскости, параллельные заданной плоскости.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с.

2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–303 с.

3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.

4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.

5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.1. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 608 с.

II семестр

Тема 3. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной

Практическое занятие 1, 2. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем. Правило Лопиталя

1. Найдите производные и дифференциалы указанных порядков.

2. Проверьте справедливость теоремы Ролля для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение *c*, если оно существует.

3. Проверьте справедливость теоремы Лагранжа для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение *c*, если оно существует.

4. Найдите точку, в которой касательная к кривой параллельна хорде, соединяющей заданные точки.

5. Работа в парах: найдите пределы, используя правило Лопиталя

Практическое занятие 3, 4. Исследование функций с помощью производных и построение графиков функций

1. Найдите интервалы возрастания, убывания функций. Исследуйте функцию на экстремум.

2. Найдите интервалы выпуклости и точки перегиба следующих графиков функций.

3. Найдите асимптоты графиков функций.

4. Работа в парах: проведите полное исследование следующих функций и постройте их графики.

5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.

Практическое занятие 5. Контрольная работа «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Индивидуальная, письменная работа студента с отчетом преподавателю.

Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

Практическое занятие 1. Первообразная и неопределённый интеграл.

Работа в парах: найдите интегралы, применяя таблицу неопределённых интегралов.

Практическое занятие 2. Интегрирование заменой переменной и по частям неопределённых интегралов

I. Используя надлежащую замену, найдите интегралы.

II. Используя метод интегрирования по частям, найдите интегралы.
Работа в парах: нахождение неопределенных интегралов.

Практическое занятие 3, 4. Интегрирование рациональных функций

1. Представить рациональную функцию в виде суммы простейших дробей.
2. Работа в парах: найти неопределённые интегралы.

Практическое занятие 5. Интегрирование тригонометрических функций

Работа в парах: найти интегралы.

Практическое занятие 6. Интегрирование иррациональных функций

Работа в парах: найти интегралы.

Практическое занятие 7. Определённый интеграл

1. Укажите функции, неинтегрируемые по Риману и интегрируемые по Риману на данном промежутке.
2. Вычислите определённый интеграл:
3. Используя замену переменной, вычислите определённый интеграл.
4. Интегрируя по частям, вычислите определённый интеграл.

Практическое занятие 8, 9. Геометрические и физические приложения определённого интеграла

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми.
2. Найдите длину кривой, заданной уравнением.
3. Найдите объём тела, полученного при вращении криволинейной трапеции, ограниченной кривыми относительно оси *Ox*.
4. Скорость тела меняется по заданному закону. Какой путь пройдёт тело за 10 с? Чему равна средняя скорость движения тела?
5. Скорость автобуса при торможении изменяется по указанному закону. Какой путь пройдёт автобус от начала торможения до полной остановки.
6. Найдите координаты центра тяжести однородной дуги.

Выступление студентов с решенными задачами.

Практическое занятие 10. Несобственные интегралы

1. Исследовать сходимость несобственных интегралов.
2. Используя определение и свойства, исследовать сходимость несобственных интегралов.
3. Вычислить несобственные интегралы.

Работа в парах: исследование сходимости несобственных интегралов (задачи 1, 2, 3).

Практическое занятие 11. Контрольная работа «Интегрирование функций одной переменной»

Индивидуальная, письменная работа студента с отчетом преподавателю.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. Вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 1. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005.–303 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.1. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 608 с.

III семестр

Тема 5. Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Практическое занятие 1. Функции 2-х, 3-х переменных: область определения, график, линии уровня, поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных

1. Дана функция. Найдите значения функции в заданных точках.
2. Найдите и изобразите на плоскости области определения функций.
3. Изобразите на плоскости линии уровня функции.
4. Изобразите в пространстве поверхности уровня функции.
5. Найдите пределы функций или покажите, что они не существуют.
6. Исследовать на непрерывность функцию в заданной точке.

Работа в парах: нахождение области определения и вычисление пределов (задания 2, 5).

Практическое занятие 2. Частные производные функции. Полный дифференциал функции и его геометрический смысл

1. Найдите частные и полное приращения функции в точке.
2. Работа в парах: найдите частные производные и полный дифференциал следующих функций.
3. Вычислите приближенно значения, используя геометрический смысл полного дифференциала функции.

Практическое занятие 3. Дифференцирование сложной и неявно заданной функций. Касательная плоскость и нормаль к поверхности

1. Найдите производную $\frac{dz}{dt}$ сложной функции.
2. Найдите частные производные $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ и полный дифференциал dz сложной функции.
3. Найдите производную $y'(x)$ неявно заданной функции.
4. Составьте уравнение касательной и нормали к кривой, заданной неявно уравнением $F(x;y)=0$ в точке $M_0(x_0;y_0)$.
5. Составьте уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке.
6. К поверхности проведите касательные плоскости, параллельные плоскости.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 4. Производная по направлению. Градиент. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

1. Найдите дифференциалы dz и d^2z для следующих функций.
2. Найдите производную функции в точке в направлении, составляющем с осью *Ox* угол α. Определить направление максимального роста функции в точке.
3. Даны: функция, точка и вектор. Найдите: 1) $\overline{grad}z(A)$, 2) $\frac{\partial z}{\partial \vec{a}}(A)$
4. Найдите производную функции в точке в направлении к точке.
5. Найдите направление максимального роста функции в точке. Найдите наибольшее из значений производных по разным направлениям в точке *A*.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 5. Экстремум функции двух переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на компакте

1. Найти экстремум функции
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на компакте.
3. Дана система, состоящая из 6 точек, координаты, которых указаны в таблице

X						
Y	0					

Требуется построить прямую с уравнением $y = ax + b$ так, чтобы она отличалась как можно меньше от данной системы точек в смысле наименьших квадратов.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 6. Контрольная работа «Дифференцирование функций нескольких действительных переменных»

Индивидуальная, письменная работа студента с отчетом преподавателю

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. Вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.2. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 800 с.

Тема 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Практическое занятие 1, 2. Двойной интеграл

1. Выяснить какие функции интегрируемы, а какие - нет.
2. Вычислить двойные интегралы, переходя к повторным.
3. Переходя к полярным координатам, вычислите двойные интегралы.
4. Заменяя переменные, вычислите двойные интегралы.

Работа по группам: вычисление двойных интегралов разными способами.

Практическое занятие 3. Тройной интеграл

1. Различными способами расставьте пределы интегрирования в тройном интеграле.
2. Вычислите тройной интеграл, приведя его к повторному.
3. Вычислите тройной интеграл, применяя цилиндрические или сферические координаты.
4. Вычислите объём тела.

Работа по группам: вычисление тройных интегралов разными способами.

Практическое занятие 4. Криволинейный интеграл I и II рода

1. Вычислите криволинейные интегралы I рода.
2. Вычислите длину дуги кривой.
3. Вычислите криволинейные интегралы II рода, приводя его к определенному.
4. Вычислите криволинейный интеграл II рода, используя формулу Грина.
5. Вычислите площадь ограниченной фигуры.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 5. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по её полному дифференциалу

1. Найдите первообразную функцию.
2. Вычислите криволинейный интеграл, прежде найдя первообразную функцию.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. Вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. Шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.

IV семестр

Тема 7. Ряды

Практическое занятие 1. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Сравнение положительных рядов.

1. Написать четыре первых члена ряда.
2. Найти общий член ряда.
3. Найти сумму ряда.
4. Исследовать ряды на сходимость с помощью необходимого признака.
5. Исследовать сходимость рядов, применяя признак сравнения.

Практическое занятие 2, 3. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости

1. Пользуясь признаком Даламбера, исследовать сходимость рядов.
2. Пользуясь признаком Коши, исследовать сходимость рядов.
3. Используя интегральный признак Коши, исследовать сходимость рядов.

Практическое занятие 4. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимости.

1. Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряды.
2. Сколько первых членов ряда достаточно взять, чтобы получить приближенное значение его суммы с точностью до 10^{-2}.
3. Оценить погрешность, допускаемую при замене суммы ряда суммой его 1000 членов.

Практическое занятие 5, 6. Область сходимости функционального ряда. Промежуток сходимости степенного ряда

1. Найти область сходимости и абсолютной сходимости функционального ряда.
2. Найдите интервал сходимости и промежуток сходимости степенного ряда.

Практическое занятие 7. Разложение функции в ряд Тейлора

Разложите функцию в ряд Тейлора в окрестности указанной точки.

Практическое занятие 8. Применения степенных рядов

1. Вычислите с заданной точностью значение функции.
2. Вычислите пределы.
3. Вычислите определённые интегралы с заданной точностью.

Практическое занятие 9, 10. Ряд Фурье для 2π-периодической функции. Ряд Фурье для $2l$-периодической функции

1. Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке $(-\pi; \pi)$.
5. Разложить функцию в ряд Фурье на промежутке $(-l; l)$.

Работа по группам: решение задач в группах и доклад решения у доски.

Практическое занятие 11. Разложение функции в ряд Фурье по косинусам и по синусам

1. Разложите функцию на промежутке $(-\pi; 0)$ или на промежутке $(0; \pi)$ по косинусам, по синусам или в ряд общего вида.

Работа в группах: решение задач.

Литература

1. Баврин, И.И. Математический анализ: учебник для ст-тов пед. вузов / И.И. Баврин. – М.: Высш. шк., 2006. – 326 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов. – В 2-х ч. Ч. 2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: ОНИКС21век. Изд-во «Мир и образование», 2005. – 415 с.
3. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель, 2006. – 558 с.

4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2019. – 608 с.
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – В 3-х т. Т.2. / Г.М. Фихтенгольц. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 672 с.

V семестр

Тема 8. Дифференциальные уравнения

Практическое занятие 1, 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения

1. Решить дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Решить однородные дифференциальные уравнения или уравнения к ним приводящиеся.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 3. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли

Найти решения линейного дифференциальных уравнений первого порядка или уравнения Бернулли.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 4, 5. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Уравнения, не разрешённые относительно производной

1. Решить дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
2. Проинтегрировать дифференциальные уравнения, приведя их к уравнениям в полных дифференциалах.
3. Определив тип уравнения, неразрешённого относительно производной, решить его.

Работа в парах: решение задач.

Практическое занятие 6, 7. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

1. Решить Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка.
2. Определить фундаментальную систему решений и общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Решить предложенную краевую задачу или задачу Коши.
2. Решить однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида

Решить линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью специального вида.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 9. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью.

Решить линейные неоднородные дифференциальные уравнения с произвольной правой частью.

Работа по группам: решение задач с докладом у доски.

Практическое занятие 10, 11. Системы дифференциальных уравнений

1. Решить систему дифференциальных уравнений методом сведения к дифференциальному уравнению высшего порядка.
2. Решить систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций.
3. Решить систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Работа в парах: решение задач.

Литература

1. Григорьев, М.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учебное пособие / М.П. Григорьев и др. – М.: Вузовская книга, 2006. – 248 с.
2. Демидович, В.П., Дифференциальные уравнения: Учебное пособие / В.П. Демидович, В.П. Моденов. – СПб.: «Иван Федоров», 2003 – 280 с.
3. Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 2 курс. / К.Н. Лунгу, В.П. Норин, Д.Т. Письменный, Ю.А. Шевченко, С.Н. Федина – М.: Айрис-пресс, 2004. – 592 с.
4. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2005. – 608 с.
5. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. / А.Ф. Филиппов – М.: Наука, 1979. – 96 с.

6 ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ (САМОКОНТРОЛЯ) УСВОЕННОГО МАТЕРИАЛА

6.1 Оценочные средства, показатели и критерии оценивания компетенций

Индекс компетенции	Оценочное средство	Показатели оценивания	Критерии оценивания сформированности компетенций
УК-1, ПК-2 ОПК-8	Домашнее задание	Низкий (неудовлетворительно)	Студент не выполнил домашнее задание или нет ни одной задачи, которую он решил правильно.
		Пороговый (удовлетворительно)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 50 % задач, другие задачи не решены или решены с логическими ошибками, ошибками, свидетельствующими о незнании теоретического материала по теме.
		Базовый (хорошо)	Студент правильно решил и корректно обосновал ответ в 80 % задач, другие задачи не решены или решены ошибками.
		Высокий (отлично)	Студент правильно решил и грамотно обосновал ответы в задачах, предложенных для домашнего рассмотрения.
УК-1, ПК-2 ОПК-8	Контрольная работа	Низкий (неудовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений менее 60 %
		Пороговый (удовлетворительно)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 61-75 %
		Базовый (хорошо)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 76-84 %
		Высокий (отлично)	Количество правильно решённых задач и обоснованных решений от 85-100 %

6.2 Промежуточная аттестация студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация является проверкой всех знаний, навыков и умений студентов, приобретённых в процессе изучения дисциплины. Формой промежуточной аттестации по дисциплине является в I, II, III семестрах экзамен, в IV и V семестрах – зачёт.

Для оценивания результатов освоения дисциплины применяется следующие критерии оценивания.

Критерии оценки за устный ответ на экзамене

Оценка «5» (отлично) ставится, если:

1. полно раскрыто содержание материала билета;
2. материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, точно используется терминология;
3. показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации;
4. продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость компетенций, умений и навыков;
5. ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов;
6. допущены одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию.

Оценка «4» (хорошо) ставится, если:

ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

1. в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа;
2. допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию экзаменатора;
3. допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию экзаменатора.

Оценка «3» (удовлетворительно) ставится, если:

1. неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;
2. имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
3. при неполном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность компетенций, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.

Оценка «2» (неудовлетворительно) ставится, если:

1. не раскрыто основное содержание учебного материала;
2. обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
3. допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.
4. не сформированы компетенции, умения и навыки.

Критерии оценивания устного ответа на зачете

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если:

- вопросы раскрыты, изложены логично, без существенных ошибок, показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, продемонстрировано усвоение ранее изученных вопросов, сформированность компетенций, устойчивость используемых умений и навыков. Допускаются незначительные ошибки.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если:

- не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; допущены

ошибки в определении понятий, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; не сформированы компетенции, умения и навыки.

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

I семестр

Тема 1. Функции одной переменной: теория пределов и непрерывность

Домашнее задание по теме: «Действительные числа. Ограниченные множества. Модуль действительного числа»

1. Укажите множества ограниченные сверху, снизу, просто ограниченные. Найдите точную нижнюю, верхнюю грани:

1) $\left\{\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}$; 2) $[-10;18)$; 3) $(-\infty;100)$; 4) $\left\{\left(\frac{1}{7}\right)^n\right\}$; 5) $\left\{\frac{1}{n}\right\}$;

6) $\{(-5)^n\}$; 7) $\{n+n^2\}$; 8) $[13;+\infty)$; 9) $\{-2^n\}$.

2. Изобразите множества чисел, удовлетворяющих следующим неравенствам на числовой прямой:

1) $|x|\ge 1$; 2) $|x|<-3$; 3) $|x|\le 15$; 4) $|x|>7$; 5) $|x+1|>2$;

6) $|x-5|<6$; 7) $|x+10|\ge 1$; 8) $|4+x|>-9$.

3. Решите уравнения: 1) $2|x-4|=\frac{x}{4}$; 2) $\frac{|x+2|}{|x-2|+4}=1$; 3) $|2x+3|=x^2$.

4. Решите неравенства:

1) $|4+x|+|x-4|<12$; 2) $|x^2-3|<12$; 3) $|x^2+3x|>x$; 4) $|2-x|\le 0$; 5) $|x^2-6x+4|\ge 4$.

Контрольная работа «Предел функции. Непрерывность функции»

0 вариант

1. Найти область определения функции $f(x)=\arccos\frac{x-4}{2}+\lg(3^x-1)$.

2. Исследовать на монотонность последовательность $\left\{\frac{2n-3}{n-2}\right\}$.

3. Используя определение предела, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{9}{n-1}=0$.

4. Вычислить пределы

1) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$, 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^5-2x+4}{2x^4+3x^2+1}$, 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x+8}\right)^{-3x}$, 4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 8x}{3x^2}$.

5. Исследовать на непрерывность и определить характер точек разрыва

$$\varphi(x)=\begin{cases}-\frac{4}{x}, & x<0,\\ 2, & 0\le x<2\pi,\\ \pi-x, & x\ge 2\pi.\end{cases}$$

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: производная и дифференциал

Домашнее задание по теме «*Производная и дифференциал функции*»

1. Найти производные следующих функций:

1) $y=2x^3+17x^2+4x+8$, 2), 3) $y=\sqrt[6]{x^3}+\sqrt[18]{x^6}$

4) $y=\sqrt[8]{x^{64}}$, 5) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}-\dfrac{2}{x^3}+\sqrt{7}\cdot x$, 6) $y=-\operatorname{ctg}x$,

7) $y=\cos^2 x+\sin^6 x$, 8) $y=\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x+\sin 2x+\cos 4x$, 9) $y=\dfrac{\cos x}{\operatorname{ctg}x-\sin x}$,

10) $y=\operatorname{tg}x-x+\sqrt[8]{x^{-4}}$, 11) $y=\sin\dfrac{x}{5}+\operatorname{ctg}\dfrac{x}{10}+\cos\dfrac{x}{15}-\operatorname{tg}\dfrac{x}{20}$, 12) $y=(2x+3)^{48}$,

13) $f(t)=\dfrac{1+e^t}{1-e^t}$, 14) $u(v)=\dfrac{21^v}{1+21^v}$, 15) $z=\left(\sqrt{y}+1\right)\cdot\arcsin y$,

16) $y=x^3\cdot\log_2 x$, 17) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$, 18) $y=\log_2\left(2x^3+3x^2\right)$,

19) $y=3^{\sin^2 2x+4\sin 4x}$, 20) $y=14\arccos\dfrac{x+1}{2}+\dfrac{(3x-19)\cdot\sqrt{3-2x-x^2}}{2}$,

21) $y=\dfrac{\ln\left(x^2+2\right)}{2}+\dfrac{2-x}{4\left(x^2+2\right)}-\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{\sqrt{2}}$, 22) $y=x^{\ln x}$, 23) $y=\left(x^2+1\right)^{\sqrt{x}}$, 24) $y=x^{\operatorname{arctg}x}$.

2. Найдите значение производной в указанной точке:

1) $y=x^2\cdot e^x$, $x_0=-1$, 2) $y=\sqrt{x}$, $x_0=4$, 3) $y=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^6}$, $x_0=2$.

III. Найдите производную неявно заданной функции:

1. $\begin{cases} x=t^3, \\ y=3t, \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x=\cos^3 t, \\ y=\sin^3 t, \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x=e^t\sin t, \\ y=e^t\cos t. \end{cases}$

Программа экзамена (I семестр)

I. Функции одной действительной переменной. Теория пределов функции одной действительной переменной

1. Числовые множества (**N**, **Z**, **Q**, **R**). Ограниченные числовые множества, границы и грани.
2. Модуль действительного числа, его свойства.
3. Понятие функции. Свойства функций. Числовая последовательность как частный случай функции. Основные элементарные функции, их свойства.
4. Предел функции в точке и на бесконечности. Предел последовательности. Геометрический смысл понятий «предел функции», «предел последовательности».
5. Свойства функций, имеющих предел (единственность предела; ограниченность функции, имеющей предел; сохранение функцией в которой окрестности точки знака предела) (2 теоремы с доказательством).
6. Односторонние пределы функции (определения левостороннего и правостороннего пределов функции в точке, критерий существования предела функции).
7. Бесконечно малые функции, их свойства.
8. Бесконечно большие функции, их свойства.
9. Основные теоремы о пределах:
- теорема, устанавливающая связь между функцией, пределом и бесконечно малой величиной;
- предел постоянной величины;
- предел суммы, произведения и частного, следствия этих теорем;
- теорема о пределе сложной функции;
- теорема о пределе промежуточной функции.
10. Первый замечательный предел, его следствия.
11. Число е. Второй замечательный предел, его следствия.

12. Сравнение бесконечно малых (определения, теорема об эквивалентных бесконечно малых). Таблица эквивалентный бесконечно малых величин.

II. Непрерывность функции одной действительной переменной

1. Понятие непрерывной функции в точке и на промежутке.
2. Свойства функций непрерывных в точке:
- непрерывность суммы, произведения и частного двух непрерывных функций;
- непрерывность сложной функции;
3. Непрерывность основных элементарных функций.
4. Свойства функций, непрерывных на отрезке (I и II теоремы Больцано – Коши, I и II теоремы Вейерштрасса).
5. Односторонняя непрерывность, точки разрыва, их классификация.

III. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной

1. Понятие производной, её механический и геометрический смысл.
2. Связь между непрерывностью и существованием производной функции в точке.
3. Правила дифференцирования: производная суммы, произведения и частного; производная постоянной функции; производная сложной функции; производная обратной функции.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Дифференциал функции, его геометрический смысл.
6. Дифференцируемые функции. Критерий дифференцируемости функции.
7. Дифференциал суммы, произведения и частного. Дифференциал сложной функции, инвариантность формы записи дифференциала.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.
9. Параметрически заданные функции. Дифференцирование параметрически заданных функций.

II семестр

Тема 3. Приложение дифференциальное исчисление функций одной переменной

Домашнее задание по теме «*Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем. Правило Лопиталя*»

1. Найдите производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $y=\sin 3x$, y''', d^3y; 2) $y=\operatorname{tg}3x$, y'', d^2y; 3) $y=x\cdot\ln x$, y''', d^3y;

4) $y=\ln\cos x$, y'', d^2y; 5) $y=5^x$, $y^{(5)}$, d^5y.

2. Проверьте справедливость теоремы Ролля для функции на указанном промежутке. Найдите соответствующее значение *c*, если оно существует:

1) $f(x)=-x^2+4x-3$, $[0;4]$; 2) $f(x)=\sqrt[5]{x^2}$, $[-1;1]$.

3. Проверьте справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x)=e^x$ на промежутке $[0;1]$. Найдите соответствующее значение *c*, если оно существует.

4. Найдите точку, в которой касательная к кривой $y=\ln x$ параллельна хорде, соединяющей точки $A(1;0)$ и $B(e;1)$.

5. Найдите пределы, используя правило Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin 3x)}{\ln x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{x-\sin x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+x-10}{x^3-3x-2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x-1}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\sin x}$; 6) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln x}{x}$; 7) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{e^x}{x^3}$; 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\operatorname{ctg}2x}$;

9) $\lim\limits_{x\to 0+}x\cdot\ln x$; 10) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$; 11) $\lim\limits_{x\to +\infty}x^2\cdot e^{-x}$; 12) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$;

13) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$; 14) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x^3}-\frac{1}{1-x^2}\right)$; 15) $\lim\limits_{x\to 0} x^x$; 16) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0} x^{\operatorname{tg} x}$; 18) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\right)^{x^2}$.

Контрольная работа «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

0 вариант

1. Найти производную второго порядка функции $y=(e^{\cos x}+3)^2$.
2. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-6x}-1+2x}{x^2}$; b) $\lim\limits_{x\to a}\frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a)}$.

3. Провести полное исследование функции $y=\frac{x^3+4}{x^2}$ и построить график.
4. При помощи производной вычислить приближенно значения $\sqrt[3]{1{,}05}$.

Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

Домашнее задание по теме: «*Первообразная и неопределённый интеграл*»

Найдите интегралы, применяя таблицу неопределённых интегралов:

1) $\int(1-x)\cdot(1-2x)\cdot(1-3x)dx$; 2) $\int\left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$; 3) $\int\left(\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{8}{x^3}\right)dx$;

4) $\int\frac{1+x}{\sqrt{x}}dx$; 5) $\int\frac{\sqrt{x}-2\cdot\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[4]{x}}dx$; 6) $\int\left(2^x+3^x\right)^2 dx$; 7) $\int\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}dx$;

8) $\int\frac{e^{3x}+1}{e^x+1}dx$; 9) $\int(1+\cos x+\sin x)\,dx$; 10) $\int\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\sqrt{x\sqrt{x}}\,dx$.

Контрольная работа «Интегрирование функций одной переменной»

0 вариант

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sqrt{\sin x-\sin^3 x}dx$, б) $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}x^2(2x-1)^8 dx$, в) $\int\limits_0^3(x-1)\cdot e^{-x}dx$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int\limits_2^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$; б) $\int\limits_1^2\frac{dx}{x(x-2)}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y=(x-5)(1-x)$, $y=4$, $x=1$; б) $\begin{cases}x=2\sqrt{2}\cos t,\\ y=5\sqrt{2}\sin t,\end{cases}$ $y=5$, если $y\ge 5$.

4. Вычислить длину дуги кривой:

а) $x=\ln\cos y$, $0\le y\le\frac{\pi}{3}$; б) $r=3\cdot(1+\sin\varphi)$, $-\frac{\pi}{6}\le\varphi\le 0$.

Программа экзамена (II семестр)

I. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной - продолжение

1. Свойства дифференцируемых функций: теорема Ферма, её геометрический смысл; теорема Ролля, её геометрический смысл; теорема Лагранжа, её геометрический смысл; теорема Коши.
2. Правила Лопиталя.
3. Исследование монотонности функции с помощью производной.
4. Экстремумы функции: понятия локального максимума и локального минимума функции, экстремума функции; необходимое условие существования экстремума функции; понятия точки, подозрительной на экстремум, критической точки; достаточное условие существования экстремума функции; правило исследования функции на экстремум.
5. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба: понятие функции выпуклой вверх, выпуклой вниз; теорема о направлении выпуклости функции; понятие точки перегиба графика функции; необходимое условие точки перегиба графика функции; достаточное условие точки перегиба графика функции.
6. Асимптоты графика функции: вертикальная асимптота, наклонная асимптота.
7. Полное исследование функции и построение графика.

II. Интегрирование функций одной переменной.

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица простейших интегралов.
2. Интегрирование заменой переменных неопределённых интегралов.
3. Интегрирование по частям неопределенных интегралов.
4. Интегрирование дробно-рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций.
6. Интегрирование иррациональностей функций.
7. Определенный интеграл: определение, его геометрический смысл, необходимое условие существования определенного интеграла, достаточное условие существования определенного интеграла, свойства определенного интеграла.
8. Методы вычисления определенных интегралов: формула Ньютона – Лейбница, интегрирование по частям под знаком определенного интеграла, интегрирование заменой переменной под знаком определенного интеграла.
9. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади фигуры, длины дуги кривой, объёма тела вращения.
10. Несобственные интегралы I и II рода, их геометрический смысл и свойства.

III семестр

Тема 5. Функции нескольких переменных: предел и непрерывность. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Домашнее задание по теме: «Функции 2-х, 3-х переменных: область определения, график, линии уровня, поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных»

1. Дана функция $f(x;y)=xy+\frac{x}{y}$. Найдите: $f(1;-1)$, $f\left(\frac{1}{2};3\right)$, $f(y;x)$, $f\left(1;\frac{y}{x}\right)$, $f\left(\frac{x}{y};\frac{y}{x}\right)$, $f(x-y;y-x)$.

2. Найдите область определения, множество значений функции $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$. Постройте график этой функции и её линии уровня.

3. Найдите и изобразите на плоскости области определения следующих функций:

1) $z=\sqrt{y\cdot\sin x}$, 2) $z=\frac{1}{\sqrt{y-\sqrt{x}}}$.

4. Изобразите на плоскости линии уровня следующих функций:

1) $z = x + y$, 2) $z = \sqrt{xy}$.

5. Изобразите в пространстве поверхности уровня функции $u = 1 - x - y - z$.

6. Найдите пределы следующих функций или покажите, что они не существуют.

1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x-y}{x+y}$; 2) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 1}} \dfrac{\sin(x+2y-3)}{(x+2y)^2-9}$; 3) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (x+y)\cdot\sin\dfrac{1}{x}\cdot\cos\dfrac{1}{y}$;

4) $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}} \dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}$; 5) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}} \dfrac{\ln(1+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$; 6) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$;

7) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^2y^3}{x^2+y^2}$; 8) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x-y^2}{\sqrt{4-x+y^2}-2}$.

7. Исследовать на непрерывность функцию $f(x;y) = \begin{cases} (x-y-3)\cdot\cos\dfrac{x+y-1}{x-y+3}, & (x;y)\neq(4;1), \\ 0, & (x;y)=(4;1) \end{cases}$

в точке $M_0(4;1)$.

8. Функция $f(x;y) = (x^2+y)^{\frac{1}{x^2+y-1}}$ не определена в точке $M_0(0;1)$. Можно ли в этой точке функцию определить так, чтобы она стала непрерывной?

9. Функция $f(x;y) = \dfrac{(x-1)^3(y-2)}{(x-1)^2+(y-2)^2}$ не определена в точке $M_0(1;2)$. Можно ли в этой точке функцию определить так, чтобы она стала непрерывной.

Контрольная работа «Дифференцирование функций нескольких действительных переменных»

0 вариант

1. Найти полный дифференциал функции $f(x;y) = \sqrt[3]{\sin^4 x + \cos^4 y}$.

2. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \sin\dfrac{y}{x}$ в точке $(1,\pi,0)$.

3. Найти производную неявно заданной функции $e^y + ax^2e^{-y} - 2bx = 0$.

4. Найти производную функции $z = x^4 + 3x^3y + 9x^2y - 8xy^2 + 5y^3$ в точке $A(1,1)$ по направлению вектора $\vec{a} = (1,1)$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $u = 1 + x + 2y$ на компакте $K = \{(x;y): x+y\le 1,\ x\ge 0,\ y\ge 0\}$.

6. Исследовать условный экстремум функции $z = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$ при условии связи $x + y = 2a$, $a > 0$.

Тема 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Домашнее задание по теме: «Двойной интеграл»

1. Вычислите повторные интегралы:

1) $\int\limits_0^7 dx \int\limits_0^{\sqrt{x}} dy$; 2) $\int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{\ln y} e^x dx$; 3) $\int\limits_0^2 dy \int\limits_0^1 (x^2+2y)dx$; 4) $\int\limits_3^4 dx \int\limits_1^2 \dfrac{dy}{(x+y)^2}$.

2. Измените порядок интегрирования в повторном интеграле:

1) $\int\limits_0^3 dy \int\limits_0^{3-y} f(x;y)dx$; 2) $\int\limits_0^1 dy \int\limits_y^{2-y} f(x;y)dx$; 3) $\int\limits_{-3}^0 dx \int\limits_{-x}^3 f(x;y)dy + \int\limits_0^3 dx \int\limits_x^3 f(x;y)dy$.

3. Вычислите двойной интеграл через повторный:

1) $\iint\limits_D xydxdy$, где D: $1 \le x \le 2$, $1 \le y \le 2$; 2) $\iint\limits_D \frac{dxdy}{(x+y+1)^2}$, где D: $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$;

3) $\iint\limits_D \frac{x}{x^2+y^2} dxdy$, где D: $0 \le x \le 2$, $x \le y \le x\sqrt{3}$;

4) $\iint\limits_D \left(4 - x^2 - y^2\right) dxdy$, где область D ограничена линиями $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1{,}5$.

4. Переходя к полярным координатам, вычислите двойные интегралы:

1) $\iint\limits_{\{x^2+y^2 \le 9\}} \sqrt{x^2+y^2}\, dxdy$; 2) $\iint\limits_{\{\pi^2 \le x^2+y^2 \le 4\pi^2\}} \sin\sqrt{x^2+y^2}\, dxdy$.

5. Заменяя переменные, вычислите двойные интегралы:

1) $I = \iint\limits_D (x+y)dx\,dy$, если D – компакт, ограниченный прямыми $\frac{x}{3} + y = 5$, $y - x = 1$, $y = x - 3$, $\frac{x}{3} + y = \frac{7}{3}$;

2) $I = \iint\limits_D dx\,dy$, если D – параллелограмм со сторонами, лежащими на прямых $y = x$, $y = x + 3$, $y = 1 - 2x$, $y = 5 - 2x$.

Программа экзамена (III семестр)

I. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Множества в пространствах $\mathbf{R}^2$ и $\mathbf{R}^3$.
2. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня. Поверхности уровня.
3. Предел функции 2-х и 3-х переменных, методы вычисления.
4. Непрерывность функции 2-х и 3-х переменных.
5. Частные производные функций нескольких переменных, их геометрический смысл.
6. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
7. Дифференциал и дифференцируемость функции нескольких переменных; геометрический смысл полного дифференциала.
8. Дифференцируемость сложной функции, инвариантность формы записи полного дифференциала.
9. Дифференцирование неявно заданных функций.
10. Производная по направлению; градиент.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.
12. Экстремум функции нескольких переменных.

II. Интегральное исчисление функций нескольких переменных

1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства.
2. Необходимое и достаточное условия существования двойного интеграла.
3. Методы вычисления двойного интеграла (через повторный интеграл, замена переменных в двойном интеграле).
4. Тройной интеграл, его геометрический смысл и свойства.
5. Методы вычисления тройного интеграла (через повторный интеграл, замена переменных в двойном интеграле).
6. Криволинейные интегралы I рода, их свойства.
7. Методы вычисления криволинейного интеграла I рода.
8. Криволинейные интегралы II рода, их свойства.

9. Вычисление криволинейного интеграла II рода через определенный интеграл.
10. Формула Грина.
11. Восстановление функции по её полному дифференциалу.

IV семестр

Тема 7. Ряды

Домашнее задание по теме: «*Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Сравнение положительных рядов*»

1. Для следующих рядов:

1) напишите формулу частичной суммы S_n,

2) найдите сумму ряда или докажите, что её не существует,

3) сделайте вывод о сходимости или расходимости ряда:

а) $2-4+6-8+\ldots+(-1)^{n+1}\cdot 2n+\ldots$; б) $1+2+4+\ldots+2^{n-1}+\ldots$, в) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2^{n-1}}$,

г) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$, д) $\ln 2+\ln\frac{3}{2}+\ln\frac{4}{3}+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)+\ldots$.

2. Исследуйте сходимость числового ряда, применяя необходимый признак сходимости рядов:

1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2}{n^3+2}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n+2}{2n-3}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n^2+1}{(n+2)^3}$; 4) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{5^n}{n+1}$; 5) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot n}{\ln(n+1)}$; 6) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(1+\frac{3}{n}\right)^n$.

3. Исследовать сходимость рядов, применяя признак сравнения:

1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{\ln n}{\sqrt{n}}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(n+1)!}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n+2}{n^2+n+1}$; 4) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n+5}{n^2-2}$; 5) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{2-n}{n^3+n-1}$;

6) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$; 7) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\sqrt{n}\cdot\sin\frac{\pi}{n^2}$; 8) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}n^5\cdot\operatorname{tg}^3\frac{2}{n^2}$.

Программа зачета по теме «Ряды»

1. Основные понятия теории числовых рядов. Исследование сходимости геометрической прогрессии. Применение определения при исследовании сходимости числового ряда.
2. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд.
3. Необходимое и достаточное условие сходимости положительного ряда.
4. Признаки сравнения.
5. Признак Даламбера.
6. Признак Коши.
7. Интегральный признак Коши.
8. Применение интегрального признака Коши при исследовании ряда $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^s}$ на сходимость.
9. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
10. Степенные ряды. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда.
11. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
12. Применения степенных рядов при вычислении пределов, значений функции, интегралов.
13. Тригонометрический ряд Фурье для функции на промежутке $[-\pi;\pi]$.
14. Разложение четных и нечетных функций в ряд Фурье.

15. Разложение функций в ряд Фурье на промежутке $[-l; l]$.
16. Разложение функции по косинусам и по синусам.

V семестр

Тема 8. Дифференциальные уравнения

Домашнее задание по теме: «Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения»
[Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. / А.Ф. Филиппов – М.: Наука, 1979. – 96 с.]:
I. № 2, 6, 15, 16, 51 – 53, 56 – 62; II. № 101, 105, 107, 109, 113, 114, 115, 118.

Программа зачета по теме «Дифференциальные уравнения»
1. Основные понятия дифференциальных уравнений первого порядка (обыкновенное дифференциальное уравнение n-го порядка, порядок дифференциального уравнения, обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка, решение дифференциального уравнения, интегральная кривая, общее решение дифференциального уравнения, частное решение дифференциального уравнения, особое решение дифференциального уравнения, интеграл обыкновенного дифференциального уравнения, задача Коши для дифференциального уравнения, краевая задача для дифференциального уравнения, геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения, изоклина дифференциального уравнения). Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним.
4. Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка. Уравнения Бернулли.
5. Уравнения в полных дифференциалах и уравнения, приводящиеся к ним.
6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.
7. Уравнения, допускающие понижения порядка.
8. Основные понятия линейных дифференциальных уравнений n-го порядка.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью. Метод вариации произвольных постоянных.
12. Основные понятия систем дифференциальных уравнений
13. Интегрирование нормальных систем дифференциальных уравнений.
14. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

7 ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Информационные технологии – обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам, увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки, объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

В образовательном процессе по дисциплине используются следующие информационные технологии, являющиеся компонентами Электронной информационно-образовательной среды БГПУ:

- Электронные библиотечные системы;
- Мультимедийное сопровождение лекций и практических занятий.

8 ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ИНВАЛИДАМИ И ЛИЦАМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья применяются адаптивные образовательные технологии в соответствии с условиями, изложенными в раздел «Особенности организации образовательного процесса по образовательным программам для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья» основной образовательной программы (использование специальных учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь и т.п.) с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

9 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

9.1 Литература

1. Архипов, Г. И. Лекции по математическому анализу: учеб. для студ. вузов / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Дрофа, 2003. - 638, [1] с. (8 экз.)
2. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. - М.: Астрель: АСТ, 2004. - 558 с. (22 экз.)
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/491294 (дата обращения: 18.10.2022).
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2: учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/491295 (дата обращения: 18.10.2022).
5. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу/ Б.П. Демидович. – М.: Изд-во АСТ – Астрель. – 2006. – 558 с. (28 экз.)
6. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс. – 2006. – 602 с. (16 экз.)
7. Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. С. Шипачев. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 212 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04547-5. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/492012

9.2 Базы данных и информационно-справочные системы

1. Открытый колледж. Математика - Режим доступа: https://mathematics.ru/.
2. Математические этюды. - Режим доступа: http://www.etudes.ru/.
3. Федеральный портал «Российское образование» -Режим доступа: http://www.edu.ru.

4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» - Режим доступа: *http://www.window.edu.ru.*

5. Портал Электронная библиотека: диссертации-Режим доступа: http://diss.rsl.ru/?menu= disscatalog.

6. Портал научной электронной библиотеки-Режим доступа: http://elibrary.ru/defaultx.asp.

7. Сайт Министерства науки и высшего образования РФ. - Режим доступа: https://minobrnauki.gov.ru.

8. Сайт Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки. - Режим доступа: http://www.obrnadzor.gov.ru/ru.

9. Сайт Министерства просвещения РФ. - Режим доступа: https://edu.gov.ru.

10. Сайт МЦНМО. – Режим доступа: www.mccme.ru

9.3 Электронно-библиотечные ресурсы

1. ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: https://urait.ru
2. Полпред (обзор СМИ). – Режим доступа: https://polpred.com/news

10 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА

Для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используются аудитории, оснащённые учебной мебелью, аудиторной доской, компьютером(рами) с установленным лицензионным специализированным программным обеспечением, коммутатором для выхода в электронно-библиотечную систему и электронную информационно-образовательную среду БГПУ, мультимедийными проекторами, экспозиционными экранами, учебно-наглядными пособиями (мультимедийные презентации).

Самостоятельная работа студентов организуется в аудиториях оснащенных компьютерной техникой с выходом в электронную информационно-образовательную среду вуза, в специализированных лабораториях по дисциплине, а также в залах доступа в локальную сеть БГПУ, в лаборатории психолого-педагогических исследований и др.

Лицензионное программное обеспечение: операционные системы семейства Windows, Linux; офисные программы Microsoft office, Libreoffice, OpenOffice; Matlab, DrWeb antivirus и т.д.

Разработчик: Якшина А.С., кандидат физико-математических наук, доцент

11 ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2020/2021 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2020/2021 уч. г. на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 10 от «27» июня 2020 г.). В РПД внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: на титульном листе	
Исключить:	Включить:
Текст: МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ	Текст: МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2021/2022 уч. г.

РПД обсуждена и одобрена для реализации в 2021/2022 уч. г. без изменений на заседании кафедры физического и математического образования (протокол № 8 от 21.04.2021 г.).

Утверждение изменений и дополнений в РПД для реализации в 2022/2023 уч. г.

РПД пересмотрена, обсуждена и одобрена для реализации в 2022/2023 учебном году на заседании кафедры физического и математического образования (протокол №1 от 21 сентября 2022 г.).

В рабочую программу внесены следующие изменения и дополнения:

№ изменения: 1 № страницы с изменением: 33	
В Раздел 9 внесены изменения в список литературы, в базы данных и информационно-справочные системы, в электронно-библиотечные ресурсы. Указаны ссылки, обеспечивающие доступ обучающимся к электронным учебным изданиям и электронным образовательным ресурсам с сайта ФГБОУ ВО «БГПУ».	